

Modellgestützte Analyse digitaler Hochfrequenz-Regelsysteme für ein Schwerionen-Synchrotron

Model-Based Analysis of Digital Radio Frequency Control Systems for a Heavy-Ion Synchrotron

Zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

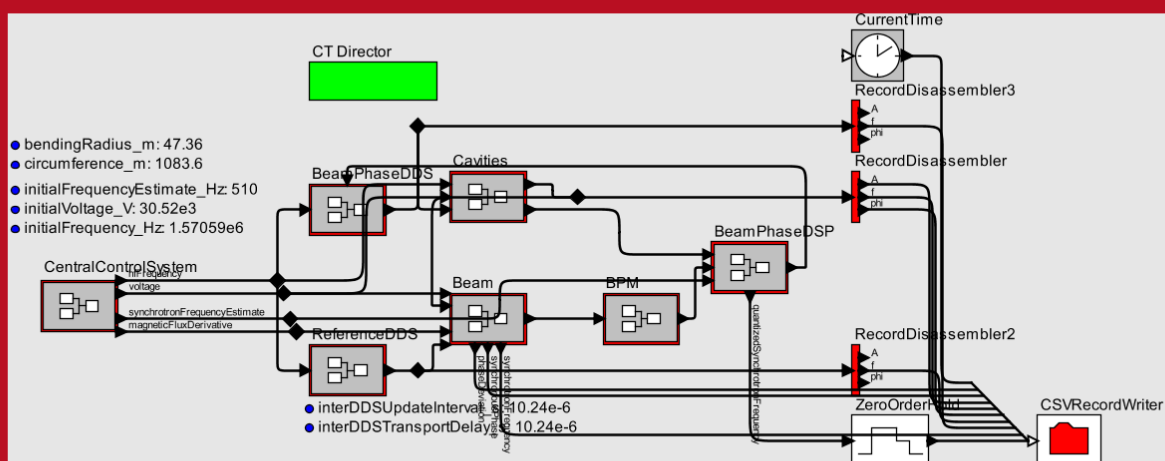
genehmigte Dissertation von Christopher Spies, M. Sc., geboren in Groß-Umstadt

Dezember 2013 — Darmstadt — D 17



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Elektro-
und Informationstechnik
Institut für Datentechnik



Modellgestützte Analyse digitaler Hochfrequenz-Regelsysteme für ein Schwerionen-Synchrotron
Model-Based Analysis of Digital Radio Frequency Control Systems for a Heavy-Ion Synchrotron

Genehmigte Dissertation von Christopher Spies, M. Sc., geboren in Groß-Umstadt

1. Gutachten: Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Manfred Glesner
2. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Leandro Soares Indrusiak
3. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Harald Klingbeil

Tag der Einreichung: 6. Dezember 2012

Tag der Prüfung: 26. April 2013

Darmstadt — D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-36930

URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/3693>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,
E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de

Erklärung zur Dissertation

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 4. Dezember 2012

(Christopher Spies)



Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet **Mikroelektronische Systeme** der Technischen Universität Darmstadt. Ich danke meinem Doktorvater, Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Manfred Glesner, nicht nur für die Gelegenheit, an seinem Fachgebiet zu promovieren, sondern auch für die Möglichkeit, im Laufe der Zeit verschiedene, aber thematisch verwandte Forschungsaufgaben zu übernehmen und meinen Horizont auf zahlreichen Tagungen in verschiedenen Ländern zu erweitern. Prof. Dr.-Ing. Harald Klingbeil und Prof. Dr.-Ing. Leandro Indrusiak danke ich für die Übernahme des Koreferats und insbesondere für die vielen fruchtbaren Diskussionen über meine Arbeit. Ich bedanke mich bei allen Kollegen, mit denen ich während meiner Tätigkeit an der TU Darmstadt zusammenarbeiten durfte, allen voran bei François Philipp, der mich bei der Einreichung meiner Arbeit und der Organisation der mündlichen Prüfung als kompetenter Ansprechpartner vor Ort unterstützte, bei Dieter Lens, Kerstin Groß und Uta Hartel für das Korrekturlesen ausgewählter Teile der vorliegenden Arbeit und die gute Zusammenarbeit, bei Leandro Möller, Faizal Samman, Prof. Dr.-Ing. Peter Zipf, Prof. Dr.-Ing. Thomas Hollstein und bei Darwin Lau von der **University of Melbourne** für konstruktive Diskussionen und hilfreiche Vorschläge, bei Silvia Hermann und Andreas Schmitt für die Unterstützung bei administrativen und technischen Fragen sowie natürlich auch bei allen anderen, hier nicht namentlich aufgeführten Kollegen. Ferner bedanke ich mich bei meinen Freunden und meiner Familie, hier vor allem bei meiner Mutter und meinem Bruder für das Korrekturlesen der Arbeit, bei meiner Patentante, die mich ermutigt hat, meine persönlichen Ziele zu verfolgen, und natürlich bei meiner wunderbaren Frau Helena.



Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der Untersuchung des Verhaltens verschiedener Regelsysteme in einem Schwerionensynchrotron. Betrachtet werden Hochfrequenz-Regelsysteme, welche auf die zur Beschleunigung geladener Teilchen verwendeten elektrischen Felder einwirken, in Verbindung mit der Bewegung der Teilchen in Längsrichtung des Strahls. Die geforderte Präzision lässt sich bei den großen Abmessungen der Anlage nur durch ein verteiltes Regelsystem erreichen. Da das zu regelnde System stark nichtlineares Verhalten aufweist und das Gesamtsystem sehr komplex ist, ist eine rein analytische Betrachtung nicht möglich bzw. würde eine zu starke Vereinfachung bedingen. Stattdessen erfolgt die Untersuchung des Systemverhaltens mittels numerischer Simulationen.

Diese Arbeit entstand aus einem Kooperationsprojekt zwischen dem Fachgebiet **Mikroelektronische Systeme** der Technischen Universität Darmstadt und dem **GSI-Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung**. Bis zum Jahre 2016 soll dort ein neues Schwerionensynchrotron errichtet werden; die Bauarbeiten dafür haben inzwischen begonnen. Ausgangspunkt der Arbeit war die Frage, ob ein existierendes Regelkonzept — nicht nur im idealen Fall, sondern auch in der Anwesenheit von Störeinflüssen wie Parameterabweichungen, Rauschen usw. — praktisch umsetzbar ist und wie das Konzept optimiert werden kann.

Diese Arbeit stellt ein Systemmodell eines Schwerionensynchrotrons vor, welches die Strahldynamik, die beteiligten Beschleunigerkomponenten und die betrachteten Regler sowie die Kommunikation zwischen diesen umfasst, geht auf Simulationstechniken und verschiedene Vereinfachungen ein, die eingesetzt wurden, um dieses Modell in vertretbarer Zeit simulieren zu können, und weist nach, dass diese Vereinfachungen gerechtfertigt sind. Mit Hilfe dieses Modells werden anschließend verschiedene Fallstudien durchgeführt, um die Umsetzbarkeit des Regelkonzepts nachzuweisen, die Empfindlichkeit des Systems gegenüber Störeinflüssen zu überprüfen und den Spielraum für zukünftige Erweiterungen auszuloten. Daraus ergeben sich einige konkrete Verbesserungsvorschläge. Mittels eines Vergleichs zwischen Simulationen und Experimenten an einem existierenden Teilchenbeschleuniger wird abschließend gezeigt, dass das Modell die physikalische Realität hinreichend genau abbildet.



Abstract

In this thesis, we investigate the behavior of different radio frequency control systems in a heavy-ion synchrotron, which act on the electrical fields used to accelerate charged particles, along with the longitudinal dynamics of the particles in the beam. Due to the large physical dimensions of the system, the required precision can only be achieved by a distributed control system. Since the plant is highly nonlinear and the overall system is very complex, a purely analytical treatment is not possible without introducing unacceptable simplifications. Instead, we use numerical simulation to investigate the system behavior.

This thesis arises from a cooperation between the **Institute of Microelectronic Systems** at Technische Universität Darmstadt and the **GSI Helmholtz Center for Heavy-Ion Research**. A new heavy-ion synchrotron, the SIS100, is currently being built at GSI; its completion is scheduled for 2016. The starting point for the present thesis was the question whether a control concept previously devised at GSI is feasible — not only in the ideal case, but in the presence of parameter deviations, noise, and other disturbances — and how it can be optimized.

In this thesis, we present a system model of a heavy-ion synchrotron. This model comprises the beam dynamics, the relevant components of the accelerator, and the relevant controllers as well as the communication between those controllers. We discuss the simulation techniques as well as several simplifications we applied in order to be able to simulate the model in an acceptable amount of time and show that these simplifications are justified. Using the model, we conducted several case studies in order to demonstrate the practical feasibility of the control concept, analyze the system's sensitivity towards disturbances and explore opportunities for future extensions. We derive specific suggestions for improvements from our results. Finally, we demonstrate that the model represents the physical reality faithfully enough by comparing results of some of our simulations with experimental results performed on an existing particle accelerator.



Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	V
Inhaltsverzeichnis	IX
Abbildungsverzeichnis	XV
Tabellenverzeichnis	XIX
Algorithmenverzeichnis	XXI
1. Einleitung	1
1.1. Begriffsdefinition	1
1.2. Motivation	1
1.3. Problemstellung	2
1.4. Stand der Forschung	3
1.5. Vorgehensweise	5
1.6. Aufbau der Arbeit	5
1.7. Formelzeichen und Notation	6
2. Technische und physikalische Grundlagen	7
2.1. Aufbau eines Synchrotrons	7
2.2. Beschleunigungskavitäten	7
2.2.1. Funktionsprinzip	8
2.2.2. Elektrisches Feld	11
2.2.3. Steuerung	12
2.3. Elektromagnetische Felder in einem Synchrotron	13
2.4. Messung von Strahlage und Strahlstrom	14
2.5. Beschleunigung geladener Teilchen	14
2.5.1. Relativistische Effekte	15
2.5.2. Geschlossene Flugbahnen	16
2.5.3. Synchrotron-Prinzip	16
2.5.4. Zeitdiskrete Tracking-Gleichungen für den synchronen Fall	16
2.5.5. Quasi-Kontinuität	17
2.5.6. Synchrone Phase	18
2.5.7. Abweichungen vom synchronen Betrieb	19
2.5.7.1. Der Phasenraum	19
2.5.7.2. Impulsverdichtung, Phasenschlupf, Transition	19
2.5.7.3. Phasenfokussierung und Synchrotron-Schwingungen	20
2.5.7.4. Transversale Fokussierung und Betatron-Schwingungen	22
2.5.8. Mehr-Teilchen-Dynamik	22
2.5.8.1. Kohärente Schwingungen	23
2.5.8.2. Landau-Dämpfung	24
2.6. Kavitätsynchronisation und longitudinale Strahlphasenregelung	26
2.6.1. Kavitätsynchronisation	26
2.6.2. Strahlphasenregelung	26
2.7. Taktsynchronisation in räumlich verteilten Systeme	27

3. Heterogene Modellierung und Simulation	31
3.1. Berechnungsmodelle	31
3.1.1. Zeitkontinuierliche Berechnungsmodelle	31
3.1.2. Ereignisdiskrete Simulation	32
3.1.3. Synchrone Datenflussgraphen	33
3.1.4. Endliche Zustandsautomaten	33
3.1.5. Petri-Netze	33
3.2. Modellierungs- und Simulationswerkzeuge	33
3.2.1. VHDL-AMS	34
3.2.2. SystemC-AMS	34
3.2.3. MathWorks MATLAB & Simulink	34
3.2.4. <i>Ptolemy II</i>	34
3.2.4.1. Verwendete Berechnungsmodelle	36
3.2.4.2. Verwendetes Lösungsverfahren für Differentialgleichungen	37
3.2.4.3. Algebraische Schleifen	37
3.2.4.4. Sequentielle Abarbeitung	37
3.2.4.5. Anpassungen und Verbesserungen	38
3.3. Modellierung hochfrequenter harmonischer Größen	38
3.3.1. Ansatz	39
3.3.2. Umsetzung in <i>Ptolemy II</i>	40
4. Systemarchitektur und -modellierung	41
4.1. Systemstruktur	41
4.1.1. Kommunikation zwischen den Versorgungsräumen	42
4.1.2. Kommunikation innerhalb eines Versorgungsraums	42
4.1.3. Digitale Strahlphasenregelung	45
4.1.4. Lokale Regelkreise jeder Kavität	47
4.1.4.1. Digitale Kavitätensynchronisation	47
4.1.4.2. Amplitudenregelung	49
4.1.4.3. Resonanzfrequenzregelung	49
4.1.5. Digitale Signalverarbeitung	50
4.1.5.1. Phasendetektion	52
4.1.5.2. Bandpassfilter	56
4.1.5.3. Sonstige Funktionen	58
4.2. Systemmodell	58
4.2.1. Zählweisen und physikalische Einheiten	59
4.2.2. Amplituden, Frequenz- und Phasendetektoren	60
4.2.3. Kontrollsystem (CentralControlSystem)	61
4.2.4. Synthesizer für die Strahlphasenregelung (BeamPhaseDDS)	62
4.2.5. Referenz-Synthesizer (ReferenceDDS)	63
4.2.6. Kavitäten und deren lokale Regelkreise (Cavities)	63
4.2.6.1. Lokale Synthesizer (CavityDDS)	65
4.2.6.2. Lokaler Sollspannungsgeber (ControlAttachment)	66
4.2.6.3. Modulator, Treiberverstärker und Tetrode (Generator)	66
4.2.6.4. Die eigentlichen Ferritkern-Kavitäten (CavityPlantModel)	67
4.2.6.5. Resonanzfrequenz-Regelung (BiasControl)	69
4.2.6.6. Amplituden-Regelung (AmplitudeControl)	71
4.2.6.7. DSP-System für die Kavitätensynchronisation (CavityDSP)	72
4.2.7. Strahlmodell (Beam)	73
4.2.7.1. Synchrones Teilchen (SynchronousParticle)	75
4.2.7.2. Makroteilchen (BunchCenter)	79
4.2.8. Strahlstromsensor (BPM)	81
4.2.9. DSP-System für die Strahlphasenregelung (BeamPhaseDSP)	82
4.2.10. Daten-Ein- und Ausgabe	85
4.2.10.1. Benötigte Eingangswerte	85
4.2.10.2. Erzeugte Ausgabewerte	86

5. Modellgestützte Analyse	87
5.1. Betriebsszenarien	87
5.1.1. Eingabedaten	88
5.1.2. Ausgabedaten	91
5.2. Güte- und Fehlermaße	91
5.2.1. Gütemaße für Kavitätsynchronisation und Strahlphasenregelung	91
5.2.1.1. Maximale Abweichung der Strahlphase	94
5.2.1.2. Mittlere Abweichung der Strahlphase	94
5.2.1.3. Mittlere Abklingzeitkonstante	94
5.2.1.4. Maximaler Synchronisationsfehler	95
5.2.1.5. Mittlerer Synchronisationsfehler	96
5.2.2. Fehlermaße für den Vergleich von Simulationen untereinander	97
5.3. Modellverifikation	97
5.3.1. Simulationsschrittweite	98
5.3.2. Zeitdiskretisierung in den Kavitäten-Synthesizern	98
5.3.3. Nichtlineare Effekte der analogen Regelstrecken	99
5.3.3.1. Signallaufzeiten von und zur Kavität	99
5.3.3.2. Frequenz- und Spannungsabhängigkeit des Kavitätenwiderstands	100
5.3.3.3. Frequenzabhängigkeit der Steilheit des Treiberverstärkers und der Tetrode	101
5.3.3.4. Frequenzabhängigkeit der Modulatorverstärkung	104
5.3.3.5. Frequenzabhängige Phasenverschiebung des Generators	106
5.3.3.6. Sprungantwort der Amplituden-Regelstrecke	109
5.3.3.7. Sprungantwort des Resonanzfrequenz-Regelkreises	111
5.3.3.8. Frequenzabhängige Verstärkung des Vormagnetisierungskreises	114
5.3.3.9. Frequenzabhängiger Fehler der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung	117
5.3.3.10. Zusammenfassung und Bewertung	120
5.3.4. Schwankungen der Latenzzeit der Signalverarbeitungseinheiten (<i>Jitter</i>)	121
5.3.4.1. Strahlphasenregelung	122
5.3.4.2. Kavitätsynchronisation	123
5.3.5. Schwankungen der Abtastintervalle der digitalen Regelungen (<i>Jitter</i>)	123
5.3.6. Unterschiede zwischen den Abtastintervallen räumlich verteilter digitaler Regler	123
5.3.7. Weitere Rauschquellen	124
5.4. Machbarkeitsanalyse	125
5.4.1. Ideale Bedingungen	125
5.4.2. Realistische Bedingungen	128
5.5. Sensitivitätsanalyse	130
5.5.1. Parameter der Kavitätsynchronisation	130
5.5.1.1. Latenzzeit	130
5.5.1.2. Abtastintervall	132
5.5.1.3. Reglerverstärkung	132
5.5.1.4. Fazit	134
5.5.2. Parameter der Strahlphasenregelung	134
5.5.2.1. Latenzzeit der Signalverarbeitungseinheit	136
5.5.2.2. Latenzzeit der Inter-DDS-Kommunikation	136
5.5.2.3. Abtastintervall	136
5.5.2.4. Aktualisierungsintervall der Filterparameter	136
5.5.2.5. Übertragungsintervall der Inter-DDS-Kommunikation	136
5.5.2.6. Reglerverstärkung	142
5.5.2.7. Frequenzmultiplikator	143
5.5.2.8. Frequenzintervallgröße und -anzahl	144
5.5.2.9. Fazit	144
5.5.3. Parameterabweichungen der Regelstrecke	144
5.5.3.1. Parameterabweichungen der Kavitäten	146
5.5.3.2. Parameterabweichungen der Amplituden- und Eigenfrequenzregler	148

5.6.	Ansätze zur weiteren Verbesserung der Regelgüte	150
5.6.1.	Verbesserung des Systemverhaltens bei sehr niedriger Synchrotronfrequenz	153
5.6.1.1.	Vergrößerung des Abtastwertspeichers des Bandpassfilters	154
5.6.1.2.	Anpassung der Sollwertrampen	154
5.6.1.3.	Vermeidung der Anregung kohärenter Dipolschwingungen durch Vorgabe einer Sollphase	156
5.6.1.4.	Verbesserte Regelalgorithmen oder Systemtopologie	157
5.6.2.	Alternative Systemtopologien	157
6.	Vergleich zwischen Simulation und Experiment	161
6.1.	Erfasste Messdaten	161
6.2.	Strahlphasenregelung mit einer Kavität	166
7.	Zusammenfassung und Ausblick	173
A.	Vorgenommene Änderungen am Programmcode von <i>Ptolemy II</i>	175
B.	Modellparameter, Eingaberampen und ihre Herleitung	177
B.1.	Modellparameter	177
B.1.1.	Globale Parameter	177
B.1.2.	Parameter des CentralControlSystem-Modells	177
B.1.3.	Parameter des BeamPhaseDDS-Modells	177
B.1.4.	Parameter des Cavities-Modells und seiner Untermodelle	177
B.1.4.1.	Herleitung der Parameterwerte des Modells Cavities.aCavity.Generator	182
B.1.4.2.	Herleitung der Parameterwerte des Modells Cavities.aCavity.CavityPlantModel	182
B.1.4.3.	Herleitung der Parameterwerte des Modells Cavities.aCavity.BiasControl	182
B.1.4.4.	Herleitung der Zeitkonstante der Resonanzfrequenzregelung	190
B.1.4.5.	Herleitung der Parameterwerte des Modells Cavities.aCavity.AmplitudeControl	192
B.1.5.	Parameter des Beam-Modells	192
B.1.6.	Parameter des BPM-Modells	196
B.1.7.	Parameter des BeamPhaseDSP-Modells	196
B.2.	Eingabe-Rampen	198
B.3.	Zustandsvariablen des Modells	220
C.	Berechnung der Güte- und Fehlermaße	223
C.1.	Allgemeines	223
C.1.1.	Numerische Integration	223
C.1.2.	Numerische Differentiation	223
C.1.3.	Numerische Interpolation und Neuabtastung	224
C.2.	Gütemaße für Kavitätsynchronisation und Strahlphasenregelung	224
C.2.1.	Aufteilung der Simulationsergebnisse in Segmente und Intervalle	224
C.2.2.	Berechnung des Effektivwerts einer Größe	225
C.2.3.	Bestimmung der Abklingzeitkonstanten longitudinaler Strahlphasenschwingungen	226
C.2.3.1.	Korrekturterme für die Strahlphase	227
C.2.3.2.	Auffinden der Extrema einer Größe	227
C.2.4.	Bestimmung der Regelabweichung der Kavitätsynchronisation	228
C.2.5.	Prüfung, ob der Bunchschwerpunkt den <i>Bucket</i> verlassen hat	228
C.3.	Fehlermetriken	228
C.3.1.	Maximaler Fehlerbetrags (MAE)	228
C.3.2.	Relativer Fehler-Effektivwert (RRMSE)	228
C.4.	Statistische Metriken	229
C.4.1.	Ausreißertest nach Walsh	229
C.4.2.	Rangkorrelation nach Kendall	229
Literaturverzeichnis		233
Technische Normen und Standards		239

Unveröffentlichte Dokumente	239
Eigene Veröffentlichungen	243
Betreute studentische Arbeiten	245



Abbildungsverzeichnis

2.1. Ferritkern-Kavität (vereinfachte Prinzipdarstellung)	8
2.2. Ströme in einer Ferritkern-Kavität (Prinzipdarstellung)	9
2.3. Umformung des Kavitäten-Ersatzschaltbilds zum Parallelschwingkreis	11
2.4. Hystereseschleife [Kli10b]	12
2.5. „Shoebox“-Strahllagesensor (vereinfachte Prinzipdarstellung)	14
2.6. Veränderung der Bucketform während der Beschleunigung; der Punkt im Zentrum des Buckets markiert das synchrone Teilchen	23
2.7. Dämpfung der Bewegung des Bunchschwerpunkts durch Landau-Dämpfung bei gleichzeitiger Vergrößerung der Emittanz; der große, rote Punkt markiert den Bunchschwerpunkt	25
2.8. Uhrensynchronisation zwischen zwei Geräten <i>A</i> und <i>B</i>	29
2.9. Hierarchisches Zeitverteilungsnetzwerk [J S+09]	29
3.1. Vergil	35
3.2. Innere Struktur eines aus anderen Akteuren zusammengesetzten Akteurs	36
4.1. Logische Datenpfade zwischen den Versorgungsräumen [Kli+08]	43
4.2. Verteilung analoger Signale innerhalb eines Versorgungsraums [Kli+08]	44
4.3. Die in dieser Arbeit betrachteten analogen Signale und ihre Verteilung innerhalb der Versorgungsräume	45
4.4. Digitale Kommunikation innerhalb eines Versorgungsraums [SSK09]	46
4.5. Digitale Kavitätensynchronisation [Kli10c]	47
4.6. Analoge Regelkreise einer Kavität [Har11, S. 12]	48
4.7. Digitale Signalverarbeitungseinheit aus Komponenten der Firma <i>Sundance</i> (Fotografie: Sura-pong Pongyupinpanich)	51
4.8. Analoge Vorverarbeitung der Phasendetektoren [Kli05]	53
4.9. Frequenzgang des Bandpassfilters als Funktion der normalisierten Frequenz $\frac{f}{f_{Mitte}}$	58
4.10. Oberste Ebene des <i>Ptolemy II</i> -Modells	59
4.11. <i>Ptolemy II</i> -Modell eines Phasendetektors	60
4.12. <i>Ptolemy II</i> -Modell des Kontrollsystems	61
4.13. <i>Ptolemy II</i> -Modell des <i>Master</i> -Synthesizers für die Strahlphasenregelung	62
4.14. <i>Ptolemy II</i> -Modell des Referenz-Synthesizers	63
4.15. Übergeordnetes <i>Ptolemy II</i> -Modell für alle Kavitäten	64
4.16. <i>Ptolemy II</i> -Modell des lokalen Synthesizers einer Kavität	65
4.17. <i>Ptolemy II</i> -Modell des lokalen Sollspannungsgebers einer Kavität	66
4.18. <i>Ptolemy II</i> -Modell der Reihenschaltung von Modulator, Treiberverstärker und Tetrode	66
4.19. <i>Ptolemy II</i> -Modell einer Ferritkernkavität	68
4.20. <i>Ptolemy II</i> -Modell des lokalen Resonanzfrequenzreglers einer Kavität	70
4.21. <i>Ptolemy II</i> -Modell des lokalen Amplitudenreglers einer Kavität	71
4.22. <i>Ptolemy II</i> -Modell der lokalen Signalverarbeitungseinheit für eine Kavität	72
4.23. <i>Ptolemy II</i> -Strahlmodell	74
4.24. <i>Ptolemy II</i> -Modell des synchronen Teilchens	76
4.25. <i>Ptolemy II</i> -Modell des Makroteilchens im <i>Bunchschwerpunkt</i>	80
4.26. <i>Ptolemy II</i> -Modell des Strahlstromsensors	82
4.27. <i>Ptolemy II</i> -Modell der Signalverarbeitungseinheit für die Strahlphasenregelung	83
5.1. Zeitlicher Verlauf der Eingaberampen für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen	89
5.2. Zeitlicher Verlauf der Eingaberampen für $^1\text{H}^{1+}$ -Ionen	90
5.3. Ausgabe der Simulation eines Beschleunigungszyklus für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden)	92

5.4. Ausgabe der Simulation eines Beschleunigungszyklus für $^1H^{1+}$ -Ionen im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden)	93
5.5. Streudiagramme der Abklingzeitkonstanten longitudinaler Strahlphasenschwingungen gegenüber verschiedenen anderen Größen	96
5.6. Differenz der wirksamen Beschleunigungsspannung zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Signallaufzeiten von und zu den Kavitäten	100
5.7. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenz- und spannungsabhängigem Kavitätenwiderstand	102
5.8. Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	102
5.9. Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	103
5.10. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenzabhängiger Generatorsteilheit	103
5.11. Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	104
5.12. Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	105
5.13. Modulatorkennlinie [MW08]	105
5.14. Numerischer <i>Fit</i> der Modulatorkennlinie	106
5.15. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenz- und aussteuerungsabhängiger Generatorsteilheit	107
5.16. Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	107
5.17. Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	108
5.18. Numerischer <i>Fit</i> der Modulatorkennlinie	109
5.19. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenzabhängige Phasenverschiebung	110
5.20. Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	110
5.21. Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	110
5.22. Differenz der Strahlphase (in Grad) zwischen zwei ansonsten gleichen Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Totzeit der Amplituden-Regelstrecke	112
5.23. Modellübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises der Resonanzfrequenzregelung (Grafik: Hans-Günter König)	113
5.24. Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung gemäß Gleichung 5.22	113
5.25. Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung in dem in Kapitel 4 beschriebenen Modell	114
5.26. Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung in dem in Kapitel 4 beschriebenen Modell unter Berücksichtigung der in Kapitel 5.3.3 beschriebenen Effekte	114
5.27. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungs-Strom- und Strom-Frequenz-Kennlinien der Resonanzfrequenz-Regelstrecke	116
5.28. Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	117
5.29. Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	117
5.30. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung des Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung	119
5.31. Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	119
5.32. Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen	120
5.33. Numerischer <i>Fit</i> des Fehlers der Vorsteuerung	121
5.34. Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätensynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus	125

5.35.Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätensynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus bei einer Frequenzintervallgröße von 100 Hz . . .	126
5.36.Tatsächliche Synchrotronfrequenz (durchgezogene Linie) und ihr auf ein Vielfaches von 100 Hz abgerundeter Schätzwert (gestrichelte Linie) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus	126
5.37.Regelabweichung der Strahlphasenregelung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus bei einer Frequenzintervallgröße von 20 Hz	127
5.38.Tatsächliche Synchrotronfrequenz (durchgezogene Linie) und ihr auf ein Vielfaches von 20 Hz abgerundeter Schätzwert (gestrichelte Linie) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus	127
5.39.Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätensynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus	128
5.40.Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätensynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus	129
5.41.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Latenz der Kavitäten-DSPs	131
5.42.Wurzelortskurve der Kavitätensynchronisation in Abhängigkeit des Abtastintervalls T	132
5.43.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Abtastintervall des Kavitäten-DSPs	133
5.44.Wurzelortskurve der Kavitätensynchronisation in Abhängigkeit der Reglerverstärkung K	134
5.45.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Reglerverstärkung der Kavitäten-DSPs .	135
5.46.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Latenz der Strahlphasen-DSPs	137
5.47.Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) und Synchrotronfrequenz (in Hertz) im Lauf der Simulationszeit (in Sekunden) bei einer Latenzzeit von $100\mu s$	137
5.48.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Latenz der Inter-DDS-Kommunikation .	138
5.49.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Abtastintervall der Strahlphasenregelung .	139
5.50.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Abtastintervall für den Schätzwert der Synchrotronfrequenz	140
5.51.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Übertragungsintervall der Inter-DDS-Kommunikation	141
5.52.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit der spezifischen Verstärkung	142
5.53.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit des Frequenzmultiplikators	143
5.54.Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Lauf der Simulationszeit (in Sekunden) bei einem Frequenzmultiplikator von 2, 3	144
5.55.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Größe der Frequenzintervalle	145
5.56.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Steilheit der Modulator-Verstärker-Kette	147
5.57.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Kavitätenwiderstand	147
5.58.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Kavitäteninduktivität	148
5.59.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Kavitätenkapazität	149
5.60.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Verstärkung der Resonanzfrequenzregelung	149
5.61.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Zeitkonstante der Resonanzfrequenzregelung	150
5.62.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Verstärkung der Amplitudenregelung . .	151
5.63.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Verstärkung der Amplitudenvorsteuerung	151
5.64.Gütemaße für einen $^{238}U^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Zeitkonstante der Amplitudenregelung	152
5.65.Zeitlicher Verlauf verschiedener Größen am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus	153
5.66.Zeitlicher Verlauf verschiedener Größen am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei vergrößertem Abtastwertspeicher des Bandpassfilters der Strahlphasenregelung	154
5.67.Zeitlicher Verlauf der Strahlphase am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei vergrößertem Abtastwertspeicher des Bandpassfilters der Strahlphasenregelung und exakter Schätzung der Synchrotronfrequenz	155
5.68.Zeitlicher Verlauf verschiedener Größen am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei maximaler Beschleunigungsspannung	155
5.69.Negative synchrone Phase als Sollphase	156
5.70.Zeitlicher Verlauf der Strahlphase am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei Vorgabe einer Sollphase	157

5.71. Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätsynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklen bei Verwendung der Vektorsumme der Kavitätenspannungen statt der Spannung der Referenzkavität	158
6.1. Vom Strahlphasen-DSP erfasste Messwerte	161
6.2. Vom Strahlphasen-DSP errechnete Inphasen- und Quadraturkomponenten	162
6.3. Vom Strahlphasen-DSP errechnete Beträge und Phasen	163
6.4. Vom Strahlphasen-DSP errechnete Phasendifferenz (im Bogenmaß)	163
6.5. Vom Strahlphasen-DSP erfasste Messwerte und die daraus errechneten Inphase- und Quadraturkomponenten für $1,341\text{s} \leq t \leq 1,879\text{s}$	164
6.6. Vom Strahlphasen-DSP errechnete Beträge und Phasen für $1,341\text{s} \leq t \leq 1,879\text{s}$	165
6.7. Schätzwert der Synchrotronfrequenz	166
6.8. Schätzwert der Synchrotronfrequenz für $1,341\text{s} \leq t \leq 1,879\text{s}$	166
6.9. Phasendifferenz zwischen Kanal A und Kanal B	167
6.10. Gefilterte Phasendifferenz	167
6.11. Anregung	168
6.12. Experimentelles Ergebnis für das ungeregelte System [Kli+07]	168
6.13. Simulationsergebnis für das ungeregelte System bei bandbegrenzter Anregung	169
6.14. Experimentelles Ergebnis für das geregelte System [Kli+07]	169
6.15. Simulationsergebnis für das geregelte System bei bandbegrenzter Anregung	170
6.16. Simulationsergebnis für das geregelte System bei nicht bandbegrenzter Anregung	170
6.17. Synchrotron-Frequenz für das geregelte System	171
6.18. Amplitude der Beschleunigungsspannung für das geregelte System	171
6.19. Experimentell gewonnenes Stabilitätsdiagramm [Kli+07]	171
6.20. Aus Simulationen gewonnenes Stabilitätsdiagramm	172
B.1. Produkt der Verstärkung des Phasendiskriminators, der Steilheit der Transistorplatte und der Steigung der Strom-Resonanzfrequenz-Kennlinie als Funktion der HF-Frequenz	190
B.2. Experimentell bestimmte Beträge der Eingangssignale des Strahlphasen-DSP	196
B.3. Phasenrauschen am Ausgang vs. Amplitudenrauschen am Eingang	198

Tabellenverzeichnis

5.1. Parameterabweichungen der einzelnen Kavitäten im Referenzszenario	87
5.2. Parameterabweichungen der einzelnen analogen Regler im Referenzszenario	88
5.3. Werte der verschiedenen Gütemaße in den Referenzszenarien	91
5.4. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit Schrittweiten von 1 μ s und 499 ns	98
5.5. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Abtastung der Frequenzrampe in den Kavitäten-Synthesizern	99
5.6. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Signallaufzeiten von und zu den Kavitäten	100
5.7. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstantem und frequenzabhängigem Kavitätenwiderstand	101
5.8. Generatorsteilheit [Har11]	104
5.9. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstanter bzw. frequenzabhängiger Generatorsteilheit	104
5.10. Modulatorkennlinie [MW08]	106
5.11. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstanter bzw. frequenzabhängiger Generatorsteilheit	108
5.12. Modulatorzeit [MW08]	108
5.13. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstanter bzw. frequenzabhängiger Generatorsteilheit und -phase	109
5.14. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Totzeit der Amplituden-Regelstrecke	112
5.15. Steilheit der Transistorplatte [Har11]	115
5.16. Zusammenhang zwischen Vormagnetisierungsstrom, Resonanzfrequenz und Kavitäteninduktivität [Har11]	115
5.17. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungs-Strom- und Strom-Frequenz-Kennlinien der Resonanzfrequenz-Regelstrecke	115
5.18. Ausgewählte Werte des relativen Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung [Har11]	118
5.19. Abweichung des Vormagnetisierungsstroms und der Resonanzfrequenz	118
5.20. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung des Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung	118
5.21. Werte der verschiedenen Gütemaße bei Berücksichtigung aller in den Abschnitten 5.3.3.1 bis 5.3.3.9 beschriebenen Effekte	121
5.22. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Jitter der Strahlphasenregelung	122
5.23. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Jitter der Kavitätsynchronisation	123
5.24. Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Plesiochronie	124
5.25. Auswirkungen verschiedener Rauscharten auf die Gütemaße	125
5.26. Werte der verschiedenen Gütemaße unter idealen Bedingungen	128
5.27. Werte der verschiedenen Gütemaße unter realistischen Bedingungen für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklen	129
5.28. Werte der verschiedenen Gütemaße unter realistischen Bedingungen für $^1\text{H}^{1+}$ -Zyklen	129
5.29. Werte der verschiedenen Gütemaße für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklen bei Verwendung der Vektorsumme der Kavitätenspannungen statt der Spannung der Referenzkavität	158
B.1. Globale Parameter des Modells	178
B.2. Parameter des für die Modellausführung primär zuständigen CTDirectors	179
B.3. Parameter des CentralControlSystem-Modells	180
B.4. Parameter des BeamPhaseDDS-Modells	181
B.5. Parameter des Modells Cavities.aCavity.CavityDDS	183
B.6. Parameter des Modells Cavities.aCavity.ControlAttachment	184
B.7. Parameter des Modells Cavities.aCavity.CavityDSP	185
B.8. Parameter des Modells Cavities.aCavity.Generator	186

B.9. Parameter des Modells Cavities.aCavity.CavityPlantModel	187
B.10.Parameter des Modells Cavities.aCavity.BiasControl	188
B.11.Zeitkonstante der Transistorplatte [Har11]	189
B.12.Parameter des Modells Cavities.aCavity.AmplitudeControl	193
B.13.Parameter des Beam-Modells	194
B.14.Parameter des BPM-Modells	195
B.15.Parameter des BeamPhaseDSP-Modells	197
B.16.Beschleunigungsrampe für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i>	201
B.17.Beschleunigungsrampe für $^1\text{H}^{1+}$ -Ionen im <i>SIS100</i>	209

Algorithmenverzeichnis

5.1. Neuabtastung von Simulationsergebnissen zum direkten Vergleich zweier Simulationen	98
5.2. Simplex-Verfahren [NM65] zum Auffinden des Maximums einer Funktion	159
C.1. Numerische Integration nach dem Euler-Verfahren	223
C.2. Numerische Differentiation 1. Ordnung	223
C.3. Neuabtastung einer stückweise konstanten Größe	224
C.4. Neuabtastung einer stückweise linearen Größe	224
C.5. Zerlegung in Segmente	225
C.6. Zerlegung in Intervalle	225
C.7. Berechnung des Zeitintegrals des Betragsquadrats	226
C.8. Berechnung des Effektivwerts	226
C.9. Zentrierung der Strahlphase um 0	228
C.10. Auffinden von Extremwerten	229
C.11. Berechnung der Phasendifferenz zwischen Beschleunigungsspannung und Strahlphasen-Synthesizer	229
C.12. Prüfung, ob Strahlverlust eintritt	230
C.13. Berechnung des maximalen Fehlerbetrags zwischen zwei zeitlichen Verläufen derselben Größe aus zwei verschiedenen Simulationen	230
C.14. Berechnung des relativen Fehler-Effektivwerts zwischen zwei zeitlichen Verläufen derselben Größe aus zwei verschiedenen Simulationen	230
C.15. Ausreißertest nach Walsh	231
C.16. Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall	231
C.17. Kritischer Wert für den Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall	231



1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit hat den Titel „**Modellgestützte Analyse digitaler Hochfrequenz-Regelsysteme für ein Schwerionen-Synchrotron**“.

Modellbildung bedeutet die Abstraktion eines zu untersuchenden Systems und das Weglassen von für die Aufgabenstellung weniger wichtigen Details [HM99; TH07]. Mathematische Modellbildung ermöglicht numerische Simulation. Diese wiederum ermöglicht die Untersuchung eines Systems, dessen Verhalten durch nichtlineare Differentialgleichungen beschrieben wird, ohne eine geschlossene analytische Lösung dieser Differentialgleichungen zu kennen. Man erhält eine numerische Näherungslösung durch **Imitation** der Systemdynamik [KL05]. Auf diese Weise kann das Verhalten des modellierten Systems zu didaktischen Zwecken veranschaulicht werden. In **Simulationsexperimenten** können interne Zustände des Systems ausgewertet und beeinflusst werden, die im realen System nicht steuer- oder beobachtbar sind. Auch können Szenarien durchgespielt werden, die in der Realität zur Zerstörung des fraglichen Systems führen würden [Ore07]. In den Ingenieurdisziplinen kann mit Hilfe eines Modells des zu entwickelnden Systems eine **modellgetriebene Entwicklung** durchgeführt werden. Dabei wird ein anfangs abstraktes Modell mit fortschreitender Entwicklung mit Details der technischen Umsetzung angereichert [LHB09]; gleichzeitig kann das Verhalten von Subsystemen, deren Entwicklung bereits weitgehend abgeschlossen ist, im Kontext des Modells des Gesamtsystems überprüft werden, auch wenn das Gesamtsystem noch nicht existiert.

1.1 Begriffsdefinition

Ein **Synchrotron** ist ein Teilchenbeschleuniger, bei dem elektrisch geladene Teilchen durch magnetische Felder auf eine geschlossene Flugbahn gezwungen werden. Auf diese Weise wird jeder Ort entlang dieser Flugbahn von den Teilchen beliebig häufig passiert, und die Teilchen können mittels ortsfester elektrischer Felder immer weiter beschleunigt werden. In einem Linearbeschleuniger durchlaufen die Teilchen die Beschleunigungsstrecke dagegen nur einmal; in Betatrons und Zyklotrons [JL84] ist die Flugbahn spiralförmig und verlässt den Beschleuniger nach einer Anzahl von Umläufen.

Der Name „Synchrotron“ bringt zum Ausdruck, dass elektrisches Feld, magnetisches Feld und Umlaufgeschwindigkeit voneinander abhängen und deshalb synchron verändert werden müssen, um die Teilchen auf ihrer Kreisbahn zu halten (siehe auch Kapitel 2.5.3).

Der Begriff **Rampe** bezeichnet in der vorliegenden Arbeit eine Menge zueinander passender zeitlicher Verläufe für verschiedene physikalische Größen innerhalb eines Synchrotrons oder aber den zeitlichen Verlauf einer einzelnen Größe (z. B. **Spannungsrampe**, **Frequenzrampe** usw., siehe Kapitel 2.5.3).

Die bereits im Titel enthaltenen **Analysen** gliedern sich in Machbarkeits- und Sensitivitäts- und Robustheits-Analysen.

Machbarkeitsanalysen sollen zeigen, ob und mit welchen Mitteln ein gegebenes Ziel erreicht werden kann. Im vorliegenden Fall ist das Ziel der stabile Betrieb des untersuchten Systems. Für dessen Regelung existierte bereits zu Beginn der vorliegenden Arbeit ein Konzept, welches auf seine Eignung und Umsetzbarkeit hin untersucht wurde (siehe Kapitel 5.4).

Sensitivitätsanalysen (siehe Kapitel 5.5) untersuchen die Empfindlichkeit des Systemverhaltens gegenüber Veränderungen der Eingangsgrößen und der Systemparameter.

Robustheitsanalysen sind eng mit Sensitivitätsanalysen verwandt; sie sollen zeigen, in welchem Umfang Störeinflüsse (z. B. Rauschen oder unbeabsichtigte Parameterabweichungen) tolerierbar sind, die Stabilität des Systems also nicht gefährden.

1.2 Motivation

Das **GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH** [GSI] (im Folgenden kurz **die GSI**¹ genannt) ist unter anderem durch ihre Kollisionsexperimente bekannt, bei denen Ionen schwerer Elemente wie Uran zur Kollision

¹ Die Abkürzung GSI steht für **Gesellschaft für Schwerionenforschung**.

gebracht werden und einige davon zu neuen, bislang unbekannten Elementen verschmelzen. Die GSI hat in den vergangenen Jahrzehnten die Elemente 107–112 des Periodensystems jeweils erstmalig erzeugt und benennen dürfen: Sie tragen die Namen *Bohrium* (Bh), *Hassium* (Hs), *Meitnerium* (Mt), *Darmstadtium* (Ds), *Röntgenium* (Rg) und *Copernicium* (Cn).

Die GSI betreibt unter anderem das Synchrotron *SIS18* mit einem Umfang von 216,72 m. Die Zahl 18 steht dabei für die maximale **magnetische Steifigkeit** des Synchrotrons. Die magnetische Steifigkeit ist das Produkt aus der Flussdichte des Magnetfelds, welches die geladenen Teilchen auf ihre ringförmige Bahn zwingt, und dem Radius der von den Teilchen aufgrund der auf sie ausgeübten Kraft beschriebenen Kurve. Beim *SIS18* beträgt die maximale Flussdichte 1,8 T und der Kurvenradius 10 m, so dass sich eine maximale magnetische Steifigkeit von 18 Tm ergibt. Dass der genannte Umfang und der Kurvenradius nicht im Verhältnis von 2π zueinander stehen, rührt daher, dass sich zwischen gekrümmten Abschnitten immer auch gerade Abschnitte befinden. In diesen sind dann zum einen die Beschleunigungskavitäten untergebracht, in welchen elektrische Felder die Beschleunigung der Teilchen bewirken, zum anderen magnetische „Linsen“, welche der durch die Abstoßung zwischen den gleichartig geladenen Teilchen bedingten Seitwärtsbewegung derselben entgegenwirken und sie auf die vorgesehene Strahllinie zurück fokussieren (siehe Kapitel 2.1).

Beim *SIS18* handelt es sich um einen Ionenbeschleuniger, d. h. bei den Teilchen handelt es sich um Atome, die teilweise oder vollständig der sie umgebenden Elektronen beraubt (ionisiert) sind. Während Elektronen eine Ruhemasse von $9,10938 \cdot 10^{-31}$ kg und eine Ladung von $1,60218 \cdot 10^{-19}$ C aufweisen [CODATA], hat ein Proton (ein vollständig ionisiertes Wasserstoff-Atom) eine fast 2000 Mal so große Ruhemasse von $1,672622 \cdot 10^{-27}$ kg [CODATA] bei gleicher Ladung. Das Verhältnis zwischen Masse und Ladung jedes einzelnen Teilchens ist also größer als bei Elektronen oder anderen leichten Teilchen und nimmt bei schwereren Ionensorten noch weiter zu. Da die Energie der Teilchen proportional zu ihrer Masse ist, die auf sie durch ein elektrisches Feld ausgeübte Kraft aber proportional zu ihrer Ladung, folgt daraus, dass mit Ionen zwar eine hohe Endenergie erreicht werden kann, die dabei erreichte Umlaufgeschwindigkeit aber geringer ist und der Beschleunigungsvorgang auch längere Zeit in Anspruch nimmt als bei leichteren Teilchen.

Im Rahmen des **FAIR-Projekts** (*Facility for Antiproton and Ion Research*), an welchem sich neben zahlreichen internationalen Partnern auch die Bundesrepublik Deutschland und das Land Hessen finanziell beteiligen, soll ein neues Doppelsynchrotron *SIS100* / *SIS300* mit einem Umfang von 1083,6 m entstehen. Das *SIS18* soll dann als Vorbeschleuniger dienen, d. h. die Teilchen werden zunächst wie bisher in einem Linearbeschleuniger beschleunigt und in das *SIS18* injiziert, dort bis auf die maximale Energie des *SIS18* beschleunigt und dann in das *SIS100* übergeleitet, um dort weiter beschleunigt zu werden. Nach dem Ende des Beschleunigungszyklus werden die Teilchen aus dem *SIS100* extrahiert und entweder direkt einem Experimentierplatz zugeleitet oder zwecks späterer Nutzung zunächst in einen Speicherring übergeleitet.

Das *SIS18* verfügt noch über zahlreiche analoge Regelsysteme. Die HF-Systeme des *SIS100* sollen im Gegensatz dazu fast vollständig digital geregelt und gesteuert werden. Es verbleiben nur wenige analoge Regler, deren Aufgabe hauptsächlich darin besteht, durch Temperaturschwankungen o. ä. bedingte Parameterabweichungen auszugleichen. Eine rasche Regelantwort ist für diese Aufgaben nicht erforderlich. Digitale Regelungen sind gegenüber Temperaturschwankungen und anderen Umwelteinflüssen weit weniger empfindlich als die oft aus diskreten Komponenten aufgebauten analogen Regler. Die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Regler sind zudem programmierbar: Sie liegen entweder in Form eines Programms vor, welches auf einem Prozessor abgearbeitet wird, oder als Konfiguration für eine programmierbare Logikschaltung. Sie sind somit leicht änderbar, so dass auf Änderungen in der Regelstrecke reagiert oder auch völlig neue Regelkonzepte mit geringem Aufwand umgesetzt werden können. Außerdem lassen sich mit heutigen digitalen Systemen komplexe Regelungs- und Steuerungsaufgaben wie nichtlineare, adaptive oder strukturvariable Regelungen deutlich einfacher realisieren als mit analogen Reglern. Im FAIR-Projekt sollen diese Vorteile digitaler Regelungen genutzt werden, um komplexe Operationen („**Strahlgymnastik**“) zu ermöglichen, die mit den analogen Regelkreisen des *SIS18* nicht möglich waren.

1.3 Problemstellung

In einem komplexen System wie einem Teilchenbeschleuniger existieren sehr viele verschiedene Regelkreise, beispielsweise zur Regelung der Ablenkmagnete, der magnetischen Linsen usw. In dieser Arbeit werden nur zwei davon betrachtet, nämlich die Synchronisation mehrerer Beschleunigungskavitäten untereinander und die longitudinale Strahlphasenregelung. Diese beiden Regelsysteme haben großen Einfluss aufeinander. Außerdem werden auch lokale Regelkreise jeder einzelnen Kavität in die Betrachtung mit aufgenommen, soweit diese von der Kavitätensynchronisation oder der longitudinalen Strahlphasenregelung beeinflusst werden oder diese beeinflussen.

Nicht betrachtet werden jedoch all diejenigen Systeme, welchen andere physikalische Phänomene zugrunde liegen, deren Einfluss orthogonal zu den in dieser Arbeit betrachteten Größen und Effekten ist oder die in wesentlich höheren oder niedrigeren Frequenzbereichen arbeiten. In all diesen Fällen ist keine oder nur eine vernachlässigbare Wechselwirkung dieser Systeme mit den hier betrachteten Größen und Effekten anzunehmen (siehe Kapitel 2.5).

Erst seit wenigen Jahren erlaubt es der Stand der Technik, Teilchenbeschleuniger mit ihren sehr harten Zeitbedingungen und sehr vielen Parametern vollständig digital zu regeln. Da es weltweit nur wenige Teilchenbeschleuniger gibt und der Bau eines neuen Beschleunigers etliche Jahre in Anspruch nimmt, liegen bislang nur wenige Erfahrungen hinsichtlich einer digitalen Regelung solcher Systeme vor. Vor dem Bau des *SIS100* sollte deshalb die Machbarkeit des von der *GSI* entworfenen Regelungskonzepts überprüft werden. Da die Regelung robust sein soll, also auch mit Parameterschwankungen (innerhalb gewisser Grenzen) und Störungen (Rauschen, Fehler bei der Datenübertragung innerhalb des Systems usw.) zurecht kommen soll, musste auch der Einfluss solcher Störgrößen bestimmt werden.

Mittels des in Kapitel 4 vorgestellten Modells können ganze Beschleunigungszyklen (von der Einspeisung der Teilchen in den Beschleuniger bis zu ihrer Extraktion nach Erreichen der maximalen Energie) simuliert und das Verhalten der fraglichen Systeme währenddessen beobachtet werden. Durch Simulationsexperimente lässt sich somit die Machbarkeit des von der *GSI* geplanten Regelkonzepts nachweisen. Die Frage nach der Robustheit der Regelung wirft zugleich eine weitere auf, nämlich die nach der Robustheit bzw. Vertrauenswürdigkeit des Modells. Bei jeder Art der mathematischen Abstraktion ergibt sich dieses Problem, schließlich ist nie ganz auszuschließen, dass sich gewisse Vereinfachungen als unzulässig erweisen oder es eben doch zuvor unbekannte Wechselwirkungen mit anderen Phänomenen gibt, die im Modell nicht berücksichtigt wurden. Gezielte Simulationsexperimente erlauben eine Abschätzung des Wertebereichs, den die Parameter des Systems nicht verlassen dürfen, um die Stabilität des Regelkonzepts nicht zu gefährden. Sofern dieser Wertebereich groß genug ist, bleibt nach Abzug der statistisch zu erwartenden Schwankungen der physikalischen Systemparameter immer noch ein ausreichend großer „Rand“, um Ungenauigkeiten der Modellierung oder numerische Effekte wie Rundungsfehler usw. aufzufangen. Es kann dann auch von der Zuverlässigkeit des Modells selbst ausgegangen werden.

1.4 Stand der Forschung

Beim Entwurf von Teilchenbeschleunigern und ihrer Komponenten kommen u. a. so genannte **Tracking Codes** zum Einsatz. Diese dienen der Simulation der Bewegung einiger Hundert bis einiger Zehntausend [Len12, S. 43] Teilchen im Beschleuniger [Mac89]; der Verlauf der Beschleunigungsspannung und der Frequenz derselben wird dabei als gegeben angenommen. Die in dieser Arbeit vorgenommene Modellierung der Hochfrequenz-Regelsysteme eines Teilchenbeschleunigers auf Systemebene zusammen mit der von ihnen beeinflussten Strahldynamik wurde nach bestem Wissen des Autors bislang noch nie vorgenommen. Einen ähnlichen Ansatz verfolgte zwar die Dissertation von Dieter Lens [Len12]; darin wurde jedoch nur die Strahlphasenregelung betrachtet. Die Wechselwirkung derselben mit anderen Regelsystemen (z. B. Kavitätsynchronisation und Resonanzfrequenzregelung) wurde darin ebenso vernachlässigt wie Parameterabweichungen der Kavitäten [Len12, S. 127ff.]. Außerdem wurde nur die Regelstruktur des *SIS18* [Len12, S. 127ff.] und nur das stationäre Verhalten des Systems (bei näherungsweise konstanter Umlauffrequenz der Teilchen) betrachtet. Dafür wurde ein erheblich komplexeres Strahlmodell mit mehreren Hundert [Len12, S. 158] Teilchen betrachtet. Das ermöglichte eine detaillierte Modellierung des Strahlstroms und die Betrachtung höherer Schwingungsmoden.

Wie aus der Beschreibung der Systemdynamik in den Kapiteln 2 und 4.1 hervorgeht, sind die zu regelnden Prozesse nicht linear. Anders als für lineare Systeme gibt es aber bislang noch keine universell anwendbaren Kriterien für die Stabilität nichtlinearer Systeme [Ada05, Bd. 1, S. 16 u. Bd. 2, S. 8]. Erschwerend kommt hinzu, dass es sich um ein heterogenes System mit zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Bestandteilen handelt. Die zeitdiskreten Komponenten sind räumlich verteilte digitale Regelsysteme, deren Abtastintervalle teilerfremd sein können und deren Abtastzeitpunkte nicht miteinander synchronisiert sind. Zudem sind die Abtastintervalle nicht in jedem Fall klein gegenüber den Zeitkonstanten des zu regelnden Prozesses, so dass eine Ersetzung der zeitdiskreten Regler durch eine quasikontinuierliche Näherung nicht zulässig ist. Es fällt daher bereits schwer, eine für das gesamte System gültige, einheitliche Beschreibung zu finden.

Die Latenzzeiten der Kommunikation der räumlich verteilten Komponenten untereinander müssen als Totzeiten berücksichtigt werden. Bei dem in Kapitel 4.1.5.2 beschriebenen Bandpassfilter können durch Verschiebung der Filterkoeffizienten innerhalb des Koeffizientenvektors verschiedene Mittenfrequenzen eingestellt werden. Diese Verschiebung der Koeffizienten entspricht einer Veränderung der Totzeit im jeweiligen Zweig der Filterstruktur in Abhängigkeit der Synchrotronfrequenz. Ebenso können die verschiedenen Abtastprozesse als periodisch variieren-

de Totzeiten aufgefasst werden. Durch die Abhängigkeit beispielsweise der Synchrotronfrequenz als Eigenfrequenz der longitudinalen Dipolschwingungen des Strahls von der Teilchenenergie ist der zu regelnde Prozess auch nicht zeitinvariant. Es liegt also ein nichtlineares, zeitvariantes System mit mehreren teilerfremden, zeitvarianten und zustandsabhängigen Totzeiten vor. In jüngerer Zeit sind totzeitbehaftete Systeme wieder verstärkt in das Interesse der Wissenschaft gerückt: Immer mehr Geräte sind an das Internet oder andere großräumige Netzwerke angeschlossen, so dass sich (nicht immer beabsichtigt!) rückgekoppelte Systeme ergeben, die aufgrund der Kommunikationslatenz totzeitbehaftet sind [Ros06, S. 1f.]. In der Literatur sind unterschiedliche Ansätze zu finden, die aber alle in ihrer Anwendbarkeit eingeschränkt sind, beispielsweise auf lineare Systeme (z. B. [TT04; MVN07]) oder lineare Regler (z. B. [AK01; AK03; Hoh02] oder auf nur eine Totzeit (z. B. [DMW11]), oder es wird vorausgesetzt, dass die Totzeiten ganzzahlige Vielfache derselben Schrittweite sind, was die Analyse vereinfacht [GN03]. Eine Auswahl wissenschaftlicher Arbeiten zum Thema ist beispielsweise in der Seminararbeit von Patrick Riedel [Rie12] angegeben.

In einem Schwerionen-Synchrotron ändern sich die Variablen, welchen den Arbeitspunkt definieren, im Laufe eines Beschleunigungszyklus ständig; die Stabilität des Systems in einem bestimmten Arbeitspunkt ist somit weitaus weniger interessant als die Frage, ob das System den von außen vorgegebenen Sollwertverläufen (Rampen) folgen kann.

Die in dieser Arbeit betrachteten Systeme haben zahlreiche Parameter (Abtastraten, Verstärkungsfaktoren usw.), welche das Verhalten des Systems beeinflussen. Es ergibt sich also das Problem, einen Satz von Parameterwerten zu finden, der die Dienstgüte des Systems möglichst optimiert. Aufgrund der nichtlinearen Natur der betrachteten Systeme und ihrer Komplexität ist es jedoch nur schwer vorhersehbar, welche Auswirkungen die Änderung eines Parameterwerts haben wird. Ähnliche Probleme ergeben sich auch beim Entwurf hochintegrierter mikroelektronischer Systeme (*Systems-on-Chip*). Auch diese verfügen über zahlreiche Parameter (z. B. Anzahl und Wortbreite von Bussen, Größe und Verwaltungsstrategie von *Cache*-Speichern, ...), welche die Performanz des Gesamtsystems auf schwer vorhersehbare Weise beeinflussen. Hinzu kommt, dass die elektrischen Eigenschaften integrierter Schaltungen durch Prozessvariationen während der Fertigung erheblich beeinflusst werden. Die Untersuchung der (häufig stark nichtlinearen) Zusammenhänge zwischen Parametern und Performanz bezeichnet man auf diesem Gebiet als **Entwurfsraumanalyse**²; die Disziplin der **Entwurfsautomatisierung**³ befasst sich mit Verfahren zur automatischen Wahl optimaler (oder zumindest hinreichend guter) Parameter. In aller Regel beinhaltet das die Simulation zahlreicher möglicher Lösungen mit unterschiedlichen Parametersätzen [Has+07; KL05]. Die Anzahl der in Frage kommenden Lösungen potenziert sich jedoch mit jedem zusätzlichen freien Parameter. Es ist deshalb im Allgemeinen (und auch im vorliegenden Fall) nicht möglich, den Entwurfsraum **erschöpfend** zu untersuchen, also alle möglichen Lösungen im Entwurfsraum zu betrachten.

Zum Entwurfszeitpunkt beispielsweise eines Mikroprozessors ist oft nicht genau bekannt, welche Aufgabe er später genau erfüllen soll. Die Rechenleistung, die er in der Praxis zeigt, ist jedoch abhängig von Eigenschaften des auszuführenden Programms. Um verschiedene Architekturen sinnvoll miteinander vergleichen zu können, definiert man daher so genannte **Benchmark**-Tests [KK08]. Das sind Programme, die zwar selbst nicht unbedingt eine sinnvolle Aufgabe erfüllen, aber hinsichtlich der von ihnen durchgeführten Operationen oder ihres Zugriffsmusters auf den Speicher typisch sind für jeweils eine ganze Klasse von potentiellen Anwendungen für das zu entwerfende System (z. B. EEMBC [EEMBC] für Prozessoren für eingebettete Systeme oder NetBench [MM06] für Netzwerkprozessoren). Um nicht vollständige Benchmarks simulieren zu müssen und die zur Bewertung einer Architektur benötigte Zeit zu verkürzen, wird *trace-driven simulation* eingesetzt. Dabei wird ein Programm nur einmal simuliert und dabei relevante Verhaltensmuster (beispielsweise die Abfolge von Speicherzugriffen) aufgezeichnet. Anschließend wird nur noch das Verhalten der in Frage kommenden Architekturen als Reaktion auf diese als *trace* bezeichneten Muster simuliert [LRD01], oder es werden auf Basis einmal erkannter statistischer Muster im Verhalten der Anwendung synthetische *traces* erzeugt [Has+07]. Verfahren zur automatischen Entwurfsraumanalyse basieren auf gerichteten Optimierungsverfahren, um die Anzahl der Simulationen, die zum Auffinden einer möglichst optimalen Architektur benötigt werden, bis eine hinreichend gute Architektur gefunden wurde, zu minimieren [KK08]. Großer Beliebtheit erfreuen sich dabei vor allem solche Verfahren, die gleichzeitig mehrere mögliche Lösungen betrachten, wie beispielsweise genetische Algorithmen [MBM07; KK08]. Darüber hinaus versucht man, auf Basis der Ergebnisse vergleichsweise weniger (meist einiger Tausend) Simulationen Regressionsmodelle zu erstellen, mit deren Hilfe sich die Güte nicht simulierter möglicher Lösungen abschätzen lässt [Ipe+08; LB06; OMC08].

² engl. *design space exploration*

³ engl. *design automation*

Bei der Herstellung integrierter Schaltkreise treten prozessbedingte Parameterabweichungen auf, die sogar den Defekt des Schaltkreises zur Folge haben können. Die Hersteller integrierter Schaltkreise sind natürlich an einer möglichst geringen Ausschussquote interessiert. Petru Bacinschi entwickelte in seiner Dissertation [Bac10] statistische Verfahren, um den Einfluss derartiger Parameterabweichungen bereits während des Entwurfs einer Schaltung berücksichtigen zu können. Vielfach werden aber auch einfach so genannte *Monte-Carlo-Simulationen* durchgeführt, um den Einfluss von Parameterabweichungen auf eine gegebene Schaltung abzuschätzen [Kon12, S. 43]. Dabei werden viele Simulationen derselben Schaltung mit unterschiedlichen Werten für die einzelnen Parameter innerhalb des zu erwartenden Streubereichs durchgeführt. Zwar kann auf diese Weise nicht garantiert werden, dass der schlechteste anzunehmende Fall⁴ identifiziert wird [Geh10a; Geh10b]; da eine Ausbeute von 100% (also eine Ausschussquote von 0) aber ohnehin nicht erreichbar ist, begnügt man sich damit, die Schaltung so auszulegen, dass in der Monte-Carlo-Simulation die Schaltung in z. B. 95% der Fälle die geforderte Leistung zeigt.

1.5 Vorgehensweise

Wie bereits in Abschnitt 1.4 geschildert, wäre eine rein analytische Betrachtung der in dieser Arbeit untersuchten Systeme aufgrund ihres stark nichtlinearen Verhaltens nicht möglich gewesen oder hätte zumindest unzulässige Vereinfachungen erforderlich gemacht. Es blieb also nur, das Verhalten des Systems durch numerische Simulation der Systemdynamik zu studieren. Der dazu erforderliche Rechenaufwand sollte natürlich minimiert werden. Das Modell ist daher vergleichsweise grob und abstrakt gehalten und auf die relevanten technischen Komponenten und physikalischen Effekte beschränkt.

Wo es sinnvoll erschien, wurden Techniken aus dem Bereich der Entwurfsraumanalyse und Entwurfsautomatisierung (siehe Abschnitt 1.4) angewendet. Beispielsweise wurden zwei konkrete Anwendungsfälle des *SIS100*-Synchrotrons als *Benchmark*-Tests herausgegriffen.

1.6 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut:

Dieses Kapitel erläutert die Grundbegriffe und die Problemstellung.

Kapitel 2 geht näher auf den Aufbau von Synchrotrons und die maßgeblichen physikalischen Effekte ein. Je nach Art der zu beschleunigenden Teilchen ergeben sich unterschiedliche Problemstellungen. Im vorliegenden Fall handelt es sich bei den Teilchen ausnahmslos um Ionen, angefangen bei vollständig ionisierten Wasserstoffatomen (Protonen) mit einer Ladungszahl von 1 und einer Massezahl von 1 bis hin zu teilionisierten Urankernen mit einer Massezahl von 238 und einer Ladungszahl von 28 (bei einer Kernladungszahl von 92 — $^{238}\text{U}^{28+}$). Da sich die Forschung der *GSI* — wie es der Name schon sagt — hauptsächlich mit schweren Ionensorten befasst, konzentriert sich die Beschreibung der zugrundeliegenden Physik auf die speziellen Eigenschaften von Schwerionensynchrotrons. Als „schwer“ bezeichnet die *GSI* selbst „Ionen besonders schwerer Atome, wie Gold oder Blei“ [GSI]. Unterschiede zwischen Synchrotrons und anderen Beschleunigertypen werden nur dort, wo es angebracht ist, kurz erwähnt. Aus den Gleichungen, welche das Verhalten des Teilchenstrahls beschreiben, ergeben sich auch Ansätze zu dessen Steuerung und Regelung.

Zwecks besseren Verständnisses des im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstellten Modells geht das darauffolgende Kapitel 3 auf allgemeine Ansätze zur Modellierung heterogener Systeme sowie auf das verwendete Modellierungs- und Simulationsprogramm *Ptolemy II* ein. Im vorliegenden Fall besteht die Heterogenität in der gemeinsamen Modellierung der zeitkontinuierlichen Strahlphysik mit zeitdiskreten digitalen Regelsystemen.

In Kapitel 4 wird der in Kapitel 2 dargestellte prinzipielle Aufbau eines Synchrotrons für den konkreten Fall des *SIS100* präzisiert und die einzelnen Teilsysteme vorgestellt, welche an der Kavitätensynchronisation und der longitudinalen Strahlphasenregelung beteiligt sind. Aus der Struktur des realen Systems ergibt sich ein Ansatz für die Modellierung desselben, der im Anschluss dargestellt wird. Dabei wird auch auf die Aufteilung des Modells und die Auswahl der anzuwendenden Berechnungsmodelle eingegangen. Mit diesem Modell ist es möglich, verschiedene Fragestellungen hinsichtlich des geplanten Regelungskonzepts zu untersuchen.

Kapitel 5 erläutert die diesen Untersuchungen zu Grunde liegenden Anwendungsszenarien und ihre Durchführung und stellt die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse vor.

Kapitel 6 vergleicht einzelne Ergebnisse mit experimentell an bereits existierenden Synchrotrons gewonnenen Werten, um die Vertrauenswürdigkeit des Modells und des gesamten verfolgten Ansatzes zu begründen.

⁴ worst case

Kapitel 7 schließlich fasst die Arbeit nochmals zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche zukünftige Forschungsrichtungen auf diesem Gebiet.

1.7 Formelzeichen und Notation

In dieser Arbeit werden folgende Formelzeichen verwendet:

A_x Amplitude des Signals x	q Ladung eines Teilchens ($q = z \cdot q_e$) / Quadratur-Komponente eines Signals
\vec{B} magnetische Flussdichte	
\vec{E} elektrische Feldstärke	q_e Elementarladung ($q_e = 1,62018 \cdot 10^{-19}$ C [CODATA])
H magnetische Feldstärke	r Bahnradius
I elektrischer Strom	t Zeit
L Induktivität / Umfang des Synchrotrons	t_0 Zeitpunkt zu Beginn der Simulation
R elektrischer Widerstand	v Geschwindigkeit eines Teilchens
a Massenzahl	x, y Beliebige, hochfrequente, harmonische Signale, welche durch ihre Amplitude, Frequenz und Pha- se vollständig spezifiziert sind
b magnetische Flussdichte	
c_0 Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($c_0 = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)	z Ladungszahl
f_x Frequenz des Signals x	β relativistische Geschwindigkeit $\beta = \frac{v}{c_0}$, $0 \leq \beta < 1$
f_{HF} Frequenz des hochfrequenten Felds, in welchem die Teilchen beschleunigt werden (kurz HF-Frequenz)	γ Lorentzfaktor
f_S Synchrotronfrequenz	γ_T Lorentzfaktor beim Eintreten der Transition (siehe Kapitel 2.5.7.2)
f_U Umlauffrequenz	μ magnetische Permeabilität
h magnetische Feldstärke, Harmonisenzahl	π Kreiszahl $\pi = 3,1415 \dots$
i elektrischer Strom / Inphasen-Komponente eines Signals	$\sigma(t)$ Heaviside'sche Sprungfunktion
j Die imaginäre Zahl $j = \sqrt{-1}$	Φ magnetischer Fluss
m_R Ruhemasse eines Teilchens ($m_R = a \cdot m_U$)	φ_x Phase des Signals x
m_U atomare Massenkostante ($m_U = 1,660539 \cdot 10^{-27}$ kg [CODATA])	$\varphi_{x,y}$ Phasendifferenz zwischen Signal x und Signal y
	ω Kreisfrequenz

Werden für die gleiche Größe Groß- und Kleinbuchstaben gemischt verwendet, so stehen die Großbuchstaben für den Gleichanteil oder zumindest für den langsam veränderlichen Anteil einer Größe, der Kleinbuchstabe für den hochfrequenten Anteil.

Ein Punkt über einer Variablen (z. B. \dot{x}) steht für deren Ableitung nach der Zeit, zwei Punkte für die zweite Ableitung nach der Zeit usw. Ein Dach über einer Variablen (z. B. \hat{x}) steht für die Amplitude einer harmonischen Größe, eine Tilde (z. B. \tilde{x}) für einen Schätzwert. Komplexe Größen sind unterstrichen (z. B. \underline{x}). Vektoren sind fettgedruckt (z. B. \mathbf{x}) oder mit einem Pfeil versehen (z. B. \vec{x}). Der Momentanwert einer zeitkontinuierlichen Größe x zum Zeitpunkt t ist so gekennzeichnet: $x(t)$. Der Momentanwert einer zeitdiskreten Größe x zum Zeitpunkt t_n ist so gekennzeichnet: $x[n]$.

2 Technische und physikalische Grundlagen

Die folgende Herleitung des Funktionsprinzips eines Synchrotrons orientiert sich an den Ausführungen in der Literatur (u. a. [Dom83; Fei91; K J84; Kli07; Kli10b; Kli+10; J L84; W P93; J S+11; Smi96; Wie07]).

2.1 Aufbau eines Synchrotrons

In einem Synchrotron werden, wie bereits erwähnt, die zu beschleunigenden Teilchen auf eine geschlossene Bahn gezwungen. Diese Bahn muss nicht kreisförmig sein, was sie nur wäre, wenn das auf die Teilchen einwirkende Magnetfeld an jedem Ort der Flugbahn die gleiche Stärke und Ausrichtung besäße. Vielmehr befinden sich zwischen den Ablenkmagneten längere gerade Abschnitte, in die weitere den Strahl beeinflussende Elemente eingefügt sind [B F87, S. 30]. Dazu gehören die so genannten **Beschleunigungskavitäten**¹. Im Wesentlichen findet nur innerhalb der Kavitäten eine Beschleunigung der Teilchen statt, indem elektrische Hochfrequenz-(HF-)Felder in Längsrichtung auf diese wirken. Das elektrische Feld wirkt also nicht gleichmäßig über die gesamte Bahnlänge auf die Teilchen. Dennoch kann die Beschleunigung der Teilchen mathematisch so beschrieben werden, als wäre das der Fall, wie in Abschnitt 2.5 gezeigt wird. Außerdem befinden sich in den geraden Abschnitten des Beschleunigers magnetische „Linsen“, in denen magnetische Felder die Teilchen wieder bündeln, die sonst aufgrund der Coulomb-Abstoßung zwischen gleichartigen Ladungen auseinanderstreben. Die Bezeichnung „Linse“ ist aufgrund der Analogie zur Wirkung optischer Linsen auf optische Strahlen gewählt. Die einzelnen Elemente, aus denen der Beschleuniger aufgebaut ist, sind durch Metallrohre miteinander verbunden. Der Strahl wird innerhalb dieser Rohre in einem extremen Ultrahochvakuum (Restdruck in der Größenordnung von 10^{-12} mbar [FAIR-BTR, S. 355, S. 360, S. 448]) geführt [Wie07, S. 330]. Andernfalls würden die Teilchen, aus welchen der Strahl besteht, in kurzen Abständen mit Luftmolekülen kollidieren und dadurch abgebremst.

Die Ablenkmagneten und Linsen werden von den im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Regelsystemen nicht beeinflusst. Auf sie soll deshalb nicht näher eingegangen werden.

2.2 Beschleunigungskavitäten

Bei den an der GSI verwendeten Beschleunigungskavitäten handelt es sich um **Ferritkern**-Kavitäten [B F87, S. 23ff.; Kli10b]. Das Strahlrohr aus (elektrisch leitendem) Metall ist dabei von mehreren Ferritringen umgeben und in der Mitte der Kavität durch ein kurzes (nichtleitendes) Keramikrohr unterbrochen. Die gesamte Anordnung ist von einem Metallgehäuse umgeben. Die Ferritringe sind von mehreren Leiterschleifen umfasst:

- In den **Vormagnetisierungsschleifen** fließt ein elektrischer Gleichstrom, der Vormagnetisierungsstrom I_V .
- In der **Hochfrequenz-Koppelschleife** fließt ein hochfrequenter elektrischer Wechselstrom, der Anregungsstrom i_A .

Der Betrag des Vormagnetisierungsstroms ist dabei wesentlich größer als der des hochfrequenten Stroms². Abbildung 2.1 zeigt die prinzipielle Anordnung.

Der Grund für die Verwendung von Ferritkernkavitäten ist die Tatsache, dass die Frequenz des HF-Felds deutlich unter 10 MHz liegt und zeitlich in einem relativ großen Bereich veränderlich ist [Kli10b]. Ein zylindrischer Hohlraumresonator, eine so genannte **Pillbox**-Kavität, müsste einen Durchmesser von über 22 m haben, um eine Resonanzfrequenz von 10 MHz zu haben. Dagegen weisen die an der GSI verwendeten Ferritkernkavitäten handlichere Abmessungen von etwa 3 m Länge, 70 cm Breite und 80 cm Höhe aufweisen [B F87]. Außerdem ist die Resonanzfrequenz eines Hohlraumresonators festgelegt, während die Resonanzfrequenz einer Ferritkern-Kavität sich durch Änderung des Vormagnetisierungsstroms eingestellt werden kann, wie nachfolgend gezeigt wird. Die folgende Herleitung des Funktionsprinzips einer Ferritkern-Kavität orientiert sich an den Ausführungen in der Literatur (v. a. [Kli10b; Wie07]).

¹ lateinisch *cavus* = hohl, *cavum* = Höhle, *cavitas* = Hohlraum

² Der Vormagnetisierungsstrom einer Kavität des im SIS18 verwendeten Typs beträgt bei einer Resonanzfrequenz der Kavität von 1 MHz 20 A und kann über 400 A betragen [Har11, S. 19]. Die Gesamtimpedanz der Kavität beträgt mindestens etwas über 2 k Ω [Har11, S. 46f.] und die maximale Spannung über dem Spalt 16 kV, so dass der maximale Anregungsstrom 8 A beträgt.

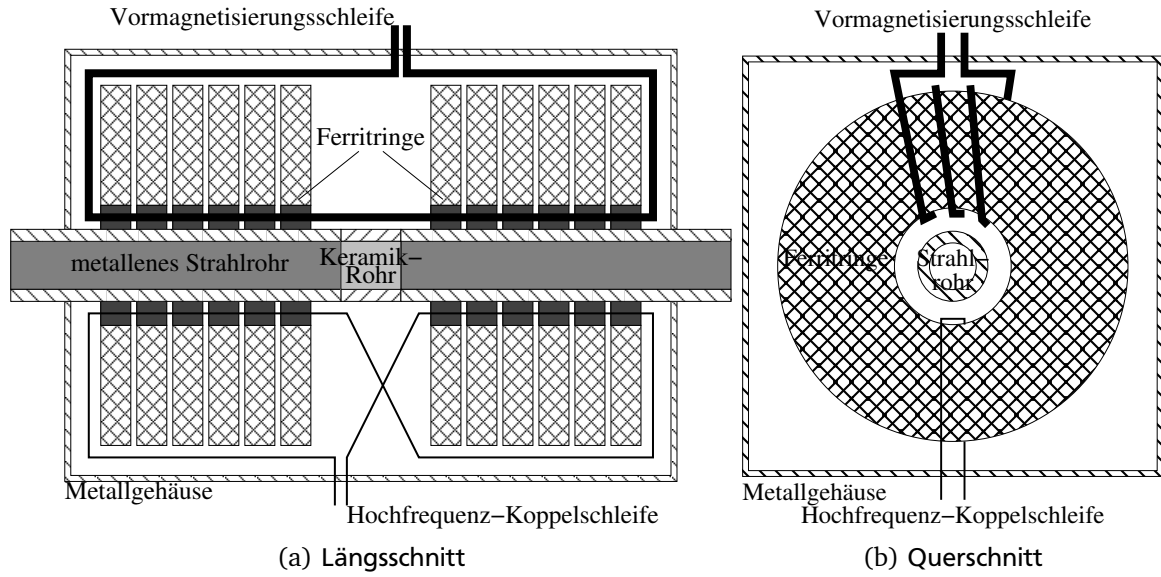


Abbildung 2.1.: Ferritkern-Kavität (vereinfachte Prinzipdarstellung)

2.2.1 Funktionsprinzip

Die magnetische Feldstärke H und die magnetische Flussdichte B setzen sich jeweils aus einem Gleichanteil H_V bzw. B_V und einem hochfrequenten Anteil h_{HF} bzw. b_{HF} zusammen. Der konkrete Wert der Feldstärke ist orts- und geometrieabhängig.

Das Material der Ferritkerne zeigt ein ausgeprägtes magnetisches Hystereseverhalten. Die magnetische Permeabilität μ hängt von der magnetischen Feldstärke und somit vor allem vom größeren Vormagnetisierungsstrom ab. Die Amplitude des hochfrequenten Anteils der Flussdichte ergibt sich als Produkt der differentiellen magnetischen Permeabilität μ_Δ und des hochfrequenten Anteils der Feldstärke. Die magnetische Permeabilität ist die Ableitung der magnetischen Flussdichte nach der magnetischen Feldstärke im Arbeitspunkt. Der Arbeitspunkt kann über den Vormagnetisierungsstrom beeinflusst werden (siehe Abschnitt 2.2.3). Da die Feldstärke orts- und geometrieabhängig ist, gilt dies auch für die Permeabilität und somit für die Flussdichte.

$$\mu(H) \approx \mu(H_V) \quad (2.1)$$

$$\mu_\Delta = \frac{dB}{dH}, \quad H = H_V \quad (2.2)$$

$$b_{RF} \approx \mu_\Delta(H_V) \cdot h_{RF} \quad (2.3)$$

Die magnetische Permeabilität des Ferritmaterials ist sehr viel größer als die der Umgebung, so dass der magnetische Fluss nahezu vollständig in den Ferritringen geführt wird. Der Gesamtfluss entspricht daher näherungsweise dem Integral der Flussdichte über die Querschnittsfläche A der Ferritringe:

$$\begin{aligned} \mu &\gg \mu_0 \\ \Rightarrow \Phi &\approx \int_A B \cdot dA \end{aligned} \quad (2.4)$$

Der periodisch variierende magnetische Fluss induziert gemäß dem Faraday'schen Induktionsgesetz ein elektrisches Feld (das HF-Feld) entlang des Strahlrohrs und des Gehäuses der Kavität. Das Metall-Strahlrohr und das Gehäuse sind gute elektrische Leiter, während das Keramikrohr (der so genannte **Spalt**³) einen sehr hohen Widerstand besitzt. Die induzierte Spannung fällt deshalb in erster Linie über dem Keramikrohr ab und wirkt dort als Beschleunigungsspannung auf die Teilchen, welche den Spalt durchlaufen:

$$u_{Spalt} = -\frac{d}{dt} \Phi \quad (2.5)$$

³ englisch *gap*

Das elektrische Feld bewirkt eine Ladungsansammlung an den Rändern des Spalts, wo das Metallrohr in das Keramikrohr übergeht. Die **Spaltkapazität** C_{Spalt} setzt die Ladungsmenge in Beziehung zur Spannung. Meist sind noch zusätzliche Kondensatoren parallel zum Spalt geschaltet, um die Kapazität zu erhöhen und die Resonanzfrequenz der Kavität (siehe Gleichung 2.18) zu verringern und in den gewünschten Frequenzbereich zu verschieben [Kli10b]. Im Folgenden sei angenommen, dass C_{Spalt} auch diese Kapazitäten beinhaltet.

Da sich das elektrische Feld periodisch umpolt, entsteht ein Umladestrom i_U . Der Betrag des dadurch hervorgerufenen Stroms durch das Keramikrohr ist dagegen aufgrund des verschwindend geringen elektrischen Leitwerts des Keramikrohrs vernachlässigbar.

$$i_U = C_{Spalt} \cdot \frac{d}{dt} u_{Spalt} \quad (2.6)$$

Für den hochfrequenten Anteil h_{HF} der magnetischen Feldstärke ist also neben dem Anregungsstrom i_A auch der Umladestrom i_U verantwortlich sowie der Strahlstrom i_{Strahl} , dessen Ladungsträger die Ionen im Strahl sind. i_A und i_{Strahl} sind unabhängige Größen, während sich i_U gemäß Gleichung 2.6 einstellt. Wenn Gleichung 2.3 gilt, überlagern sich Anregungs- und Strahlstrom linear und können voneinander getrennt betrachtet werden. Im Folgenden soll zunächst die Wirkung des Anregungsstroms betrachtet und der Strahlstrom vernachlässigt werden.

Die genaue räumliche Verteilung der Ströme im Innenraum der Ferritringe ist für den Verlauf des Magnetfeldes in den Ringen irrelevant, solange die Anordnung rotationssymmetrisch ist. Die Ströme i_A und i_U lassen sich daher zu einem effektiven Strom i_{eff} zusammenfassen. Sei der effektive Strom i_{eff} harmonisch mit der Amplitude $\hat{i}_{eff} \ll I_V$ und der Frequenz f bzw. der Kreisfrequenz $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$. Seine komplexe Darstellung lautet dann:

$$\begin{aligned} i_{eff} &= i_A + i_U + i_{Strahl} \\ &= \hat{i}_{eff} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Abbildung 2.2 veranschaulicht die unterschiedlichen Ströme.

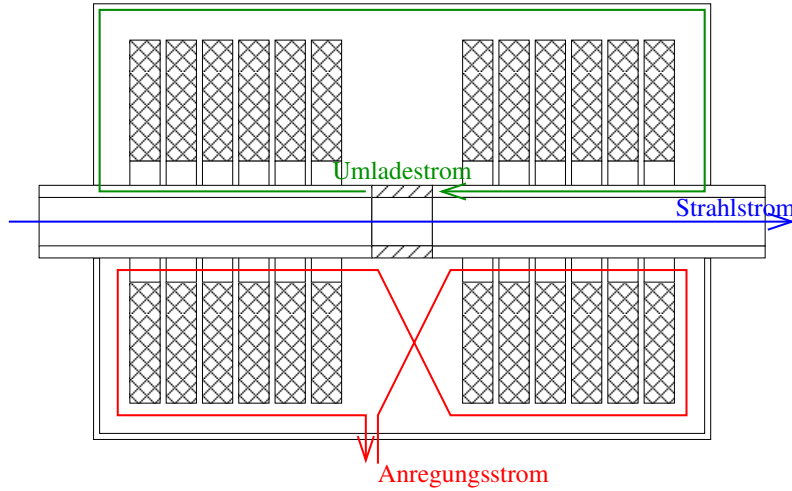


Abbildung 2.2.: Ströme in einer Ferritkern-Kavität (Prinzipdarstellung)

Für das magnetische Feld gelten folgende Gleichungen:

$$h_{RF} = K_H \cdot i_{eff} \quad (2.8)$$

$$b_{RF} = K_B \cdot i_{eff} \quad (2.9)$$

$$\phi_{RF} = K_\Phi \cdot i_{eff} \quad (2.10)$$

Der Gleichanteil aller Größen ist für den nachfolgend betrachteten Induktionsvorgang nicht relevant. Der hochfrequente Anteil ist linear proportional zum effektiven Strom; die Faktoren K_H , K_B und K_Φ enthalten die Orts- und Geometrieabhängigkeit, K_B und K_Φ außerdem die Abhängigkeit vom Vormagnetisierungsstrom. Der Faktor K_Φ hat die Dimension einer Induktivität und wird im Folgenden als **Kavitäteninduktivität** L_{Kav} bezeichnet:

$$L_{Kav} := K_\Phi \quad (2.11)$$

Für den Umladestrom gilt nach den Gleichungen 2.5 und 2.6:

$$\begin{aligned}
 i_U &= C_{Spalt} \cdot \frac{d}{dt} u_{Spalt} \\
 &= -C_{Spalt} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \Phi \\
 &= \omega^2 \cdot L_{Kav} \cdot C_{Spalt} \cdot i_{eff}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Der Umladestrom verstärkt den effektiven Strom also.

Unter Vernachlässigung des Strahlstroms gilt für den Anregungsstrom nach Gleichung 2.7:

$$\begin{aligned}
 i_A &\approx i_{eff} - i_U \\
 &= \left(1 - \omega^2 \cdot L_{Kav} \cdot C_{Spalt}\right) \cdot i_{eff} \\
 \Rightarrow i_{eff} &= \frac{i_A}{1 - \omega^2 \cdot L_{Kav} \cdot C_{Spalt}}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\Rightarrow i_{eff} = \frac{i_A}{1 - \omega^2 \cdot L_{Kav} \cdot C_{Spalt}} \tag{2.14}$$

Für die induzierte Spannung gilt somit:

$$\begin{aligned}
 u_{Spalt}(t) &= -\frac{d}{dt} \Phi \\
 &= -j \cdot \omega \cdot L_{Kav} \cdot i_{eff}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$= \frac{-j \cdot \omega \cdot L_{Kav}}{1 - \omega^2 \cdot L_{Kav} \cdot C_{Spalt}} \cdot i_A \tag{2.16}$$

Die Spannung ist gegenüber dem Anregungsstrom also um 90° phasenverschoben und eilt diesem nach. Ihre Amplitude beträgt:

$$\hat{u}_{Spalt} = \frac{\omega \cdot L_{Kav} \cdot \hat{i}_A}{1 - \omega^2 \cdot L_{Kav} \cdot C_{Spalt}} \tag{2.17}$$

Für die Spannung, die über einer Parallelschaltung aus einer Induktivität L_{Kav} und einer Kapazität C_{Spalt} abfällt, wenn diese Schaltung von dem Strom der Amplitude \hat{i}_A durchflossen wird, ergibt sich der gleiche Ausdruck wie in Gleichung 2.17. Diese Schaltung eignet sich also als elektrisches Ersatzschaltbild der Kavität. Es handelt sich um einen so genannten **Sperrkreis**; bei der Resonanzfrequenz ω_0 wird das Verhältnis zwischen Anregungsstrom und induzierter Spannung besonders groß:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_{Kav} \cdot C_{Spalt}} \tag{2.18}$$

Die auf die Teilchen wirkende beschleunigende Kraft ist proportional zur Beschleunigungsspannung, die zum Speisen der Kavität erforderliche Energie hängt aber vom Anregungsstrom ab. Man ist daher an einer möglichst hohen Beschleunigungsspannung bei möglichst geringem Anregungsstrom interessiert. Die Kavität sollte also stets bei ihrer Resonanzfrequenz betrieben werden; letztere kann über den Vormagnetisierungsstrom I_V beeinflusst werden (siehe Abschnitt 2.2.3). In dem in Gleichung 2.17 beschriebenen Idealfall ließe sich bei der Resonanzfrequenz jede beliebige Spannung mit vernachlässigbar kleinem Anregungsstrom erreichen. Das ist in der Praxis natürlich nicht der Fall. Zum Einen beruht die große magnetische Permeabilität des Ferritmaterials auf der Ausrichtung der magnetischen Momente der Atome und Elektronen entlang eines von außen vorgegebenen Felds. Dieser Ausrichtungsvorgang benötigt eine gewisse Zeit, so dass sich bei hochfrequent wechselnder Anregung eine frequenzabhängige Phasenverschiebung ergibt: Der magnetische Fluss eilt dem Anregungsstrom nach. Dieser Effekt kann in Gleichung 2.3 durch eine komplexe magnetische Permeabilität $\mu = \hat{\mu} \cdot e^{-j \cdot \psi}$ berücksichtigt werden. Die Faktoren K_B und K_Φ , welche die magnetische Permeabilität enthalten, sind dann ebenfalls komplex. Im elektrischen Ersatzschaltbild ergibt sich ein zusätzlicher Widerstand R_H im Zweig der Induktivität; dieser Widerstand repräsentiert die Hystereseverluste.

$$L_{Kav} := \Re \{ \underline{K}_\Phi \} \tag{2.19}$$

$$R_H := \Im \{ \omega \cdot \underline{K}_\Phi \} \tag{2.20}$$

Zum Anderen stellen die Wand des Strahlrohrs und das Metallgehäuse der Kavität einen ohm'schen Widerstand für den Umladestrom dar. Im elektrischen Ersatzschaltbild ergibt sich ein zusätzlicher Widerstand R_Ω im Zweig der Kapazität. Gemäß Abbildung 2.3 kann dieses Ersatzschaltbild in eine Parallelschaltung aus Widerstand R_p , Kapazität C_p und Induktivität L_p umgewandelt werden:

$$\underline{Z}_C = R_\Omega - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_{Spalt}},$$

$$\underline{Z}_L = R_H + j \cdot \omega \cdot L_{Kav} \quad (2.21)$$

$$\underline{Y}_{ges} = \underline{Z}_C^{-1} + \underline{Z}_L^{-1} \quad (2.22)$$

$$R_p = \Re \left\{ \underline{Y}_{ges} \right\}^{-1} \quad (2.23)$$

$$L_p = \Im \left\{ \lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{Y}_{ges} \cdot \omega \right\}^{-1} \quad (2.24)$$

$$C_p = \Im \left\{ \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\underline{Y}_{ges}}{\omega} \right\} \quad (2.25)$$

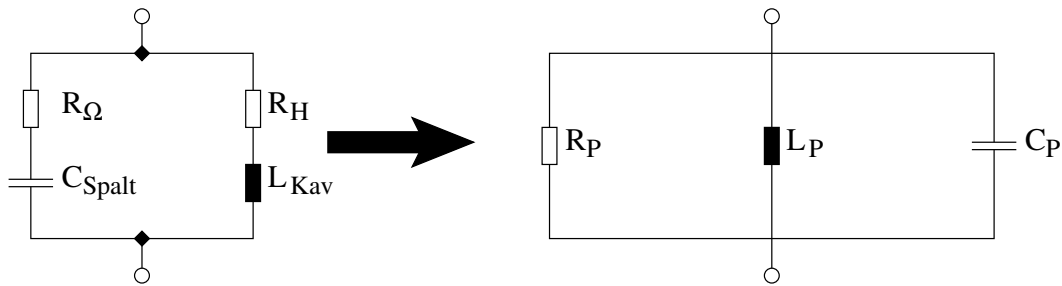


Abbildung 2.3.: Umformung des Kavitäten-Ersatzschaltbilds zum Parallelschwingkreis

Dieses Ersatzschaltbild gilt natürlich nur für Anregungsströme, die klein gegenüber dem Vormagnetisierungsstrom sind; es handelt sich also um ein **Kleinsignal-Ersatzschaltbild**.

In gleicher Weise wie der Anregungsstrom i_A erregt auch der Strahlstrom i_{Strahl} ein elektrisches Feld, das wiederum auf den Strahl zurückwirkt. Die Parameter der einzelnen Elemente im elektrischen Ersatzschaltbild (**Kavitätenimpedanz**) können aufgrund der Geometrie der Anordnung für die Erregung durch den Strahlstrom andere Werte annehmen als für die Erregung durch den Anregungsstrom. Das durch den Strahl selbst erregte Feld bremst die Teilchen im Strahl ab; dieser als **Beam Loading** bezeichnete Effekt ist unerwünscht. Die Kavität wirkt gewissermaßen als Impedanz im Strahlstrom [Wie07, S. 687ff.]. So lange der Strahlstrom klein gegenüber dem Anregungsstrom ist⁴, kann *beam loading* vernachlässigt werden.

Die hier verwendete Betrachtung der Kapazität, Induktivität und Impedanz der Kavität als diskrete Bauelemente und die damit einhergehende Vernachlässigung von Wellenausbreitungseffekten ist gerechtfertigt, wenn die Kavität kurz im Verhältnis zur Wellenlänge ist. Am *SIS18* ist das Strahlrohr nur auf einer Länge von 1,6 m von Ferritringen umgeben. Bei einer Betriebsfrequenz von 2,5 MHz beträgt die Wellenlänge 24 m [Kli10b] (durch den Einfluss des Ferritmaterials fällt die Wellenlänge größer aus als die Wellenlänge bei gleicher Frequenz im Vakuum). Somit beträgt die Länge des Ferritkernstapels weniger als 10% der Wellenlänge. Der durch die diskrete Darstellung verursachte Fehler gegenüber einem Wellenausbreitungsmodell beträgt ebenfalls unter 10% und ist damit vernachlässigbar [Kli10b].

2.2.2 Elektrisches Feld

Die Spannung, welche über dem Spalt einer Kavität von der in Abschnitt 2.2.1 erläuterten Bauart abfällt, verläuft näherungsweise harmonisch. Im Folgenden soll diese Spannung kurz als **Kavitätenspannung** bezeichnet werden.

⁴ Die Gesamtimpedanz einer Kavität des im *SIS18* verwendeten Typs beträgt bis zu etwa 5 kΩ [Har11, S. 46f.] und die minimale Spannung über dem Spalt 100 V, so dass der minimale Anregungsstrom ungefähr 20 mA beträgt. Im *SIS18* zirkulieren bis zu $2,6 \cdot 10^{10}$ $^{238}\text{U}^{78+}$ -Ionen [B F87, S. 2], die zusammen eine Ladung von $3,249 \cdot 10^{-7}$ C darstellen. Bei einer Umlauffrequenz von maximal etwa 2,7 MHz beträgt der zeitliche Mittelwert des Strahlstroms also 877,2 mA; da der Strahl gepulst ist, liegt der Spitzenstrom nochmals deutlich höher. Der Strahlstrom ist also nicht immer klein gegenüber dem Anregungsstrom, jedoch treffen die beiden Extreme (kleiner Anregungsstrom und hoher Strahlstrom) nur selten zusammen.

Die Kavität ist frequenzselektiv, so dass Oberwellen stark gedämpft werden. Aufgrund der vergleichsweise hohen Ströme kann der Anregungsstrom (und damit auch die Ausgangsspannung) nicht sprunghaft verändert werden.

Bei einem kurzen Spalt kann von einem homogenen Feld ausgegangen werden, welches vor und hinter dem Spalt verschwindet. In jedem Fall bleibt das Feld im Wesentlichen auf die Kavität beschränkt, da es sich aufgrund der in Abschnitt 2.3 genannten Effekte nicht im Strahlrohr ausbreiten kann.

Eine Kavität des in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Typs ist nur einige Meter, ihr Spalt nur einige Zentimeter lang. Bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit halten sich die Teilchen bei jedem Durchlauf nur jeweils einige Nanosekunden im Spalt auf und werden während dieser Zeit beschleunigt. Die Frequenz der Kavitätenspannung beträgt maximal einige Megahertz, ihre Periodendauer also stets über 100 ns. Der Momentanwert ihrer Phase ändert sich während des Durchflugs der Teilchen kaum. Folglich braucht die Änderung der Phase während des Durchflugs nicht berücksichtigt zu werden [Kli10b]. Stattdessen kann vereinfachend angenommen werden, dass die Teilchen die Kavität instantan durchfliegen und dabei an Energie gewinnen.

2.2.3 Steuerung

Die Resonanzfrequenz der Kavität kann indirekt über den Vormagnetisierungsstrom I_V beeinflusst werden. Der Vormagnetisierungsstrom ist sehr viel größer als der Anregungsstrom; beispielsweise beträgt er bei den im *SIS18* verwendeten Kavitäten bei einer Resonanzfrequenz von 5 MHz 528 A. Der Gleichanteil H_V der magnetischen Feldstärke hängt direkt und linear von I_V ab. Da der Ferritwerkstoff eine ausgeprägte Hysterese aufweist, hängt die magnetische Permeabilität und damit die magnetische Flussdichte B_V nichtlinear von H_V ab. Im Arbeitspunkt, der durch die magnetische Feldstärke H_V definiert wird, hat das Material die **differenzielle Permeabilität** μ_Δ . Diese ist folgendermaßen definiert: Wenn die magnetische Feldstärke ausgehend vom Arbeitspunkt um den Betrag $2 \cdot \Delta H \ll |H_V|$ verringert wird, führt das zu einer Verringerung der magnetischen Flussdichte um den Betrag $2 \cdot \Delta B$. Eine erneute Erhöhung der Feldstärke bewirkt eine Rückkehr in den Arbeitspunkt. Periodische Änderungen der Feldstärke bewirken, dass der Werkstoff einer lokalen Hysteresekurve folgt, deren Wendepunkt der Arbeitspunkt ist [Kli10b].

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (2.26)$$

$$\lim_{\Delta H \rightarrow 0} \mu_\Delta = \frac{dB}{dH} \quad (2.27)$$

Abbildung 2.4 (entnommen aus [Kli10b]) veranschaulicht diese Zusammenhänge.

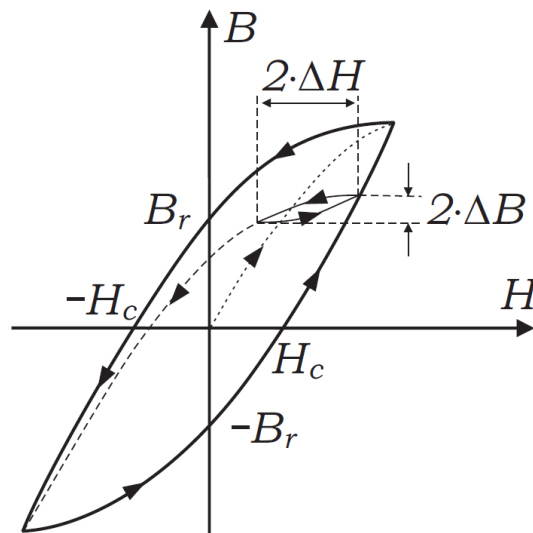


Abbildung 2.4.: Hystereseschleife [Kli10b]

Mit zunehmendem Vormagnetisierungsstrom nimmt die magnetische Feldstärke zu und die differenzielle Permeabilität μ_Δ ab (siehe Abbildung 2.4). Somit verringert sich im Kleinsignal-Ersatzschaltbild der Kavität (siehe Abbildung 2.3 in Abschnitt 2.2.1) die Induktivität, und die Resonanzfrequenz der Kavität wird erhöht. Ein kleiner

Vormagnetisierungsstrom entspricht also einer niedrigen Resonanzfrequenz und ein großer Vormagnetisierungsstrom einer hohen Resonanzfrequenz.

An einem kapazitiven Spannungsteiler [Har11, S. 15ff.] kann eine Kleinspannung abgegriffen werden, welche proportional zu der über dem Spalt der Kavität abfallenden Spannung ist.

Wird eine Kavität für den Betrieb des Synchrotrons längere Zeit nicht benötigt, so kann mittels eines Relais⁵ [Kli10b], welches innerhalb von etwa 15 ms [Dir06, S. 68; Dir09, S. 85] anzieht bzw. abfällt, ihr Keramikspalt kurzgeschlossen werden. Während eines Beschleunigungszyklus kann der Keramikspalt einer Kavität außerdem mittels eines Halbleiter-Leistungsschalters⁶ [FAIR-BTR, S. 419] innerhalb von 1 μ s [Dir06, S. 68; Dir07, S. 74; Dir08, S. 91; Dir09, S. 86] kurzgeschlossen werden. Auf diese Weise entfällt die Impedanz, welche die Kavität für den Strahlstrom darstellt, d. h. dieser erregt kein Feld in der Kavität, welches den Strahl stören könnte.

Auf die Regelung der Resonanzfrequenz und der Amplitude der Spannung über dem Spalt einer Kavität wird in den Kapiteln 4.1.4.2 und 4.1.4.3 im Detail eingegangen.

2.3 Elektromagnetische Felder in einem Synchrotron

Das Faraday'sche Induktionsgesetz besagt, dass — in Abwesenheit eines zeitlich veränderlichen magnetischen Flusses — das Integral der elektrischen Feldstärke entlang einer geschlossenen Kurve Null ist:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.28)$$

Die magnetischen Felder, welche die in einem Synchrotron zirkulierenden Teilchen auf einer geschlossenen Bahn halten (siehe Abschnitt 2.5.2), verändern sich nur vergleichsweise langsam; die zeitliche Ableitung des magnetischen Flusses, der durch die vom Synchrotron eingeschlossene Fläche hindurchtritt, ist daher vernachlässigbar klein [W P93]. Die Kraft, welche ein elektrisches Feld auf ein elektrisch geladenes Teilchen mit der Ladung q ausübt, ist linear proportional zu Ladung und Feldstärke:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (2.29)$$

An einem Teilchen auf einer geschlossenen Bahn verrichtet ein konstantes elektrisches Feld im zeitlichen Mittel also keine Arbeit und das Teilchen erfährt somit auch keine Beschleunigung. Aus diesem Grund ist in einem Kreisbeschleuniger eine Beschleunigung durch zeitlich konstante elektrische (elektrostatische) Felder nicht möglich.

Zeitlich veränderliche elektrische Ströme konzentrieren sich stets an der Außenseite des jeweiligen Leiters. Die Stromdichte nimmt im Leitungsinnen exponentiell mit der Entfernung von der Oberfläche ab, und zwar um so schneller, je höher die Frequenz des Stroms ist. Der Grund dafür ist, dass der Ladungstransport im Inneren des Leiters von Gegenströmen behindert wird, die von den Strömen an der Außenseite induziert werden. Dies bezeichnet man als **Skineffekt**. Innen- und Außenseite eines Hohlleiters sind durch den Skineffekt voneinander isoliert [W P93].

Eine elektromagnetische Welle muss mindestens eine gewisse Frequenz besitzen, um sich innerhalb eines Hohlleiters ausbreiten zu können. Diese Grenzfrequenz ist von den Abmessungen des Hohlleiters abhängig. Die Rohre, innerhalb derer der Strahl geführt wird, besitzen eine Grenzfrequenz, die über der Frequenz der beschleunigenden Spannung liegt. Auf diese Weise sind zwei benachbarte Kavitäten voneinander isoliert, da das HF-Feld einer Kavität die andere nicht erreichen und somit auch nicht beeinflussen kann [W P93].

Da die Innenseite einer Kavität von ihrer Außenseite und die einzelnen Kavitäten voneinander isoliert sind, ergeben sich bei Kreisbeschleunigern weit weniger hohe Anforderungen an die elektrische Isolierung der Beschleunigungskavitäten als beispielsweise bei Linearbeschleunigern. Bei letzteren begrenzt die praktische Realisierbarkeit die Beschleunigungsspannung auf maximal einige Megavolt [W P93]. Da diese nur einmal durchlaufen wird, ist auch die erreichbare Teilchenenergie begrenzt. Bei einem Kreisbeschleuniger dagegen kann eine niedrigere und somit leichter (mit geringerem Aufwand für die elektrische Isolierung) beherrschbare Beschleunigungsspannung (10–100 kV pro Kavität) gewählt werden [W P93]. Die Teilchen können die Kavität (oder auch mehrere Kavitäten) beliebig oft durchlaufen, wobei die jedesmal gewonnene Energie sich mit der Zeit zu beliebig hohen Energien aufsummieren kann. Der begrenzende Faktor ist bei Kreisbeschleunigern die Stärke des Magnetfelds, welches benötigt wird, um die Teilchen auf ihre Bahn zu zwingen [Wie07, S. 86].

⁵ englisch *gap relay*

⁶ englisch *fast semiconductor radio frequency gap switch*

2.4 Messung von Strahlage und Strahlstrom

Zur Regelung des Strahls ist es erforderlich, dessen Parameter messen zu können. Für die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Regelsysteme ist besonders der zeitliche Verlauf des Strahlstroms relevant.

Die transversale Lage des Strahls innerhalb des Strahlrohrs wird durch **Strahllagesensoren**⁷ erfasst. Dabei handelt es sich um im Strahlrohr angeordnete Elektroden. Der Strahl besteht aus geladenen Teilchen (Ionen); deren elektrisches Feld bewirkt, dass sich auf den Elektroden eine **Spiegelladung** bildet. Aus der daraus resultierenden Potentialdifferenz zwischen mehreren (z. B. paarweise angeordneten) Elektroden im Strahlrohr kann — bei bekannter Geometrie der Anordnung — die Position des Strahls im Strahlrohr errechnet werden [Smi96]. Eine zeitliche Veränderung (beispielsweise das Pulsieren des Strahlstroms eines gebunchten Strahls) des Strahlstroms (oder der Strahlage) führt außerdem zu einem Umladestrom, welcher den Elektroden zu- oder abfließt.

Anhand der Elektrodenform und -Anordnung unterscheidet man zahlreiche verschiedene Bauarten von Strahllagesensoren [For11, S. 78ff.]. Bei den an der GSI verwendeten Sensoren handelt es sich um so genannte **Shoebox Pick-Ups** [For11, S. 88f.; FAIR-BTR, S. 442]. Bei dieser Bauart umschließen die diagonal geteilten Elektroden den Strahl wie ein an den Stirnseiten offener Kasten. Die Potentialdifferenz zwischen den beiden Elektroden ist proportional zur Abweichung der Strahlage vom Zentrum [For11, S. 89]. Abbildung 2.5 zeigt die prinzipielle Anordnung.

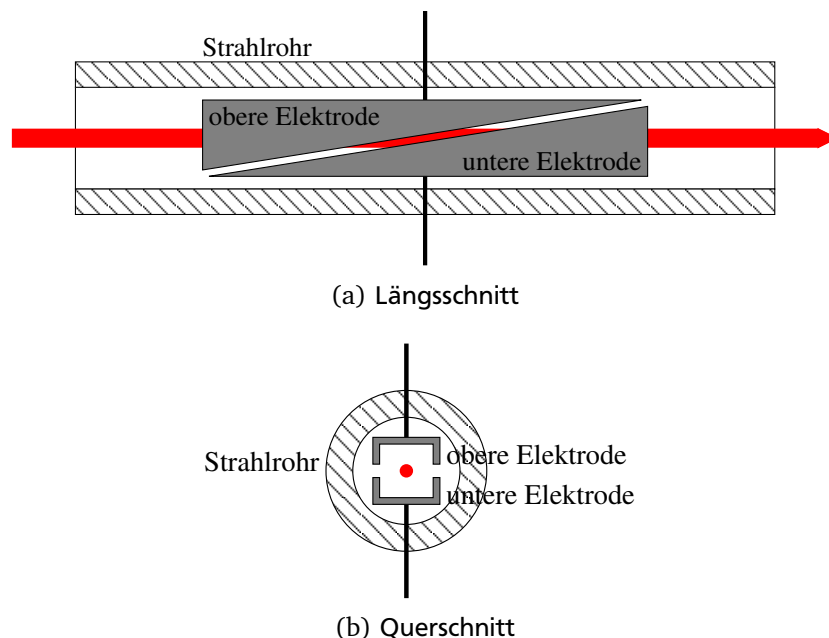


Abbildung 2.5.: „Shoebox“-Strahllagesensor (vereinfachte Prinzipdarstellung)

Die Ladung auf den Elektroden erzeugt ihrerseits ein Feld, welches auf den Strahl zurückwirkt. Ebenso wie die Kavitäten wirken also auch die Strahllagesensoren als Impedanzen für den Strahlstrom [Wie07, S. 650ff, S. 674].

Eine andere Möglichkeit, den Strahlstrom zu messen, sind **Strahltransformatoren**⁸ [For11, S. 10ff.]. Dabei handelt es sich um einen Transformator, dessen „Primärwicklung“ der Strahl selbst ist; die in der Sekundärwicklung induzierte Spannung ist proportional zur zeitlichen Veränderung des Strahlstroms. Die Anordnung gleicht einer Kavität (siehe Abschnitt 2.2) und zählt deshalb zu den so genannten **kavitätenähnlichen Strukturen**⁹ [Wie07, S. 687ff.], die ebenfalls Impedanzen für den Strahlstrom darstellen.

2.5 Beschleunigung geladener Teilchen

Im Folgenden soll zunächst ein einzelnes Teilchen betrachtet werden. Im Fall mehrerer Teilchen treten zusätzliche Wechselwirkungen zwischen diesen auf, beispielsweise durch die **Coulomb-Abstoßung**. Diese Effekte sind

⁷ englisch *beam position monitor*

⁸ englisch *beam current transformer*

⁹ englisch *cavity-like structures*

jedoch im Vergleich zu den nachfolgend beschriebenen schwach; außerdem wirken ihnen Einrichtungen wie die in Abschnitt 2.1 beschriebenen magnetischen „Linsen“ [Wie07, S. 122ff., S. 237ff.] entgegen, die jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind.

Unter der in Abschnitt 2.2.2 begründeten Annahme, dass der Durchgang eines Teilchens durch eine Kavität nur vernachlässigbar wenig Zeit in Anspruch nimmt, hängt die Energiezunahme ΔW beim Passieren der Kavität nur vom Momentanwert $u(t)$ der Kavitätsspannung und der Ladung q jedes Teilchens ab:

$$\Delta W = q \cdot u(t) \quad (2.30)$$

Abweichungen von obiger Annahme können durch einen **Transitzeitfaktor**¹⁰ berücksichtigt werden. Bei den verwendeten recht kurzen Ferritkernkavitäten hat dieser jedoch stets einen Wert von ≈ 1 und kann vernachlässigt werden [Kli10b].

Der Momentanwert $u(t)$ der Kavitätsspannung ergibt sich jeweils aus der Amplitude \hat{u} und dem Momentanwert $\varphi(t)$ der Phase derselben:

$$u(t) = \hat{u}(t) \cdot \sin(\varphi(t)) \quad (2.31)$$

Sind in einem Synchrotron mehrere Kavitäten angeordnet, so addieren sich die Energiegewinne.

2.5.1 Relativistische Effekte

Da die Teilchen im Falle des *SIS100* bereits mit einer Geschwindigkeit injiziert werden, die ca. 40% der Lichtgeschwindigkeit entspricht, und bis zu Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden, müssen relativistische Effekte unbedingt berücksichtigt werden. Die **Lorentz-Transformation** überführt die Größen der Newton'schen (nicht-relativistischen) Mechanik in ihre relativistischen Äquivalente. Der bei Geschwindigkeiten weit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit vernachlässigbare¹¹ **Lorentz-Faktor** γ ist dabei von großer Bedeutung:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} \quad (2.32)$$

Statt der Geschwindigkeit v , die unhandliche Werte annimmt, wird häufig deren Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit c_0 angegeben:

$$\beta = \frac{v}{c_0} \quad (2.33)$$

Der relativistische Impuls eines Teilchens mit der Ruhemasse m_R und der Geschwindigkeit v ergibt sich zu

$$p = \gamma \cdot m_R \cdot v \quad (2.34)$$

und seine relativistische Gesamtenergie zu

$$W = \gamma \cdot m_R \cdot c_0^2. \quad (2.35)$$

Die kinetische Energie W_{kin} ergibt sich als Differenz aus der Gesamtenergie und der Ruheenergie W_R :

$$\begin{aligned} W_R &= m_R \cdot c_0^2 \\ \Rightarrow W_{kin} &= (\gamma - 1) \cdot m_R \cdot c_0^2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

¹⁰ englisch *transit time factor*

¹¹ Für $v \ll c_0$ ist $\gamma \approx 1$.

2.5.2 Geschlossene Flugbahnen

Damit die zu beschleunigenden Teilchen mehrfach dieselben Beschleunigungskavitäten durchlaufen und dabei immer weiter beschleunigt werden, müssen sie auf eine geschlossene Flugbahn gebracht werden. Dies geschieht durch magnetische Felder. Auf ein Teilchen mit der Ladung q und der Geschwindigkeit v wirkt in einem Magnetfeld mit der Flussdichte B die (Lorentz-Kraft) $\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$. Auf ein Teilchen mit der Masse m wirkt auf einer Kreisbahn mit Radius r die **Zentrifugalkraft** $\vec{F}_Z = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$, wobei $\omega = \frac{v}{r}$ die Kreisfrequenz ist. Die Geschwindigkeitskomponenten quer zum Strahlrohr sind gegenüber der in Längsrichtung vernachlässigbar klein. Ferner kann angenommen werden, dass die verwendeten Dipolmagnete hinreichend genau ausgerichtet sind und ihr Feld näherungsweise homogen ist. Da das Magnetfeld senkrecht zur Flugrichtung steht, steht die Lorentz-Kraft senkrecht zu beiden und der Bahnradius ist konstant. Für die Beträge beider Kräfte gilt dann:

$$F_L = q \cdot v \cdot B \quad (2.37)$$

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (2.38)$$

Bei relativistischen Geschwindigkeiten beträgt die Masse m das γ -fache der Ruhemasse m_R (siehe Abschnitt 2.5.1). Bei konstanter Geschwindigkeit und konstantem Bahnradius heben sich beide Kräfte gegenseitig auf ($F_L = F_Z$). Der Bahnradius ist baulich vorgegeben und beträgt beim *SIS18* 10,00 m, beim *SIS100* 47,36 m. Daraus folgt, dass für die magnetische Flussdichte B gelten muss:

$$B = \frac{\beta \cdot \gamma \cdot m_R \cdot c_0}{q \cdot r} \quad (2.39)$$

2.5.3 Synchrotron-Prinzip

Die Umlauffrequenz f_U eines Teilchens ergibt sich aus seiner Geschwindigkeit und der Bahnlänge L :

$$f_U = \frac{v}{L} = \frac{\beta \cdot c_0}{L} \quad (2.40)$$

Die Bahnlänge ist größer als das $2 \cdot \pi$ -fache des Bahnradius, da sich gerade und gekrümmte Abschnitte abwechseln (siehe Kapitel 2.1).

Ist die Frequenz der Beschleunigungsspannung gleich der Umlauffrequenz f_U eines Teilchens oder ein ganzzahliges Vielfaches derselben, so ist der Momentanwert ihrer Phase bei jedem Durchflug durch eine Kavität gleich. Ist die Amplitude der Beschleunigungsspannung konstant, so ist unter vorstehender Annahme ihr Momentanwert ebenfalls konstant. In Gleichung 2.30 verschwindet die Zeitabhängigkeit. Hat die Beschleunigungsspannung die Frequenz $h \cdot f_U$, $h \in \mathbb{N}$, so bezeichnet man h als **Harmonischenzahl**; für die Frequenz f_{HF} des HF-Felds gilt im Idealfall $f_{HF} = h \cdot f_U$.

Um während eines Beschleunigungsvorgangs die Bedingung $f_{HF} = h \cdot f_U$ zu erfüllen, muss die Frequenz des HF-Felds kontinuierlich nachgeführt werden. Gemäß Gleichung 2.39 ist auch die magnetische Flussdichte abhängig von der Geschwindigkeit der Teilchen.

Weicht ein Teilchen deutlich von den genannten Bedingungen ab, so hat die von ihm im vorgegebenen magnetischen Feld beschriebene Flugbahn einen anderen Radius. Im Laufe der Zeit driftet es daher von der vorgesehenen Flugbahn weg und schlägt schließlich in die Wand des Strahlrohrs ein. Insofern wirkt das Synchrotron als eine Art Energie-Spektrometer. Kleinere Abweichungen können kurzzeitig vorkommen (siehe Abschnitt 2.5.7).

2.5.4 Zeitdiskrete Tracking-Gleichungen für den synchronen Fall

Die vereinfachende Annahme, dass sich die Energie eines Teilchens und somit seine Geschwindigkeit beim Passieren einer Kavität instantan erhöht, führt zu einer zeitdiskreten Beschreibung der Teilchenbewegung, den so genannten Tracking-Gleichungen:

Zum Zeitpunkt t_0 habe das Teilchen die kinetische Energie W_0 , die der Geschwindigkeit v_0 entspricht. Wenn Gleichung 2.39 stets exakt erfüllt ist, dann hat die geschlossene Flugbahn des Teilchens einen konstanten Umfang L .

Der Aufenthaltsort des Teilchens ist durch seine Entfernung z von einem beliebigen Referenzpunkt entlang seiner Flugbahn eindeutig spezifiziert. Zum Zeitpunkt t_0 sei $z = z_0$. An den Orten $z_1 < z_2 < \dots < z_n$, $z_0 < z_1$, $z_N < L$ befinden sich N Beschleunigungskavitäten. Die Spannungen, welche über den Spalten der Kavitäten abfallen, haben die Amplitude $\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots$ und die Phase $\varphi_1, \varphi_2, \dots$. Das Teilchen erreicht die k -te Kavität zum Zeitpunkt t_k und gewinnt darin die Energie ΔW_k . Für $k = 1, 2, \dots$ gilt:

$$t_k = t_{k-1} + \frac{z_k - z_{k-1}}{v_{k-1}} \quad (2.41)$$

$$\Delta W_k = \hat{u}_k(t_k) \cdot \sin(\varphi_k(t_k)) \quad (2.42)$$

$$W_k = W_{k-1} + \Delta W_k \quad (2.43)$$

$$\gamma_k = 1 + \frac{W_k}{m_R \cdot c_0^2} \quad (2.44)$$

$$\beta_k = \sqrt{1 - \gamma_k^{-2}} \quad (2.45)$$

$$v_k = \beta_k \cdot c_0 \quad (2.46)$$

2.5.5 Quasi-Kontinuität

In der vorliegenden Arbeit werden schwere Ionen betrachtet, deren Ladung deutlich unter 100 Elementarladungen beträgt. Die über dem Spalt jeder einzelnen Kavität abfallende Beschleunigungsspannung beträgt maximal einige 10 kV. Der Energiegewinn beim Durcheilen einer Kavität beträgt somit maximal einige 100 keV. Im Vergleich dazu beträgt die Gesamtenergie eines Teilchens anfangs einige 10 GeV bzw. einige 100 MeV pro Nukleon. Der Energiegewinn ΔW bei jedem Durchlauf ist also klein gegenüber der Gesamtenergie W :

$$|\Delta W| \ll |W| \quad (2.47)$$

Im Laufe eines Beschleunigungszyklus werden die Teilchen auf eine Gesamtenergie von einigen 100 GeV bzw. einige Giga-Elektronenvolt pro Nukleon beschleunigt. Das nimmt zig- oder hunderttausende Umläufe in Anspruch. Bei einem Umfang des Beschleunigers von etwa einem Kilometer und einer Teilchengeschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit¹² dauert ein Umlauf einige Mikrosekunden. Der gesamte Beschleunigungszyklus dauert also einige 100 ms. Die Dauer Δt eines Umlaufs ist also klein gegenüber der Zeitkonstante T , mit der sich die Teilchenenergie ihrem Endwert nähert:

$$\Delta t = \frac{L}{v} \ll T \quad (2.48)$$

Der Differenzenquotient $\frac{\Delta W}{\Delta t}$ nähert sich daher dem Differentialquotienten $\frac{dW}{dt}$ an, und das System kann als **quasikontinuierlich** bezeichnet werden.

Die zeitdiskrete Beschreibung der Teilchenbewegung (Gleichungen 2.41 bis 2.46) ist von der räumlichen Anordnung der Kavitäten entlang des Synchrotrons abhängig. Diese explizite Abhängigkeit entfällt in der zeitkontinuierlichen Beschreibung. Die Position jeder einzelnen Kavität beeinflusst jedoch den Momentanwert der Phase ihrer Kavitätenspannung. Der Übergang zu der vorstehend begründeten kontinuierlichen Darstellung ist nur möglich, wenn sich die Geschwindigkeit eines Teilchens während eines Umlaufs kaum verändert. Bei gegebener Umlauffrequenz f_U trifft das Teilchen an der k -ten Kavität um Δt_k später ein als an der $(k-1)$ -ten Kavität:

$$\Delta t_k = \frac{z_k - z_{k-1}}{L \cdot f_U} \quad (2.49)$$

Hierbei gibt z_k wie in Gleichung 2.41 auch den Ort entlang der Flugbahn an, an welchem sich die k -te Kavität befindet. Bei bekannter Frequenz f_{HF} kann diese Zeitdifferenz direkt in eine Phasendifferenz $\Delta \varphi_k$ umgerechnet werden:

$$\Delta \varphi_k = 2 \cdot \pi \cdot f_{HF} \cdot \Delta t_k \quad (2.50)$$

Damit ein Teilchen in der k -ten Kavität denselben Momentanwert der Phase „antrifft“ wie in der $(k-1)$ -ten Kavität, muss die Spannung der k -ten Kavität derjenigen der $(k-1)$ -ten um $\Delta \varphi_k$ nacheilen. Unter Berücksichtigung dieses

¹² $c_0 = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Korrekturterms lässt sich die longitudinale Teilchenbewegung so beschreiben, als ob es nur eine Kavität gäbe, deren Beschleunigungsspannung gleich der Vektorsumme aller Kavitätenspannungen im Synchrotron ist. Die Anzahl der Kavitäten und deren Position spielen dann nur noch bei der Berechnung der Vektorsumme eine Rolle, nicht aber bei der weiteren Beschreibung der Teilchenkinematik.

Für die Berechnung der Vektorsumme gelten folgende Gleichungen:

$$u_{eff}(t) = \hat{u}_{eff}(t) \cdot \sin(\varphi_{eff}(t)) \quad (2.51)$$

$$\hat{u}_{eff}(t) = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{N_{Kav}} \hat{u}_k(t) \cdot \sin(\varphi_k(t))\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{N_{Kav}} \hat{u}_k(t) \cdot \cos(\varphi_k(t))\right)^2} \quad (2.52)$$

$$\varphi_{eff}(t) = \arctan\left(\frac{\sum_{k=1}^{N_{Kav}} \hat{u}_k(t) \cdot \sin(\varphi_k(t))}{\sum_{k=1}^{N_{Kav}} \hat{u}_k(t) \cdot \cos(\varphi_k(t))}\right) \quad (2.53)$$

N_{Kav} ist hierbei die Anzahl der Kavitäten. Die Vektorsumme der Kavitätenspannungen soll im Folgenden als **wirksame Beschleunigungsspannung** bezeichnet werden. Diese Bezeichnung soll daran erinnern, dass der Betrag der Vektorsumme höchstens gleich der Summe der Beträge der Kavitätenspannungen sein kann, meist jedoch (aufgrund von Phasendifferenzen zwischen den Kavitäten) darunter liegen wird.

2.5.6 Synchrone Phase

Der Momentanwert der Phase der Beschleunigungsspannung, welche ein Teilchen in der Kavität oder den Kavitäten „antrifft“, wird als die **Strahlphase** bezeichnet. Eine Strahlphase von 0 bedeutet, dass das Teilchen die Kavität zum Zeitpunkt des Nulldurchgangs der Kavitätenspannung durchheilt und somit keine Beschleunigung erfährt. Eine positive Strahlphase führt zur Beschleunigung, eine negative zur Abbremsung des Teilchens. Im Folgenden wird die Strahlphase stets auf die in Abschnitt 2.5.5 eingeführte wirksame Beschleunigungsspannung bezogen. Ist die Harmonischenzahl $h = 1$, also $f_{HF} = f_U$, so entspricht die Strahlphase der Phasendifferenz zwischen dem (verallgemeinerten) Azimuthwinkel $2 \cdot \pi \cdot \frac{z}{L}$ des Teilchens entlang seiner Flugbahn und der wirksamen Beschleunigungsspannung, für $h > 1$ der Phasendifferenz zwischen dem h -fachen Azimuthwinkel und der wirksamen Beschleunigungsspannung. In der Literatur (z. B. [Kli+07], [Wie07, S. 209] findet man bisweilen die Formulierung, das Teilchen „befinde“ sich an der Strahlphase.

Unter Verwendung der Gleichungen 2.30 und 2.48 gilt für die zeitliche Ableitung der Teilchenenergie gemäß Abschnitt 2.5.5:

$$\dot{W} = \frac{\Delta W}{\Delta T} = \frac{q \cdot \hat{u} \cdot \sin(\varphi) \cdot \beta \cdot c_0}{L} \quad (2.54)$$

Leitet man auch Gleichung 2.39 nach der Zeit ab, setzt Gleichung 2.54 ein und löst nach dem Momentanwert der Phase φ auf, so erhält man folgende Bedingung:

$$\varphi = \varphi_{syn} = \arcsin\left(\frac{L \cdot r \cdot \dot{B}}{\hat{u}}\right) \quad (2.55)$$

φ_{syn} ist dabei die **synchrone Phase**; das ist die Strahlphase, welche das Teilchen haben muss, um genau so viel Energie zu gewinnen, dass seine Umlauffrequenz weiterhin synchron zur Frequenz der Beschleunigungsspannung ist. Diese Frequenz ist — wie bereits erwähnt — eine Funktion der magnetischen Flussdichte.

Ein Teilchen, dessen Phase in Bezug auf die Beschleunigungsspannung der synchronen Phase entspricht, folgt genau dem von außen vorgegebenen Beschleunigungsverlauf, der so genannten **Beschleunigungsrampe**.

Da die Arkussinusfunktion nur für Argumente im Bereich $[-1; +1]$ reelle Lösungen besitzt, ergibt sich als zusätzliche Bedingung:

$$\left|\frac{L \cdot r \cdot \dot{B}}{\hat{u}}\right| \leq 1 \quad (2.56)$$

Bei gegebenem Verlauf der magnetischen Flussdichte B wird daraus eine Bedingung für die Amplitude der Beschleunigungsspannung. Da L und r positive Konstanten sind und auch die Amplitude \hat{u} der Beschleunigungsspannung definitionsgemäß nicht negativ sein kann, gilt:

$$\hat{u} \geq L \cdot r \cdot |\dot{B}| \quad (2.57)$$

Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, dann ist es unmöglich, dass irgendein Teilchen dem vorgegebenen Beschleunigungsverlauf folgen kann. Die zur Beschleunigung erforderliche Energie muss von außen in Form Beschleunigungsspannung zur Verfügung gestellt werden, letztere wäre aber in diesem Fall unzureichend.

2.5.7 Abweichungen vom synchronen Betrieb

Ein Teilchen, dessen Strahlphase der in Abschnitt 2.5.6 definierten synchronen Phase entspricht und auch die weiteren, in den Abschnitten 2.5.2 und 2.5.3 genannten Bedingungen erfüllt, wird als **synchrones Teilchen** bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit werden vor allem Teilchen betrachtet, welche davon abweichen. Das synchrone Teilchen ist vor allem als (fiktive) Referenz von Bedeutung.

2.5.7.1 Der Phasenraum

Betrachtet man ausschließlich die **longitudinale** Teilchendynamik, kann sich der Aufenthaltsort eines Teilchens nur in einer Dimension, nämlich längs der Bewegungsrichtung, von dem des synchronen Teilchens unterscheiden. Seitliche (horizontale oder vertikale) Abweichungen sind ohnehin nur in sehr geringem Maße technisch möglich (siehe Abschnitte 2.5.2 und 2.5.3). Unabhängig davon und zusätzlich kann auch die kinetische Energie abweichen. Insgesamt ergibt sich ein zweidimensionaler Zustandsraum, der von der Phasenabweichung $\Delta\varphi$ und der Energieabweichung ΔW aufgespannt wird und dessen Mittelpunkt ($\Delta\varphi = 0$, $\Delta W = 0$) das synchrone Teilchen bildet. In der Literatur findet man auch andere äquivalente Darstellungen, in welchen die Phasen- durch eine Zeitabweichung und/oder die Energie- durch eine Impuls-, Frequenz- oder Geschwindigkeitsabweichung ersetzt wird. Dieser Zustandsraum wird **Phasenraum** genannt.

2.5.7.2 Impulsverdichtung, Phasenschlupf, Transition

Die Stärke der magnetischen Felder in einem Synchrotron muss stets so gewählt sein, dass das synchrone Teilchen der Soll-Flugbahn folgt (siehe Abschnitt 2.5.2). Ein Teilchen mit einer Energie, die von jener des synchronen Teilchens abweicht, folgt einer anderen Flugbahn, die länger oder kürzer als die Soll-Flugbahn sein kann. Der **Impulsverdichtungs faktor**¹³ α setzt die Verlängerung oder Verkürzung des Flugbahnumfangs ins Verhältnis zur Abweichung des Impulses eines Teilchens von dem des synchronen Teilchens [Wie07, S. 187f.]:

$$\frac{\Delta L}{L_{soll}} = \alpha \cdot \frac{\Delta p}{p_{syn}} \quad (2.58)$$

Dabei ist L_{soll} die Länge der Sollflugbahn und ΔL die Abweichung der Länge der Flugbahn des betrachteten Teilchens. p_{syn} ist der Impuls des synchronen Teilchens und Δp die Abweichung davon.

Gleichzeitig ändert sich mit dem Impuls eines Teilchens auch seine Geschwindigkeit. Dabei treten bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit relativistische Effekte auf, d. h. ein Zugewinn an Energie führt vor allem zu einer Massenzunahme und weniger zu einer Geschwindigkeitserhöhung. Für sehr kleine Abweichungen vom synchronen Teilchen kann der Zusammenhang zwischen Teilchenimpuls und Umlaufzeit linearisiert werden. Größere Abweichungen können aufgrund der „Spektrometer“-Wirkung (siehe Abschnitt 2.5.3) ohnehin nicht toleriert werden. Die Linearisierung im (durch den Lorentzfaktor γ eindeutig bestimmten) Arbeitspunkt führt zum **Phasenschlupf faktor**¹⁴ η , der folgendermaßen definiert ist:

$$\frac{\Delta T_U}{T_{U,syn}} = \eta \cdot \frac{\Delta p}{p_{syn}} \quad (2.59)$$

¹³ engl. *momentum compaction factor*

¹⁴ engl. *phase slip factor*

Dabei ist $T_{U, syn}$ die Zeit, die das synchrone Teilchen für einen Umlauf benötigt, und ΔT_U die Abweichung des betrachteten Teilchens davon. Der Phasenschlupffaktor berechnet sich zu

$$\eta = \alpha - \frac{1}{\gamma^2}. \quad (2.60)$$

Der Impulsverdichtungsfaktor ist unter anderem von der Geometrie des Beschleunigers abhängig [Wie07, S. 217] und lässt sich außer in trivialen Fällen nur numerisch berechnen [J L84]. Er kann auch während des Betriebs des Beschleunigers durch geeignete Ansteuerung der magnetischen Linsen verändert werden [FAIR-BTR, S. 363f.]. In dieser Arbeit wird stets davon ausgegangen, dass $\alpha > 0$ ist, energetischere Teilchen also einen längeren Weg zurücklegen. In Linearbeschleunigern ist $\alpha = 0$; durch geeignete Wahl der Beschleunigergeometrie und der Anordnung der magnetischen Linsen kann $\alpha \leq 0$ gewählt werden [Wie07, S. 376].

Bei einem Lorentzfaktor unterhalb von $\gamma_T = \sqrt{\alpha^{-1}}$ ist $\eta < 0$, d. h. ein energetischeres Teilchen benötigt weniger Zeit für einen Umlauf als eines mit geringerer Energie, weil die Geschwindigkeitszunahme die Verlängerung der Flugbahn überwiegt. Bei einem Lorentzfaktor oberhalb von γ_T dagegen ist $\eta > 0$, d. h. ein weiterer Zugewinn an Energie führt vor allem zu einer Massenzunahme der Teilchen und weniger zu einer Geschwindigkeitserhöhung. Die Verlängerung der Flugbahn überwiegt die Geschwindigkeitszunahme und es ergibt sich die etwas unintuitive Situation, dass ein Teilchen mit höherer Energie mehr Zeit für einen Umlauf benötigt als ein Teilchen mit geringerer Energie. Dieser Effekt wird als **Transition** und die Energie, welche dem Lorentzfaktor γ_T entspricht, als **Transitionsenergie** bezeichnet. Aus regelungstechnischer Sicht ist das so genannte *transition crossing*, also der Übergang von Energien unterhalb der Transition zu solchen oberhalb, schwierig, weil dabei in der mathematischen Beschreibung der Kinematik von Teilchen, welche vom synchronen Teilchen abweichen, einige Vorzeichenwechsel stattfinden [K J84]. Im *SIS18* würde die Transition für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen bei $\gamma = \gamma_T \approx 5,45$ eintreten, im *SIS100* bei $\gamma = \gamma_T \approx 15,63$. Allerdings werden beide Synchrotrons im Allgemeinen unterhalb ($\gamma < \gamma_T$) der Transition betrieben, weshalb dieser Übergang in dieser Arbeit nicht näher betrachtet wird. Im Gegensatz dazu werden Elektronensynchrotrons aufgrund der im Vergleich zu Ionen sehr viel geringeren Masse der Teilchen meist oberhalb ($\gamma > \gamma_T$) der Transition betrieben [K J84]. Speicherringe, in denen die Teilchen mit konstanter Energie umlaufen, könnten auch bei $\eta = 0$ betrieben werden; derartige Anlagen nennt man **isochron** [Wie07, S. 224, 235, 303].

2.5.7.3 Phasenfokussierung und Synchrotron-Schwingungen

Aus der Definition der Strahlphase in Abschnitt 2.5.6 folgt, dass ein Teilchen, welches dem synchronen Teilchen nacheilt, sich an der Strahlphase $\varphi_{syn} + \Delta\varphi > \varphi_{syn}$ „befindet“. Ein solches Teilchen erfährt eine stärkere Beschleunigung als das synchrone Teilchen und holt somit im Laufe der Zeit auf dieses auf. Diesen Effekt, der nur auftritt, wenn der Phasenschlupffaktor $\eta \neq 0$ ist [Wie07, S. 201], bezeichnet man als **Phasenfokussierung**¹⁵. Wie man leicht sieht, funktioniert das bei Energien unterhalb der Transitionsenergie nur für $-\frac{\pi}{2} < \varphi_{syn} + \Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$.

Zu dem Zeitpunkt, zu dem das Teilchen das synchrone einholt, wird es jedoch einen Energieüberschuss gegenüber dem synchronen Teilchen aufgebaut haben und es daher überholen. Danach wird es eine weniger starke Beschleunigung erfahren und somit wiederum vom synchronen Teilchen eingeholt werden; aufgrund des sich bis zu jenem Zeitpunkt ergebenden Energiedefizits wird es anschließend hinter das synchrone Teilchen zurückfallen usw.

Mathematisch kann dieser Vorgang folgendermaßen beschrieben werden: Ein Teilchen habe die Energie W und die Phase φ . Beide Größen setzen sich jeweils aus der entsprechenden Größen des synchronen Teilchens (W_{syn} bzw. φ_{syn}) und einer Abweichung (ΔW bzw. $\Delta\varphi$) zusammen:

$$W = W_{syn} + \Delta W \quad (2.61)$$

$$\varphi = \varphi_{syn} + \Delta\varphi \quad (2.62)$$

Die Abweichungen seien klein gegenüber den Beträgen der jeweiligen Größe; zwischen den absoluten Größen des Teilchens und jenen des synchronen Teilchens braucht daher nicht unterschieden zu werden:

$$\begin{aligned} |\Delta W| &\ll |W_{syn}| \\ \Rightarrow W &\approx W_{syn} \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} |\Delta\varphi| &\ll |\varphi_{syn}| \\ \Rightarrow \varphi &\approx \varphi_{syn} \end{aligned} \quad (2.64)$$

¹⁵ englisch *phase focusing*

usw. Aus der Energie W errechnet sich der Lorentzfaktor γ und daraus der Impuls p des Teilchens:

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma_{syn} + \Delta\gamma, \\ \Delta\gamma &= \frac{\Delta W}{m_R \cdot c_0^2}\end{aligned}\quad (2.65)$$

$$\begin{aligned}p &= p_{syn} + \Delta p, \\ \Delta p &= \frac{dp}{d\gamma} \cdot \Delta\gamma \\ &= \frac{m_R \cdot c_0}{\beta_{syn}} \cdot \Delta\gamma \\ &= \frac{\Delta W}{\beta_{syn} \cdot c_0}\end{aligned}\quad (2.66)$$

Mittels des Phasenschlupffaktors η aus Gleichung 2.60 kann daraus die Umlaufzeit T_U des Teilchens bestimmt werden:

$$\begin{aligned}T_U &= T_{U,syn} + \Delta T, \\ \Delta T &= \eta \cdot \frac{\Delta p}{p_{syn}} \cdot T_{U,syn} \\ &= \frac{\eta \cdot \Delta W \cdot T_{U,syn}}{\beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot m_R \cdot c_0^2}\end{aligned}\quad (2.67)$$

Ist die Umlaufzeit T_U größer als die des synchronen Teilchens ($T_U > T_{U,syn}$), dann fällt das Teilchen gegenüber dem synchronen zurück; im umgekehrten Fall holt es auf. Der zeitliche Abstand ändert sich um ΔT pro Umlauf, die Phasendifferenz zwischen den beiden Teilchen damit um $2 \cdot \pi \cdot h \cdot \frac{\Delta T}{T_{U,syn}}$, wobei ein Umlauf die Zeitspanne $T_U \approx T_{U,syn}$ in Anspruch nimmt:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \Delta\varphi &= \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \Delta T}{T_{U,syn}^2} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \eta \cdot \Delta W}{\beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot m_R \cdot c_0^2 \cdot T_{U,syn}}\end{aligned}\quad (2.68)$$

Andererseits beeinflusst die Phasendifferenz den Energiegewinn des Teilchens: Das Teilchen gewinnt pro Umlauf die Energie $\hat{u}_{eff} \cdot \sin(\varphi_{syn} + \Delta\varphi)$, das synchrone Teilchen dagegen $\hat{u}_{eff} \cdot \sin(\varphi_{syn})$. Die Differenz beträgt $\hat{u}_{eff} \cdot (\sin(\varphi_{syn} + \Delta\varphi) - \sin(\varphi_{syn}))$, bei den betrachteten kleinen Abweichungen ($|\Delta\varphi| \ll |\varphi_{syn}|$) näherungsweise $\hat{u}_{eff} \cdot \cos(\varphi_{syn}) \cdot \Delta\varphi$. Ein Umlauf nimmt wiederum die Zeitspanne $T_U \approx T_{U,syn}$ in Anspruch.

$$\frac{d}{dt} \Delta W = \frac{q \cdot \hat{u}_{eff} \cdot \cos(\varphi_{syn}) \cdot \Delta\varphi}{T_{U,syn}}\quad (2.69)$$

Die Phasendifferenz kann auch als **potentielle Energie** des Teilchens im HF-Feld der Kavität angesehen werden.

Leitet man beide Seiten der Gleichung 2.68 nochmals nach der Zeit ab und setzt Gleichung 2.69 ein, so erhält man unter der Annahme, dass sich alle anderen Größen nur langsam verändern:

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dt^2} \Delta\varphi &= \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \eta \cdot \frac{d}{dt} \Delta W}{\beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot m_R \cdot c_0^2 \cdot T_{U,syn}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \eta \cdot q \cdot \hat{u}_{eff} \cdot \cos(\varphi_{syn}) \cdot \Delta\varphi}{\beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot m_R \cdot c_0^2 \cdot T_{U,syn}^2}\end{aligned}\quad (2.70)$$

Diese Gleichung beschreibt eine ungedämpfte harmonische Schwingung. Das Teilchen beschreibt also einen geschlossenen, ellipsenförmigen Pfad im Phasenraum. Die Eigenfrequenz dieser Schwingung ist die so genannte **Synchrotronfrequenz** f_S :

$$f_S = f_{U,syn} \cdot \sqrt{-\frac{h \cdot \eta \cdot q \cdot \hat{u}_{eff} \cdot \cos(\varphi_{syn})}{2 \cdot \pi \cdot \beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot m_R \cdot c_0^2}}\quad (2.71)$$

$f_{U,syn} = T_{U,syn}^{-1}$ ist dabei die Umlauffrequenz des synchronen Teilchens im Synchrotron.

Bei größeren Abweichungen $\Delta\varphi$ der Teilchen von der Sollphase stimmt die in Gleichung 2.69 verwendete Näherung $\cos(\varphi_{syn}) \cdot \Delta\varphi$ zunehmend schlechter mit dem Faktor $\sin(\varphi_{syn} + \Delta\varphi) - \sin(\varphi_{syn})$, den sie ersetzt, überein. Abhängig von der „Auslenkung“ eines Teilchens im Phasenraum kann seine Synchrotronfrequenz also von Gleichung 2.71 abweichen.

2.5.7.4 Transversale Fokussierung und Betatron-Schwingungen

Wie in Abschnitt 2.5.7.3 dargelegt, bewirkt die Phasenfokussierung, dass ein Teilchen, welches vom synchronen Teilchen abweicht, longitudinale Schwingungen um jenes herum ausführt. Diese Schwingungen werden Synchrotron-schwingungen genannt; ihre charakteristische Frequenz ist die Synchrotronfrequenz. Auf ähnliche Weise bewirkt die transversale Fokussierung durch die magnetischen Linsen, dass ein Teilchen, welches vom synchronen Teilchen abweicht, transversale Schwingungen um jenes herum ausführt [Wie07, S. 50, S. 243ff., S. 402f.]. Diese Schwingungen werden **Betatronschwingungen** genannt, ihre charakteristische Frequenz folgerichtig die **Betatronfrequenz**. Ein **Betatron** ist eine andere Art von Kreisbeschleuniger, bei dem die Teilchen in einem zeitveränderlichen magnetischen Feld beschleunigt werden und dabei einer spiralförmigen Bahn folgen [J L84].

2.5.8 Mehr-Teilchen-Dynamik

Technisch ist es möglich, nur ein einzelnes Teilchen zu beschleunigen [Ale+95]. Zur Erreichung möglichst hoher Reaktionsraten in den später mit dem Strahl durchzuführenden Experimenten werden jedoch möglichst viele Teilchen zugleich beschleunigt, im *SIS18* beispielsweise 10^{10} bis 10^{11} Ionen pro Zyklus, je nach Ionensorte [B F87]. Aufgrund der Verwendung von Wechselfeldern zur Beschleunigung der Teilchen ist — zumindest bei einer von 0 verschiedenen Beschleunigungsspannung — kein kontinuierlicher Strahl im Beschleuniger möglich. Stattdessen zirkuliert ein oder zirkulieren mehrere Teilchenbündel. Jedes dieser Bündel wird als ein **Bunch**¹⁶ bezeichnet. Die Anzahl dieser *Bunches* ist maximal gleich der Harmonischenzahl h . In Abwesenheit einer Beschleunigungsspannung verteilen sich die Teilchen des Strahls gleichmäßig entlang des Beschleunigerumfangs. Ein solcher nicht ge-*bunch*-ter Strahl wird als **freilaufend**¹⁷ bezeichnet.

Es existieren genau h so genannte **Buckets**¹⁸, in denen sich ein *Bunch* befinden kann. Ein Bucket ist die Fläche im Phasenraum, auf welcher sich die Teilchen befinden können, ohne verloren zu gehen. Die Mitte eines Buckets ist jeweils das synchrone Teilchen. Im *SIS18* gibt es bislang üblicherweise $h = 4$ Buckets und ebensoviele Bunches [B F87]. Derzeit findet eine schrittweise Erneuerung der Hochfrequenzsysteme des *SIS18* statt, nach deren Abschluss im *SIS18* $h = 2$ gelten wird [Hul06]. Im *SIS100* wird es voraussichtlich $h = 10$ Buckets geben, von denen aber nur 8 belegt sein werden [FAIR-BTR, S. 359, S. 380, S. 419].

Den Rand des Stabilitätsbereichs und damit des Buckets bildet die so genannte **Separatrix**¹⁹, eine geschlossene Kurve im Phasenraum. Innerhalb des Buckets sind die Trajektorien der Teilchen im Phasenraum geschlossen, außerhalb davon offen, d. h. Teilchen außerhalb des Buckets gehen beim Beschleunigungsvorgang verloren. Solange keine Beschleunigung stattfindet ($\varphi_{syn} = 0$), berühren sich die Separatrizen benachbarter Buckets. Während der Beschleunigung ist das nicht der Fall; die Separatrix verändert dann ihre Form. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 2.6 (angelehnt an [Dom83; J L84]) veranschaulicht. Für $\varphi_{syn} \rightarrow \frac{\pi}{2}$ verschwindet der Bucket.

Der in Flugrichtung hintere Rand des Buckets φ_{max} ist dadurch definiert, dass ein dort befindliches Teilchen mindestens so viel Energie pro Umlauf aufnehmen muss wie das synchrone Teilchen, um mit jenem mithalten zu können [W P93]:

$$\begin{aligned}\sin(\varphi_{max}) &= \sin(\varphi_{syn}) \\ \varphi_{max} &> \varphi_{syn} \\ \Rightarrow \varphi_{max} &= \pi - \varphi_{syn}\end{aligned}\tag{2.72}$$

Der in Flugrichtung vordere Rand des Buckets φ_{min} ist die minimale Strahlphase eines Teilchens, welches sich anfänglich am hinteren Rand befindet [W P93]. φ_{min} und φ_{max} sind die beiden Lösungen φ folgender Gleichung [J L84] im Intervall $[-\pi; +\pi]$:

$$\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi_{syn}) = \cos(\pi - \varphi_{syn}) + (\pi - \varphi_{syn}) \cdot \sin(\varphi_{syn})\tag{2.73}$$

¹⁶ englisch *bunch* = Bündel, Haufen

¹⁷ englisch *coasting beam*

¹⁸ englisch *bucket* = Eimer

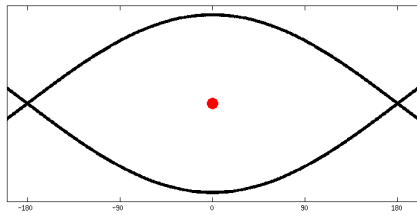
¹⁹ lateinisch etwa „die Trennende“, „die Trennerin“

Die Länge des Buckets ist also $\varphi_{max} - \varphi_{min}$. Die Separatrix ist die Lösung folgender Gleichung [J L84]:

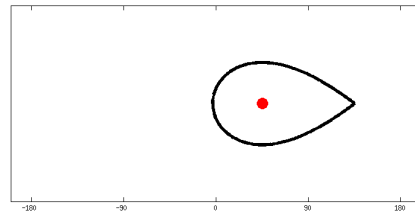
$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2} - \frac{(2 \cdot \pi \cdot f_s)^2}{\cos(\varphi_{syn})} \cdot (\cos(\varphi) + \varphi \cdot \sin(\varphi_{syn})) = -\frac{(2 \cdot \pi \cdot f_s)^2}{\cos(\varphi_{syn})} \cdot (\cos(\pi - \varphi_{syn}) + (\pi - \varphi_{syn}) \cdot \sin(\varphi_{syn})) \quad (2.74)$$

Folgende Gleichung [J L84] gibt die maximal tolerierbare Energieabweichung ΔW vom synchronen Teilchen — und damit die „halbe Höhe“²⁰ des Buckets — an:

$$\left| \frac{\Delta W}{W_{syn}} \right| \leq \beta_{syn} \cdot \sqrt{\frac{q \cdot \hat{u}_{eff}}{\pi \cdot h \cdot \eta \cdot W_{syn}} \cdot (2 \cdot \cos(\varphi_{syn}) - (\pi - 2 \cdot \varphi_{syn}) \cdot \sin(\varphi_{syn}))} \quad (2.75)$$



(a) Stationärer Bucket ($\varphi_{syn} = 0$)



(b) Beschleunigter Bucket ($\varphi_{syn} = \frac{\pi}{4}$)

Abbildung 2.6.: Veränderung der Bucketform während der Beschleunigung; der Punkt im Zentrum des Buckets markiert das synchrone Teilchen

Die von einem Bunch im Phasenraum eingenommene Fläche bezeichnet man als **Emittanz** [J L84]. Eine geringe Emittanz entspricht geringen Abweichungen vom synchronen Teilchen und damit von der Soll-Energie und ist daher wünschenswert.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Bunch durch ein einzelnes Teilchen repräsentiert, das so genannte **Makroteilchen** [Len12, S. 20], welches dem **Schwerpunkt** des Bunch entspricht.

2.5.8.1 Kohärente Schwingungen

Die Teilchen innerhalb eines Bunch weisen schon aufgrund der Coulomb-Abstoßung zwischen ihnen unterschiedliche Phasen auf. Jedes einzelne Teilchen zirkuliert nach der in Abschnitt 2.5.7.3 beschriebenen Art im Phasenraum. Die Bewegung vieler, zufällig im Phasenraum verteilter Teilchen summiert sich gemäß des Gesetzes der großen Zahlen im Mittel zu Null. Die mikroskopische Bewegung der einzelnen Teilchen innerhalb des Bunch führt nicht zu einer makroskopischen Bewegung der Gesamtheit der Teilchen und ist deshalb auch nicht beobachtbar, sofern ein so genannter **matched bunch** vorliegt, der den Bucket vollständig ausfüllt. Andernfalls führt die mikroskopische Bewegung der einzelnen Teilchen dazu, dass sich der Bunch im Phasenraum ausdehnt, bis er den Bucket ausfüllt, was makroskopisch sehr wohl beobachtbar ist [Wie07, S. 220].

Unter bestimmten Umständen kann es jedoch auch zu **kohärenten** Schwingungen der Teilchen eines Bunch kommen. Eine einfach zu verstehende mögliche Ursache für kohärente Schwingungen sind Sprünge in der synchronen Phase oder in der Frequenz der Kavitätenspannung. Diese können vorkommen, weil das synchrone Teilchen als fiktive Referenz (siehe Abschnitt 2.5.7) seine Geschwindigkeit und seinen Aufenthaltsort auch sprunghaft verändern kann. Die anderen Teilchen des Bunch können das jedoch aufgrund ihrer von Null verschiedenen Masse nicht. Da der Mittelpunkt des Buckets stets das synchrone Teilchen ist, verschiebt sich der Bucket in diesen Fällen gegenüber dem darin befindlichen Bunch, und das Bunch beginnt, als Ganzes im Phasenraum zu oszillieren. Eine weitere mögliche Ursache für kohärente Schwingungen sind beispielsweise so genannte **Wake-Felder**²¹, die vom Strahl in den Strahlrohren induziert werden und auf den Strahl zurückwirken. Auch Strahllege- und Strahlstromsensoren (siehe Abschnitt 2.4) wirken auf diese Weise auf den Strahl zurück.

Kohärente Schwingungen äußern sich in einer Bewegung des Bunch-Schwerpunkts und/oder in einer Veränderung der Bunch-Form. Die Schwingungsmoden werden durch zwei Modenzahlen m und n charakterisiert:

²⁰ englisch *bucket half height*

²¹ englisch *wake* = Kielwelle

$m \in \{1, 2, \dots\}$ gibt die Ordnung der Schwingung und $n \in \{0, \dots, h-1\}$ die Phasenbeziehung zwischen aufeinanderfolgenden Bunches an [Kli+10]. $m = 1$ entspricht einer Dipolschwingung, $m = 2$ einer Quadrupolschwingung usw. Eine Dipolschwingung äußert sich in einer Bewegung des Bunchschwerpunkts in Längsrichtung, eine Quadrupolschwingung in einer Änderung der Bunchlänge. Die Schwingungen benachbarter Bunches sind in der Phase um $\frac{2\pi}{n+1}$ versetzt [Kli+10]. In der vorliegenden Arbeit werden nur Dipolschwingungen ($m = 1$) betrachtet, welche von allen Bunches gleichförmig ausgeführt werden ($n = 0$). Das in Kapitel 4 beschriebene Modell ist jedoch auf höhere Moden erweiterbar.

2.5.8.2 Landau-Dämpfung

Ursprünglich bezeichnete der Begriff „Landau-Dämpfung“ einen Raumladungseffekt in Plasmen, der zur Dämpfung longitudinaler Druckwellen führt. Die „Welle“ besteht dabei aus einem örtlich begrenzten Bereich höherer Teilchendichte im Plasma. Teilchen, die sich räumlich vor der Welle befinden, werden in dem von ihr ausgehenden elektrischem Feld beschleunigt, solche, die sich räumlich hinter ihr befinden, abgebremst. Auf diese Weise breitet sich die Welle aus. Die Energie, welche die Teilchen beim Beschleunigen gewinnen bzw. beim Abbremsen verlieren, wird der Welle entzogen bzw. geht auf diese über. Gibt es im Plasma mehr Teilchen mit einer geringeren Geschwindigkeit (in Längsrichtung) als derjenigen der Welle als Teilchen mit einer höheren Geschwindigkeit, so gibt die Welle mehr Energie ab, als sie aufnimmt, und ihre Bewegung verlangsamt sich im Laufe der Zeit. Allgemein werden unter dem Begriff „Landau-Dämpfung“ unterschiedliche Phänomene zusammengefasst, welche sich aus der Überlagerung der Schwingungen vieler Einzeloszillatoren mit leicht unterschiedlicher Eigenfrequenz ergeben [Her76; Hof05]. Das schließt auch Effekte aufgrund anderer Kräfte als der Coulomb-Kraft ein.

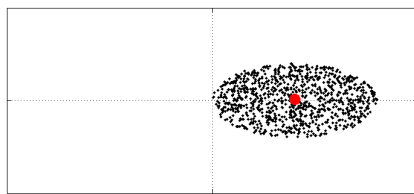
In Synchrotrons treten verschiedene Effekte auf, die alle als „Landau-Dämpfung“ bezeichnet werden: Neben longitudinaler und transversaler Landau-Dämpfung [Her76; Hof05] in *freilaufenden* Strahlen²² kommt es auch in *gebunchten* Strahlen²³ zur Landau-Dämpfung kohärenter longitudinaler Schwingungen [Hof05]. Die Landau-Dämpfung wird in erster Linie nicht von Raumladungseffekten, wie sie in Strahlen hoher Intensität auftreten, sondern durch die Nichtlinearität der Phasenfokussierung (siehe Abschnitt 2.5.7.3) hervorgerufen [Her69]. Wie in Abschnitt 2.5.7.2 erklärt, wächst die „Rückstellkraft“, welche ein Teilchen zum synchronen Teilchen hin zieht, nicht linear mit der Phasendifferenz, denn für kleine x gilt $\sin(x) \approx x$ (im Bogenmaß), aber für $x > 0$ gilt $\sin(x) < x$. Abhängig von der Verteilung der Geschwindigkeiten der einzelnen Teilchen innerhalb des Bunchs kommt es dadurch zu einer Dämpfung der Bewegung des Bunchschwerpunkts relativ zum synchronen Teilchen [Her69].

Die Landau-Dämpfung kann als Zusammenbruch der Kohärenz der Schwingung angesehen werden. Die Kohärenz der Schwingung geht durch ihre Nichtlinearität verloren: Die Schwingungsfrequenz ist abhängig von der Amplitude der Schwingung und nimmt mit zunehmender Amplitude ab. Diejenigen Teilchen, die sich im Phasenraum weiter außen befinden, zirkulieren mit einer kleineren Frequenz im Phasenraum als diejenigen, welche sich weiter innen befinden, und fallen deshalb gegenüber jenen zurück. Dadurch bilden sich im Laufe der Zeit „Filamente“ von Teilchen mit niedrigerer Synchrotronfrequenz, die hinter dem Bunch zurückbleiben und von ihm „übrundet“ werden. Der Bunchschwerpunkt bewegt sich somit auf das synchrone Teilchen zu, was einer Dämpfung der kohärenten Schwingung entspricht; jedoch ist die kohärente Schwingung lediglich in nichtkohärente Schwingungen einzelner Teilchen mit unveränderter Amplitude zerfallen, und der Bunch nimmt nun im Phasenraum eine größere Fläche (Emittanz) als zuvor ein. Dieser Vorgang wird im Englischen als *emittance blow-up* bezeichnet. Abbildung 2.7 veranschaulicht den Vorgang; die Auslenkung des Bunch vom synchronen Teilchen (im Koordinatenursprung) ist zwecks besserer Darstellung stark vergrößert dargestellt. Da es sich nur um eine Prinzipdarstellung handelt, sind keine Zeiten angegeben.

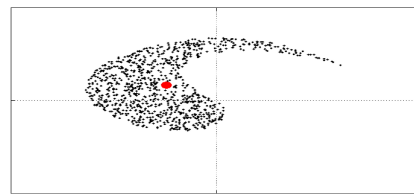
Landau-Dämpfung führt im Allgemeinen nicht zu einem exponentiellen Abklingen der Schwingung. Vielmehr hängt der zeitliche Verlauf der Schwingungsamplitude von der Verteilung der Teilchen im Phasenraum ab [Hof05]. Je nach dieser Verteilung kann es auch zur inversen Landau-Dämpfung, also einer zeitlichen Zunahme der Schwingungsamplitude, kommen. Die Zeiträume, innerhalb derer die Landau-Dämpfung wirkt, betragen einige wenige Perioden der Synchrotronfrequenz. Um eine Vergrößerung der Emittanz zu vermeiden, muss eine Dämpfung kohärenter Schwingungen mit einer kleineren Zeitkonstante als derjenigen der Landau-Dämpfung erfolgen.

²² englisch *coasting beam*

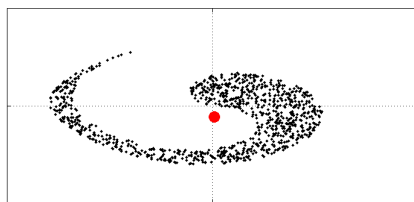
²³ englisch *bunched beam*



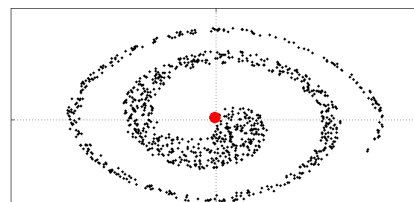
(a) Anfängliche Verteilung



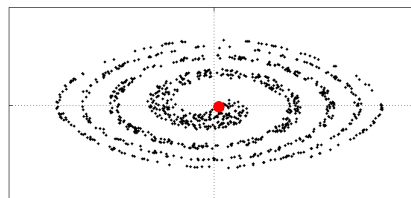
(b) nach etwa 1,6 Umdrehungen



(c) nach etwa 3,2 Umdrehungen



(d) nach etwa 8 Umdrehungen



(e) nach etwa 16 Umdrehungen

Abbildung 2.7.: Dämpfung der Bewegung des Bunchschwerpunkts durch Landau-Dämpfung bei gleichzeitiger Vergrößerung der Emittanz; der große, rote Punkt markiert den Bunchschwerpunkt

2.6 Kavitätensynchronisation und longitudinale Strahlphasenregelung

Wie aus den Abschnitten 2.5.2 und 2.5.3 hervorgeht, sind in einem Synchrotron unterschiedliche Signale miteinander zu synchronisieren. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird der zeitliche Verlauf der magnetischen Flussdichte in den Ablenkmagneten als gegeben angenommen. Die Synchronisation der HF-Felder in den Beschleunigungskavitäten untereinander und mit der von der magnetischen Flussdichte der Ablenkmagnete abhängigen Umlauffrequenz der Teilchen ist Aufgabe eines **Kavitätensynchronisationssystems**.

Im Falle des FAIR-Projekts wird zusätzlich eine Phasensynchronisation zwischen dem *SIS18* und dem *SIS100* benötigt, um einen **Bunch-to-Bucket-Transfer** zwischen beiden Synchrotrons durchführen und so das *SIS18* als Vorbeschleuniger des *SIS100* nutzen zu können. Beim *Bunch-to-Bucket-Transfer* werden Bunches aus einem Synchrotron extrahiert und direkt in einen Bucket eines anderen Synchrotrons injiziert. Dazu müssen die Frequenzen der HF-Felder beider Synchrotrons eine feste Phasenbeziehung zueinander haben. Eine Synchronisation zwischen beiden Synchrotrons ermöglicht es, diese Phasenbeziehung gezielt (durch Verschiebung der Phasenlage der Frequenzen der HF-Felder eines oder beider Synchrotrons) herbeizuführen. Andernfalls müsste jeweils gewartet werden, bis sich die gewünschte Phasenbeziehung von selbst einstellt, oder der Einschuss in das Ziel-Synchrotron müsste bei abgeschalteter Beschleunigungsspannung erfolgen, so dass sich ein freilaufender Strahl bildet (*de-bunching*), der dann wieder gebuncht werden muss (*re-bunching*).

Unter anderem in Folge von Abweichungen von der idealen Synchronisation entstehen kohärente Schwingungen der Teilchen im Strahl (siehe Abschnitt 2.5.8.1). Diese sind unerwünscht, weil sie langfristig eine größere Streuung der Teilchengeschwindigkeit zur Folge haben. Ihre Dämpfung ist Aufgabe einer **Strahlphasenregelung**.

Aufgrund der Frequenzselektivität der Kavitäten, aber auch aufgrund der erheblichen Stromstärken (mehrere Ampere), die zur Erregung der Kavitätenspannung benötigt werden, kann sich die Phase derselben nicht sprunghaft verändern. Strom bzw. Spannung müssen stetig verlaufen, ein Phasensprung würde aber eine Unstetigkeit des Momentanwerts des Stroms bzw. der Spannung bedeuten. Da die Phase φ das Integral der Kreisfrequenz ω ist ($\varphi = \int \omega dt$), wirken die nachfolgend beschriebenen Regelkreise auf die Frequenz und damit indirekt auf die Phase ein. Bei der Analyse der Regelkreise muss diese implizite Integration stets berücksichtigt werden. Beispielsweise verstärkt der einfachste denkbare Regler eine Phasendifferenz linear (Proportionalregler), insgesamt ergibt sich aber ein integrierendes Verhalten.

2.6.1 Kavitätensynchronisation

Wie in Abschnitt 2.5.3 dargelegt, müssen alle Kavitäten mit Harmonischen der Umlauffrequenz angesteuert werden. Ferner sollte die Phasenlage der Beschleunigungsspannung jeder einzelnen Kavität mit der Position dieser Kavität entlang des Beschleunigerrings übereinstimmen. Ist die erste Bedingung nicht erfüllt, so nehmen die Spannungen der einzelnen Kavitäten im Lauf der Zeit jede beliebige Phasenlage zueinander ein. Die zweite Bedingung ist dann unerfüllbar. Ist die zweite Bedingung nicht erfüllt, dann ist die Vektorsumme der Spannungen der einzelnen Kavitäten unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen Phasenlage kleiner als die Summe der Beträge der Spannungen. Die mögliche Beschleunigung wird dann nicht voll ausgereizt. Im Extremfall werden die Teilchen in einigen Kavitäten beschleunigt, in anderen aber abgebremst. Aus diesem Grund ist eine Synchronisierung der einzelnen Kavitäten erforderlich. Dabei sind zwei Probleme zu lösen:

1. Es muss sichergestellt sein, dass Änderungen in der Frequenz in allen Kavitäten zeitgleich umgesetzt werden.
2. Zusätzlich müssen Parameterabweichungen jeder einzelnen Kavität lokal ausgeregelt werden können.

Die Lösung des ersten Problems erfordert die Vorgabe globaler Referenzsignale mit variabler Frequenz. Eine phasenstabile Übertragung von Signalen variabler Frequenz ist jedoch sehr schwierig [Bou08, S. 24].

Die Lösung des zweiten Problems erfordert darüber hinaus lokale Regler, welche die Phasenlage der Beschleunigungsspannung jeder Kavität mit ihrem Sollwert abgleichen und gegebenenfalls korrigierend eingreifen. Eine reine Vorsteuerung, bei der ein vorgegebener Frequenzverlauf für jede einzelne Kavität synchron nachgefahren wird, genügt nicht, da aufgrund von Parameterabweichungen und Nichtlinearitäten der Signalerzeuger, der Leistungsverstärker oder der Kavität selbst eine ungewünschte Frequenz- oder Phasenabweichung eintreten kann.

2.6.2 Strahlphasenregelung

Kohärente Dipolschwingungen äußern sich in einer periodischen Bewegung der Strahlphase des Bunchschwerpunkts um die synchrone Phase herum [Len+10]. Die Eigenfrequenz dieser Bewegung ist die Synchrotronfre-

quenz (siehe Gleichung 2.71). Kohärente Quadrupolschwingungen äußern sich in einer periodischen Änderung der Bunchlänge [Len+10]. Die Eigenfrequenz dieser Änderung ist das Doppelte der Synchrotronfrequenz. Höhere Moden äußern sich in komplexeren periodischen Veränderungen der Bunchform und -position und besitzen entsprechend höhere Eigenfrequenzen. Dabei ist zu beachten, dass die tatsächlichen Eigenfrequenzen unter anderem von der Bunchform und -länge sowie von der Strahlintensität abhängen (siehe Abschnitt 2.5.8.2 und [Her69]). Gleichung 2.71 gibt die **maximale Synchrotronfrequenz** an; die tatsächliche Frequenz liegt darunter.

Dipolschwingungen können durch **Modulation der Phase** der Beschleunigungsspannung gedämpft werden: Sei φ_{syn} die synchrone Phase und $\varphi = \varphi_{syn} + \Delta\varphi$ die Phase des Bunchschwerpunkts bezogen auf die Beschleunigungsspannung. Wenn $\frac{d}{dt}\Delta\varphi > 0$, der Bunch also dabei ist, gegenüber dem synchronen Teilchen zurückzufallen, wird der Nulldurchgang der Beschleunigungsspannung zeitlich vorverlegt. Hierdurch verschiebt sich φ zu positiven Werten hin. Die „Rückstellkraft“ auf das synchrone Teilchen zu wächst und die Bewegung des Bunchs wird gebremst. Umgekehrt wird für $\frac{d}{dt}\Delta\varphi < 0$ der Nulldurchgang der Beschleunigungsspannung zeitlich zurückverlegt.

Da die Beschleunigungsspannung stetig verlaufen muss, wird statt ihrer Phase ihre Frequenz moduliert. Im einfachsten Fall entspricht die Modulation der Phasendifferenz $\Delta\varphi$, multipliziert mit einem **negativen Rückkopplungsfaktor**. Das Integral der Frequenzmodulation ergibt die Phasenmodulation, welche gegenüber ersterer um 90° versetzt ist. Die zeitliche Ableitung $\frac{d}{dt}\Delta\varphi$ der Phasendifferenz ist gegenüber derselben ebenfalls um 90° versetzt und erreicht ihr Betragsmaximum zeitgleich mit der Ableitung der Phasendifferenz.

Da das synchrone Teilchen nur eine fiktive Referenz darstellt (siehe Abschnitt 2.5.6), ist seine Position nicht messbar. Somit kann auch die Phasendifferenz zwischen Bunchschwerpunkt und synchronem Teilchen nicht direkt bestimmt werden. Messbar ist jedoch die Phase des Bunchschwerpunkts in Bezug auf die Beschleunigungsspannung; mittels eines Bandpassfilters, dessen Mittenfrequenz der Synchrotronfrequenz entspricht, können Dipolschwingungen in diesem Signal identifiziert werden [Kli+07].

Quadrupolschwingungen können durch **Modulation der Amplitude** der Beschleunigungsspannung gedämpft werden [Len+10]: Wenn die zeitliche Ableitung der Bunchlänge ihr Minimum erreicht, wird die Beschleunigungsspannung erhöht, um das Auseinanderlaufen des Bunchs zu bremsen. Wenn sie ihr Maximum erreicht, wird die Beschleunigungsspannung verringert. Die „potentielle Energie“ der Teilchen im HF-Feld der Kavität(en) und somit das „Überschwingen“ über das synchrone Teilchen hinaus beim nächsten Zyklus werden verringert. Zur Regelung von Quadrupolschwingungen wird die Amplitude des Strahlstroms gemessen; mittels eines Bandpassfilters, dessen Mittenfrequenz dem Doppelten der Synchrotronfrequenz entspricht, können Quadrupolschwingungen in diesem Signal identifiziert werden [Len+10]. Regelsysteme für Quadrupolschwingungen sind nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Das im Rahmen dieser Arbeit entstandene Modell ist jedoch auf diese erweiterbar.

Die Dämpfung von Dipolschwingungen durch Modulation der Frequenz der Beschleunigungsspannung steht in gewissem Widerspruch zur Forderung nach Synchronisation derselben mit der Umlauffrequenz. Kavitätensynchronisation und Strahlphasenregelung beeinflussen sich gegenseitig und müssen daher gemeinsam betrachtet werden.

2.7 Taktsynchronisation in räumlich verteilten Systeme

Die Größe der Anlage (Umfang über 1000 m) im Falle des *SIS100* bringt erhebliche Signallaufzeiten mit sich, die beispielsweise auf Grund von Temperaturunterschieden auch schwanken. Es ist daher nicht möglich, nur durch Abstimmung der Leitungslängen eine phasengleiche Übertragung der Referenzsignale an verschiedene Orte innerhalb der Anlage zu erreichen [Bou08, S. 20]. Erschwerend kommt hinzu, dass Signale unterschiedlicher Frequenz und Phasenlage benötigt werden. Für den angesprochenen *Bunch-to-Bucket-Transfer* müssen nicht nur Signale innerhalb desselben Synchrotrons, sondern zwischen verschiedenen Synchrotrons synchronisiert werden, so dass ein einzelnes Referenzsignal ohnehin nicht in Frage kommt. Die benötigten Frequenzen sind vergleichsweise niedrig, ändern sich aber während der Beschleunigung deutlich. Darin unterscheiden sich die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Schwerionensynchrotrons von Elektronensynchrotrons oder Linearbeschleunigern. In letzteren sind die Frequenzen meist höher und näherungsweise konstant [Bou08, S. 24ff.]. Aus diesen Gründen erfolgt die Signalerzeugung dezentral durch so genannte **direkt-digitale Synthesizer** (DDS) [BR09]. Dabei handelt es sich um programmierbare, digitale Signalgeneratoren [Ana99]. Das Adjektiv „direkt“ weist darauf hin, dass keine gesteuerten, analogen Oszillatoren benötigt werden. Vielmehr kann jeder beliebige Signalverlauf (mit einer Frequenz bis zur halben Taktfrequenz des Synthesizers) mittels schneller Digital-zu-Analog-Wandlern (D/A-Wandlern) erzeugt werden.

Um trotz der räumlichen Trennung die geforderte Frequenz- und Phasensynchronisation zu erreichen, müssen die Taktsignale der verteilten Regler und Synthesizer miteinander synchronisiert werden. Im Laufe der Zeit driften

die Taktsignale zweier räumlich getrennter Geräte in Folge geringfügiger Unterschiede in den Eigenfrequenzen der lokalen Taktgeneratoren (Oszillatoren) auseinander und müssen deshalb in regelmäßigen Abständen neu synchronisiert werden. Der Begriff „Uhr“ bezeichne im Folgenden ganz allgemein einen Zähler, der bei jedem Taktschritt erhöht wird.

Die Synchronisation der Taktsignale ermöglicht die Synchronisation der Uhren der einzelnen Geräte, also eine systemweit einheitliche Zeit. Durch die Uhrensynchronisation wird es möglich, Änderungen zu einem vorher definierten Zeitpunkt (nahezu) gleichzeitig an verschiedenen Orten im gesamten System wirksam werden zu lassen. Freilich wird dadurch keine überlichtschnelle Kommunikation ermöglicht. Die Änderungen und der Zeitpunkt ihres In-Kraft-Tretens müssen mit einer gewissen Vorlaufzeit berechnet werden, die ausreichend bemessen sein muss, die Änderungen allen beteiligten Systemen vor diesem Zeitpunkt mitzuteilen. Nach dem Eintreffen der Nachricht wartet jedes einzelne System den genannten Zeitpunkt ab. Auf diese Weise nimmt man eine längere Latenzzeit in Kauf, um eine bessere Synchronisation zu erhalten.

Eine Synchronisation der Uhren zweier Geräte A und B funktioniert typischerweise folgendermaßen [J S+11; J S+09; Mor+09]:

1. Gerät A sendet eine Nachricht an Gerät B und registriert den Zeitpunkt t_1 (auf der Uhr von Gerät A), zu dem die Nachricht versendet wurde.
2. Gerät B registriert den Zeitpunkt t_2 (auf der Uhr von Gerät B), zu dem diese Nachricht bei ihm eintrifft.
3. Gerät B sendet eine Antwort an Gerät A und registriert den Zeitpunkt t_3 (auf seiner Uhr), zu dem die Antwort versendet wurde.
4. Gerät A registriert den Zeitpunkt t_4 (auf seiner Uhr), zu dem die Antwort bei ihm eintrifft.
5. Gerät A übermittelt Gerät B die Zeitpunkte t_1 und t_4 (t_1 kann auch bereits in der ersten Nachricht enthalten sein).
6. Unter der Annahme, dass die Übertragung einer Nachricht in eine und ihrer Antwort in die andere Richtung die gleiche Zeitspanne in Anspruch nimmt und dass der Gangunterschied zwischen den beiden Uhren im fraglichen Zeitraum vernachlässigbar ist, kann Gerät B mittels folgender Formel die Zeitdifferenz Δt zwischen seiner Uhr und der von Gerät A berechnen und seine Uhr entsprechend neu stellen:

$$\Delta t = \frac{(t_4 - t_1) - (t_3 - t_2)}{2} \quad (2.76)$$

Abbildung 2.8 (angelehnt an [J S+11; IEEE1588]) veranschaulicht den Vorgang.

Bei diesem Verfahren gibt es immer eine „Hauptuhr“²⁴, mit der sich die Uhren aller anderen Geräte synchronisieren. Sind sehr viele Geräte zu synchronisieren, kann dies in einem hierarchisch gegliederten Zeitverteilungsnetzwerk mit Baumtopologie geschehen. Dabei synchronisieren sich mehrere Geräte mit der Hauptuhr und dienen selbst wiederum als Referenz (*Master*) für weitere Geräte (*Slaves*). Abbildung 2.9 (entnommen aus [J S+09]) zeigt ein (triviales) Beispiel für ein solches Netzwerk.

Findet die Zeitmessung in Software statt, so begrenzen Unwägbarkeiten im Zeitverhalten des Betriebssystems, der Prozessorarchitektur usw. die Genauigkeit der Uhrensynchronisation auf einige Millisekunden [J S+11]. Das **Network Timing Protocol** (NTP) [RFC5905] kann mit statistischen Verfahren eine Uhrensynchronisation auch in Netzwerken mit zufällig schwankenden Latenzzeiten durchführen [J S+11]. Das **Precision Timing Protocol** (PTP) ist durch **IEEE-Standard 1588** [IEEE1588] definiert. Jener verlangt nach Hardware-Zeitgebern und Netzwerk-Router mit konstanter Latenz, um eine Uhrensynchronisation mit einer Genauigkeit im Mikrosekunden-Bereich zu ermöglichen [J S+11].

Mit dem vorbeschriebenen Verfahren können jedoch nur Zeitdifferenzen erfasst und kompensiert werden, die ganzzahlige Vielfache der Taktperiode darstellen. Gangunterschiede der einzelnen Uhren, die weniger als eine Taktperiode betragen, bleiben unentdeckt. Die Phasenlage der einzelnen Taktsignale kann innerhalb einer Taktperiode beliebig schwanken. Das von GSI und CERN gemeinsam entwickelte Zeit- und Ereignisverteilssystem **WhiteRabbit** (WR) [J S+09; Mor+09] baut deshalb auf **Synchronous Ethernet** [ITU G.8262] auf [J S+11]. Dabei gewinnt jedes einzelne Gerät aus dem empfangenen Datenstrom das diesem zu Grunde liegende Taktsignal zurück. Auf diese

²⁴ englisch *Timing Master*

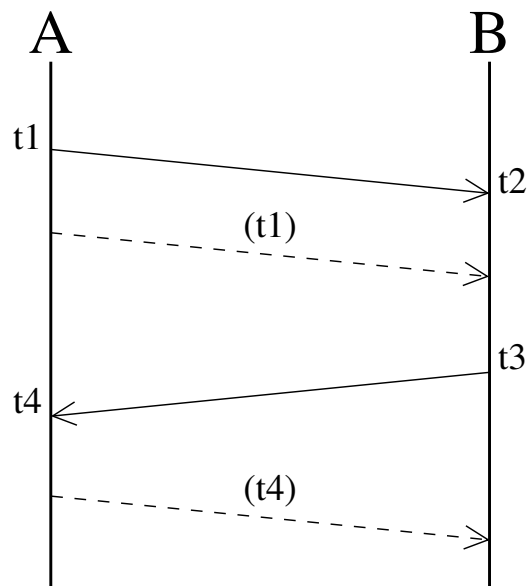


Abbildung 2.8.: Uhrensynchronisation zwischen zwei Geräten A und B

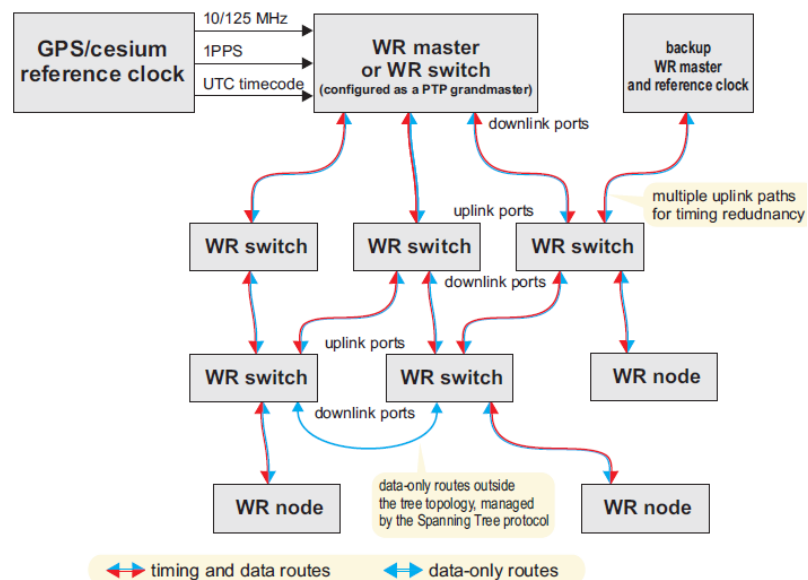


Abbildung 2.9.: Hierarchisches Zeitverteilungsnetzwerk [J S+09]

Weise sind die Taktsignale aller an das Zeitverteilungsnetzwerk angeschlossenen Geräte automatisch frequenzsynchron. Da das gleiche Taktsignal auch zur Datenübertragung verwendet wird, kann das in der Hierarchie jeweils höher stehende Gerät (*Master*) die Phasendifferenz zwischen dem von ihm übertragenen Taktsignal und dem aus der Antwort der zu synchronisierenden Geräte (*Slaves*) kontinuierlich überwachen. Auf diese Weise können auch Zeitdifferenzen unterhalb einer Taktperiode und insbesondere Veränderungen in der Signallaufzeit detektiert und kompensiert werden [J S+09; Mor+09]. Das *WhiteRabbit*-System ermöglicht auf diese Weise eine Uhrensynchronisation mit einer Genauigkeit im Nanosekundenbereich [J S+11; J S+09; Mor+09].

Sowohl NTP als auch PTP können parallel zu anderen Protokollen im gleichen Netzwerk wie diese betrieben werden. Das *WhiteRabbit*-System erlaubt ebenfalls die Übertragung von Daten. Im Gegensatz dazu dient das aus einer Kooperation zwischen der Hochschule Fulda, der GSI und der TU Darmstadt hervorgegangene, so genannte **Bunch-Timing-System BuTiS** [Mor06; BK09; Bou08; BR09] ausschließlich der phasenstabilen Verteilung von Taktsignalen. Diese werden im Wellenlängen-Multiplex-Verfahren [Bou08] über einen gemeinsamen optischen Leiter übertragen. Zusätzlich sendet der zentrale Taktgeber ein Testsignal aus, welches von den Empfängern reflektiert wird. Auf diese Weise können Veränderungen der Signallaufzeit sehr präzise erfasst werden. Die digitalen Synthesizer, welche räumlich verteilt die phasensynchronen, hochfrequenten elektrischen Signale erzeugen, erlauben eine äußerst präzise Einstellung der Phase (in 2^{14} Schritten) [Mor06]. Auf diese Weise wird eine Synchronisation mit einer Genauigkeit im Pikosekundenbereich erreicht [Mor06; BR09].

3 Heterogene Modellierung und Simulation

Durch das fortschreitende Eindringen der Informations- und Kommunikationstechnik in andere technische und wirtschaftliche Disziplinen entstehen zunehmend **heterogene Systeme**. Damit sind Systeme gemeint, deren Subsysteme sich hinsichtlich ihres Verhaltens¹ deutlich voneinander unterscheiden [Eke+03]. Wenn sich die einzelnen Subsysteme unterschiedlicher physikalischer Wirkprinzipien bedienen², spricht man auch von **Multi-Nature Systems**. Um die zunehmende Komplexität dieser Systeme überhaupt noch handhaben zu können, werden Modellierungs- und Simulationswerkzeuge für heterogene Systeme benötigt [Car+05]. Aufgrund der Heterogenität ist eine einheitliche Beschreibung oft unpraktikabel [Car+05]. Modellierungs- und Simulationswerkzeuge müssen diese Heterogenität abbilden können und verschiedene Beschreibungsformen für die einzelnen Teilsysteme zur Verfügung stellen [Eke+03; Car+05]. Das Zusammenspiel der einzelnen Beschreibungsformen muss dabei aber klar spezifiziert sein [Eke+03].

Ebenfalls aufgrund der zunehmenden Komplexität kommt eine zentrale, sequentielle Informationsverarbeitung häufig nicht in Frage; vielmehr müssen die anfallenden Informationen **räumlich verteilt** und/oder **nebenläufig** verarbeitet werden. Der Begriff der **Nebenläufigkeit** impliziert dabei die wechselseitige Unabhängigkeit zweier Prozesse voneinander. Nebenläufigkeit ermöglicht die **parallele** Abarbeitung von Prozessen, erzwingt sie aber nicht.

3.1 Berechnungsmodelle

Beschreibungsformen, welche eine rechnergestützte Simulation eines Systems zulassen, werden auch als **Berechnungsmodell**³ bezeichnet. Die Wahl einer geeigneten Beschreibungsform hat entscheidenden Einfluss auf die Modellierung eines Systems. Ein ungeeignetes Berechnungsmodell erschwert die Modellbildung ebenso wie das Verständnis des Modells und macht die Ausführung des Modells ineffizient⁴. Durch die Verwendung verschiedener Berechnungsmodelle wird es möglich, jedes Teil eines Gesamtsystems in der jeweils geeignetsten Form zu beschreiben [Bro+08a, S. 25ff.]. Nachfolgend soll kurz auf einige mögliche Berechnungsmodelle eingegangen werden, welche für die vorliegende Arbeit von Interesse sind.

3.1.1 Zeitkontinuierliche Berechnungsmodelle

In zeitkontinuierlichen Modellen sind — wie der Name schon sagt — die relevanten Größen Funktionen der Zeit und zu jedem beliebigen Zeitpunkt definiert. Das Wort „kontinuierlich“ impliziert nicht die Stetigkeit dieser Funktionen, sondern weist darauf hin, dass die Zeit eine reelle Größe ist und damit überabzählbar unendlich viele Werte annehmen kann. Insbesondere kann eine Größe sich in einem Zeitintervall überabzählbar unendlich oft ändern, während sich in zeitdiskreten Berechnungsmodellen (siehe Abschnitt 3.1.2) der Wert einer Größe nur zu abzählbar vielen Zeitpunkten ändert [Fra01].

Zu den zeitkontinuierlichen Beschreibungsformen zählen Differentialgleichungssysteme [Fra01, S. 5] und zeitkontinuierliche Übertragungsfunktionen im Fourier- oder Laplace-Bereich. Letztere sind für lineare, zeitinvariante Systeme eine äquivalente Darstellung der entsprechenden Differentialgleichungen. Im Allgemeinen kommen **gewöhnliche Differentialgleichungen** (engl. *ordinary differential equations*, ODEs) [Bro+08c] zum Einsatz. Diese lassen sich in die Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (3.1)$$

¹ Beispiel: Ein technischer Prozess wird von einem Programm gesteuert, welches festen Zeitbedingungen unterliegt, d. h. das Programm muss auf bestimmte Ereignisse innerhalb einer gewissen Frist reagieren. Das Produktionsleitsystem, welches mit diesem Programm kommuniziert, um Prozessdaten abzufragen, unterliegt aber ganz anderen oder möglicherweise überhaupt keinen konkreten Zeitbedingungen.

² Beispiel: In einem Verbrennungsmotor stehen mechanische Komponenten (z. B. Kolben, Drosselklappen) und die Thermodynamik des in den Zylindern verbrannten Gemischs in Wechselwirkung. Die Einspritzventile werden von einer elektronischen Motorregelung elektrisch angesteuert.

³ englisch *Model of Computation*

⁴ Beispiel: Ein Zustandsautomat kann auch in einer imperativen Programmiersprache wie beispielsweise C [TH07, S. 79ff.] beschrieben werden. Diese Beschreibung ist aber im Allgemeinen wesentlich umfangreicher, weniger offensichtlich und damit auch fehleranfälliger als die Beschreibung in Form eines Zustandsdiagramms.

überführen, wobei \mathbf{x} die Zustands- und \mathbf{u} die Eingangsgrößen (nur bei nicht-autonomen Systemen) bezeichnet. Durch die Berücksichtigung von stochastischen Prozessen (wie z. B. Rauschgrößen) entstehen aber auch **stochastische Differentialgleichungen** (engl. *stochastic differential equations*, SDEs) [Lon10]; durch die Berücksichtigung von Totzeiten entstehen **retardierte Differentialgleichungen** (engl. *delay-differential equations*, DDEs) [Tho07], deren Lösung zum Zeitpunkt t zusätzlich von früheren Funktionswerten abhängen.

Zur numerischen Lösung von **Anfangswertproblemen**, bei denen der anfängliche Zustand des Systems bekannt und die Entwicklung der Zustandsgrößen im Laufe der Zeit gesucht ist, existieren verschiedene Verfahren. Ihnen gemeinsam ist, dass Gleichung 3.1 nur an diskreten Stützstellen t_k gelöst wird. Zwischen diesen Stützstellen wird der tatsächliche Verlauf der gesuchten Größen numerisch auf Basis der erhaltenen Stützstellen angenähert. Auf diese Weise wird die zeitkontinuierliche Beschreibung letztlich doch auf eine zeitdiskrete Systembeschreibung zurückgeführt; erst dadurch wird es möglich, zeitkontinuierliche mit zeitdiskreten Berechnungsmodellen zu koppeln. Das bekannteste und einfachste dieser Verfahren ist das **explizite Euler-Verfahren** [Kre06, S. 887] (auch „Euler-Vorwärts-Verfahren“ genannt):

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{x}(t_k) + s \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}, t_k) \quad (3.2)$$

Dabei ist s die Schrittweite, die üblicherweise konstant ist, d. h. $t_{k+1} = t_k + s \forall k$. Bei der Simulation heterogener Systeme ist die Schrittweite nicht notwendigerweise konstant, weil Ereignisse in zeitdiskreten Untermodellen (siehe Abschnitt 3.1.2) nicht notwendigerweise mit den Zeitschritten der Simulation zusammenfallen. Die Schrittweite wird in diesen Fällen entsprechend verkürzt und der Wert aller zeitkontinuierlichen Größen zum entsprechenden Simulationszeitpunkt neu berechnet.

Bei **impliziten** Verfahren wie beispielsweise dem **impliziten Euler-Verfahren** [Kre06, S. 896] (auch „Euler-Rückwärts-Verfahren“ genannt) tritt der gesuchte Wert $\mathbf{x}(t_{k+1})$ auf beiden Seiten der Gleichung auf:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{x}(t_k) + s \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_{k+1}), \mathbf{u}, t_{k+1}) \quad (3.3)$$

Es liegt also eine **implizite** Gleichung [Bro+00, S. 49] vor, die in jedem Schritt nach $\mathbf{x}(t_{k+1})$ aufgelöst werden muss; ihre Lösungen werden als **Fixpunkt** der Gleichung bezeichnet [Bro+00, S. 907, S. 919].

Verfahren höherer Ordnung sind beispielsweise die **Runge-Kutta-Verfahren** [Kre06, S. 892ff.]. Diese haben die allgemeine Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{k+1}) &= \mathbf{x}(t_k) + s \cdot \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot \mathbf{z}_i, \\ \mathbf{z}_i &= \mathbf{f} \left(\mathbf{x}(t_k) + s \cdot \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \cdot \mathbf{z}_j, \mathbf{u}, t_k + s \cdot \gamma_i \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Die α_{ij} , β_i und γ_i , $i, j = 1, \dots, n$ sind die Koeffizienten des Verfahrens; die Klasse der Runge-Kutta-Verfahren umfasst theoretisch unendlich viele [Kre06, S. 892] Verfahren, die sich in ihren Koeffizienten voneinander unterscheiden. Praktische Relevanz besitzen nur einige wenige davon. Wie man leicht sieht, ist das vorbeschriebene explizite Euler-Verfahren ein Sonderfall der Runge-Kutta-Verfahren mit $n = 1$, $\alpha_{11} = 0$, $\beta_1 = 1$ und $\gamma_1 = 0$.

3.1.2 Ereignisdiskrete Simulation

Das ereignisdiskrete Berechnungsmodell hat viele Anwendungen, beispielsweise die Simulation von digitalen Schaltungen [Bro+08c], Kommunikations- oder Verkehrsnetzen [Sch04]. Darin ist jede Änderung einer Größe ein Ereignis. Die Bezeichnung „ereignisdiskret“ bezieht sich darauf, dass in diesem Modell zwei Ereignisse niemals exakt gleichzeitig eintreten können [Kie97, S. 4], also diskret sind. In der Simulation wird immer ein Ereignis nach dem anderen verarbeitet. Als Folge eines Ereignisses können sich weitere Ereignisse ergeben [Bro+08c, S. 4]. Gleichzeitig eintretende Signale werden so behandelt, als ob eines von ihnen eine infinitesimal kurze Zeit später eintreten würde [Bro+08c, S. 2f.]. Das Simulationsprogramm verwaltet eine **Ereignisliste**, in der alle noch nicht verarbeiteten Ereignisse in der korrekten zeitlichen Reihenfolge festgehalten werden [Bro+08c, S. 1ff.].

3.1.3 Synchrone Datenflussgraphen

Synchrone Datenflussgraphen eignen sich besonders für die Modellierung von Signalverarbeitungsalgorithmen [Bro+08c, S. 49]. Das können beispielsweise Abtastregler mit konstanter Abtastrate sein, aber auch unterschiedliche Datenrate innerhalb desselben Datenflussgraphen sind möglich [TH07, S. 56]. Synchrone Datenflussgraphen sind nicht zeitbehaftet, und es wird angenommen, dass das Ergebnis jedes Rechenschritts sofort vorliegt. Das Adjektiv „synchron“ besagt, dass in jedem Schritt eine konstante Anzahl von Nachrichten (Ereignissen) konsumiert bzw. produziert wird [TH07, S. 57]. Dieses Berechnungsmodell ist deshalb nur anwendbar, wenn die Ausführungsreihenfolge der Operationen bereits vorab feststeht. Ist das der Fall, so stellt es einen Effizienzgewinn gegenüber der Verwendung des ereignisdiskreten Berechnungsmodells (siehe Abschnitt 3.1.2 dar, weil die Verwaltung der Ereignisliste entfällt. Die Ausführung des Modells wird somit beschleunigt.

3.1.4 Endliche Zustandsautomaten

Zustandsautomaten eignen sich zur Modellierung von Kontrolllogik [Bro+08c, S. 61] und Kommunikationsprotokollen. Jedes Kommunikationsprotokoll lässt sich in einen äquivalenten Zustandsautomaten überführen [Avn+08; AS09]. Ein Zustandsautomat befindet sich stets in einem seiner möglichen Zustände und wechselt diesen in Abhängigkeit von den Eingangsgrößen. Dabei produziert er Ausgangsgrößen, die Funktionen des Zustands selbst (**Moore**-Automat) oder des Zustands und der Eingänge (**Mealy**-Automat) sein können. Zustandsautomaten sind eine weit verbreitete Darstellung. In dieser Arbeit soll nicht näher auf sie eingegangen werden; der Leser sei auf die Literatur (z. B. [TH07, S. 45ff.]) verwiesen.

3.1.5 Petri-Netze

Petri-Netze [Pet62] sind eine allgemeine Klasse von Automaten. Zustandsautomaten (siehe Abschnitt 3.1.4) sind ein Spezialfall eines Petri-Netzes [TH07, S. 47].

Ein Petri-Netz besteht aus **Stellen** und **Transitionen**. Die Stellen können **Markierungen** enthalten; jede Stelle hat eine gewisse **Kapazität** für Markierungen. Jede Stelle kann mit beliebig vielen Transitionen und jede Transition mit beliebig vielen Stellen über gerichtete Kanten verbunden sein. Die **Eingangsstellen** einer Transition sind diejenigen Stellen, von welchen aus eine Kante auf die Transition gerichtet ist. Die **Ausgangsstellen** sind diejenigen Stellen, auf welche zu eine Kante von der Transition gerichtet ist. Jede Kante hat ein **Gewicht**, das angibt, wie viele Markierungen der Eingangsstelle entnommen bzw. der Ausgangsstelle hinzugefügt werden, wenn die Transition **schaltet** [TH07, S. 40ff.]. Die Transition schaltet, wenn an all ihren Eingangsstellen mindestens so viele Markierungen vorhanden sind, wie diesen beim Schalten entnommen werden, und wenn die verbleibende Kapazität ihrer Ausgangsstellen groß genug ist, um die beim Schalten hinzugefügten Markierungen aufzunehmen.

Auch das ereignisdiskrete Berechnungsmodell und synchrone Datenflussgraphen lassen sich auf Petri-Netze abbilden [TH07, S. 40]. Da numerische Näherungslösungen von Differentialgleichungen ebenfalls nur zu diskreten Zeitpunkten ausgewertet werden, lassen sich zeitkontinuierliche Berechnungsmodelle ebenfalls auf Petri-Netze abbilden.

3.2 Modellierungs- und Simulationswerkzeuge

Es existieren zahlreiche Modellierungs- und Simulationswerkzeuge für heterogene Systeme, die aus unterschiedlichen Motivation heraus entwickelt wurden. Nachfolgend soll auf einige dieser Werkzeuge eingegangen werden. Die Aufzählung beschränkt sich auf Werkzeuge und Sprachen, mit denen der Autor der vorliegenden Arbeit eigene Erfahrung hat, ist also weder vollständig noch repräsentativ.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit kam *Ptolemy II* (siehe Abschnitt 3.2.4) zum Einsatz. Dieses Fazit sei bereits vorweg genommen. Die Beschreibung dieses Programms fällt daher erheblich umfangreicher aus als die der anderen. Die Gründe dafür sind die bereits zu Beginn des Projekts am Fachgebiet Mikroelektronische Systeme vorhandene Erfahrung mit *Ptolemy II* (siehe u. a. [Hua05; OIG08]) sowie die **Quelloffenheit** von *Ptolemy II*. Mit Quelloffenheit ist gemeint, dass der Quelltext des Programms öffentlich verfügbar ist und eigenen Bedürfnissen angepasst werden kann; das Programm ist somit gratis, weil jeder den Quelltext herunterladen und selbst kompilieren kann.

3.2.1 VHDL-AMS

VHDL-AMS⁵ [IEEE1076.1] ist eine Erweiterung der Sprache **VHDL**⁶ [IEEE1076] um Sprachelemente zur Beschreibung von analogen und gemischt analog-digitalen Schaltungen und Systemen. Die Sprache *VHDL* dient vor allem der Beschreibung digitaler Logikschaltungen auf einer vergleichsweise niedrigen Abstraktionsebene, von der aus eine vollautomatische Synthese der gewünschten Schaltung aus ihrer Beschreibung möglich ist. Die Verwendung höherer Abstraktionsebenen ist möglich, wodurch ein simulierbares, aber nicht mehr synthetisierbares Modell einer Schaltung entsteht. Anders als gängige Programmiersprachen enthalten Hardwarebeschreibungssprachen sowohl Konstrukte zur Beschreibung nebenläufigen Verhaltens als auch solche zur Beschreibung des zeitlichen Verhaltens eines Systems. Die *AMS*-Erweiterungen dienen der Beschreibung analoger Schaltungsteile oder physikalischer Prozesse, die mit den zu entwerfenden bzw. zu untersuchenden digitalen Schaltungen interagieren. Dazu stellt *VHDL-AMS* eine Reihe vorgefertigter Bibliotheken zur Verfügung, die so genannten **Disziplinen**⁷; es existieren u. a. je eine elektromagnetische, thermische, translations- und rotationskinematische Disziplin. Diese enthalten häufig benötigte Naturkonstanten und Definitionen von Fluss- und Potentialgrößen samt deren Einheiten. Zusätzlich können eigene Disziplinen erstellt werden.

Mit *VHDL-AMS* kann prinzipiell jedes System modelliert und simuliert werden, welches sich durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschreiben lässt, die nur zeitliche Abhängigkeiten enthalten. Ortsabhängigkeiten können nicht modelliert werden [Her06, S. 178]. Zu beachten ist, dass *VHDL-AMS* nur eine Beschreibungssprache darstellt, in der das betrachtete System in einer Form beschrieben wird, die für den Rechner verständlich ist. Zur Simulation wird zusätzlich eine Simulationsumgebung benötigt, beispielsweise MentorGraphics' **Questa** [Questa]. Lizenzen für diese Programme sind im Allgemeinen recht teuer [Her06, S. 17ff.].

3.2.2 SystemC-AMS

Analog zu *VHDL-AMS* ist **SystemC-AMS** eine Erweiterung der Sprache **SystemC** [IEEE1666]. *SystemC* wurde als Beschreibungssprache für Systeme entwickelt, die sowohl Hardware- als auch Softwarekomponenten beinhalten. Die Metaprogrammierungsfunktionen der Sprache C++ wurden dabei genutzt, um einen Dialekt jener Sprache hervorzuheben, dessen Konstrukte auch zur Beschreibung von Schaltungen geeignet sind. Auch bei *SystemC* handelt es sich nur um eine Beschreibungssprache. Jeder handelsübliche C++-Compiler genügt aber, um aus einer *SystemC*-Beschreibung ein lauffähiges Programm zu erzeugen, welches diese Beschreibung simuliert; ein gesonderter Simulator wird daher nicht benötigt.

SystemC-AMS ist derzeit noch nicht standardisiert und die Sprache befindet sich in Entwicklung; derzeit existiert noch keine Möglichkeit zur Modellierung nichtlinearer, multiphysikalischer Systeme [MV12]. Aus diesem Grund wäre *SystemC-AMS* für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgenommenen Untersuchungen ungeeignet gewesen.

3.2.3 MathWorks MATLAB & Simulink

Simulink [Simulink] ist ein Modellierungs- und Simulationsprogramm der Firma MathWorks. *Simulink* ist in das bekannte Programm **Matlab** [Matlab] desselben Unternehmens integriert. *Matlab* dient der numerischen Lösung mathematischer Probleme und der numerischen Datenanalyse. *Simulink* dient primär der Simulation zeitkontinuierlicher Systeme; es existieren aber (gegen Aufpreis erhältliche) Zusatzpakete, welche weitere Berechnungsmodelle unterstützen, z. B. *Stateflow* zur Simulation von Zustandsautomaten. Andere Zusatzpakete enthalten Bibliotheken mit Modellen häufig benötigter Bauelemente der Mechanik, Hydraulik usw. oder ermöglichen die automatische Erstellung von *VHDL*- oder C-Quelltext aus *Simulink*-Modellen. Uta Hartel verwendete in ihrer Diplomarbeit [Har11] mit Erfolg *Simulink* zur Modellierung von Beschleunigerkomponenten.

3.2.4 Ptolemy II

Ptolemy II [Bro+08a] ist ein an der *University of Berkeley* entwickeltes Modellierungs- und Simulationsprogramm. Es verfügt über eine — mit *Simulink* (siehe Abschnitt 3.2.3) vergleichbare — grafische Benutzeroberfläche namens

⁵ AMS steht für *Analog and Mixed Signal*

⁶ Abkürzung für *Very high speed integrated circuit Hardware Description Language*

⁷ engl. *disciplines*

Vergil (siehe Abbildung 3.1) [Bro+08a, S. 47ff.]. *Ptolemy II* ist wie bereits erwähnt quelloffen und gratis; es existiert jedoch eine kommerzielle Variante namens **VisualSim** [VisualSim], welche sich hauptsächlich durch eine größere Bibliothek vordefinierter Aktoren von *Ptolemy II* unterscheidet.

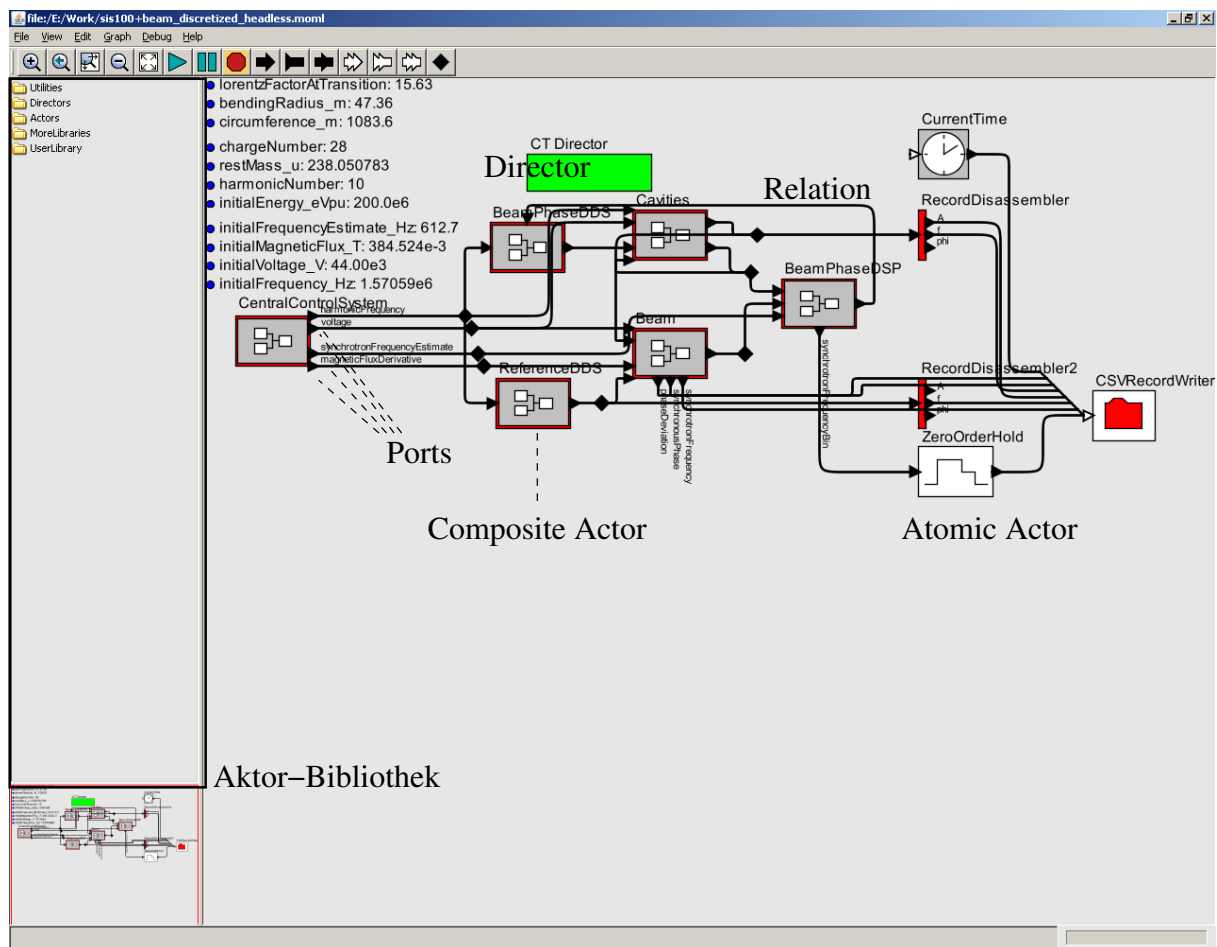


Abbildung 3.1.: Vergil

Ptolemy II ist ein **aktororientiertes** [Agh86; LNW03] Werkzeug [TH07, S. 54]. **Aktoren** sind nebenläufige Objekte, die untereinander Nachrichten austauschen können. Dazu verfügen sie über so genannte **Ports**, die mittels **Relationen** miteinander verbunden sind [Bro+08a, S. 56ff.] (siehe Abbildung 3.1).

Im Regelfall ist pro Port eine Relation angeschlossen. Jede Relation hat einen Sender und beliebig viele Empfänger⁸. Es gibt aber auch so genannte **Multiports** mit beliebig vielen **Kanälen**, an die beliebig viele Relationen angeschlossen werden können⁹ [Bro+08a, S. 57]. Nur Ports mit kompatibeltem **Datentyp** [Bro+08b, S. 55ff.] können miteinander verbunden werden [Bro+08b, S. 115ff.].

Ptolemy II erlaubt es, Modelle **hierarchisch** zu gliedern, indem Aktoren zu einem Kompositum¹⁰ zusammengefasst werden [Bro+08a, S. 61ff.]. Abbildung 3.2 zeigt den inneren Aufbau eines solchen Kompositums. Aktoren, die nicht aus anderen Aktoren zusammengesetzt sind, werden als **atomisch**¹¹ bezeichnet.

Aktoren können Parameter besitzen, die ihr Verhalten beeinflussen. Unter anderem können Parameter als konstante Werte in Gleichungen eingesetzt werden.

⁸ 1:N-Kommunikation

⁹ M:N-Kommunikation

¹⁰ engl. *composite actor*

¹¹ engl. *atomic actor*

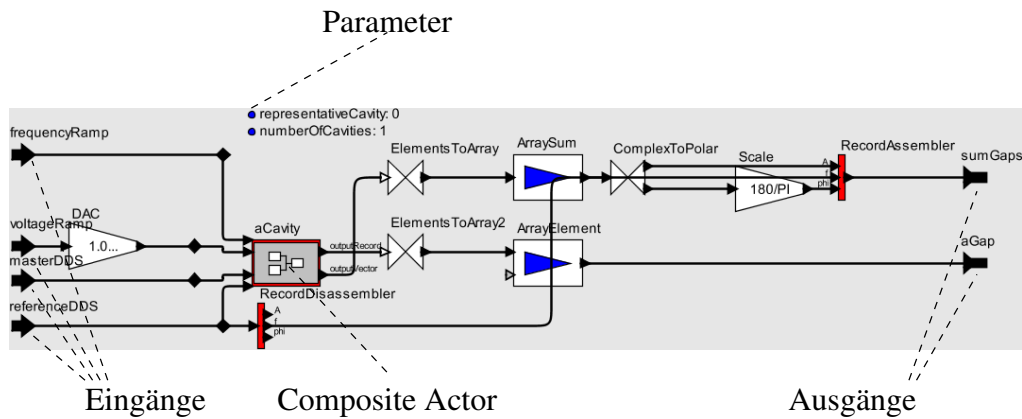


Abbildung 3.2.: Innere Struktur eines aus anderen Aktoren zusammengesetzten Aktors

3.2.4.1 Verwendete Berechnungsmodelle

Ptolemy II stellt alle in Abschnitt 3.1 genannten Berechnungsmodelle und noch zahlreiche weitere zur Verfügung [Bro+08a, S. 14ff., S. 25ff., S. 80ff.]. Diese werden in *Ptolemy II* als **Domänen** bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wurden nur drei Domänen verwendet, welche in der verwendeten *Ptolemy II*-Version 7¹² zur Verfügung stehen:

CT (*Continuous Time*) zur Modellierung zeitkontinuierlicher Systeme [Bro+08c, S. 19ff.],

DE (*Discrete Event*) zur ereignisdiskreten Simulation [Bro+08c, S. 1ff.],

SDF (*Synchronous Data Flow*) zur Modellierung von synchronen Datenflussgraphen [Bro+08c, S. 49ff.].

Zu Beginn des Projekts, in dessen Rahmen die vorliegende Arbeit entstand, war noch nicht klar, wie detailliert die in dem betrachteten System verwendeten Kommunikationsprotokolle modelliert werden müssen. Die Fähigkeit zur Modellierung von Zustandsautomaten war daher ein wichtiges Kriterium bei der Auswahl des Modellierungs- und Simulationswerkzeugs, auch wenn von der Fähigkeit letztlich nicht Gebrauch gemacht wurde. *Ptolemy II* bietet diese Möglichkeit mit der Domäne FSM (*Finite State Machine*) [Bro+08c, S. 61ff.].

Für jede Domäne gibt es einen so genannten **Director**. Dabei handelt es sich um einen besonderen Aktor, der die Ausführung des Modells steuert; die Ausführungsvorschrift wird somit zu einem Teil des Modells. Das ermöglicht **heterogene** [Eke+03] Modelle, deren Komponenten unterschiedlichen **Berechnungsmodellen** folgen, und somit auch die Koexistenz verschiedener Abstraktionsebenen innerhalb desselben Modells. Jedes Modell benötigt mindestens einen Aktor auf der obersten Ebene, der die Ausführung des Gesamtmodells steuert. Enthält ein Teilmodell einen eigenen *Director*, so unterliegt es nicht mehr der Kontrolle des übergeordneten *Directors* und folgt einem eigenen Berechnungsmodell, welches nicht mit dem des beinhaltenden Kompositums identisch sein muss. Diese Aktoren werden als **opak**¹³ bezeichnet [Bro+08b, S. 14ff.].

In dem im Rahmen der vorliegenden Arbeit entstandenen Modell besteht die Heterogenität darin, dass der regelnde physikalische Prozess zeitkontinuierlich beschrieben wird, während die digitalen Regelungen zeitdiskreter Natur sind. Die Datenverarbeitung innerhalb der digitalen Regler findet im Allgemeinen synchron statt, d. h. in jedem Arbeitstakt wird ein Eingabewert gelesen, Zwischenwerte an die jeweils nächste Verarbeitungsstufe weitergereicht und ein errechneter Ergebniswert ausgegeben. Allerdings sind die Abstraten der verschiedenen Systeme und die zu berücksichtigenden Latenzzeiten unter Umständen teilerfremd, so dass sich insgesamt ein asynchrones Verhalten ergibt.

Die Beschleunigerphysik und alle analogen Regelkreise sind in der Domäne CT modelliert. Das Verhalten der Teilchen im Strahl wird dabei durch Differentialgleichungen beschrieben, die Regelsysteme durch ihre Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich.

Der Datenaustausch, die Zeitdiskretisierung innerhalb der digitalen Teilsysteme sowie sämtliche asynchronen Ereignisse sind in der Domäne DE modelliert. Latenzzeiten in der Datenübertragung werden dabei als Totzeit berücksichtigt. Zeitkontinuierliche Signale werden durch Abtastglieder und Schwellwertdetektoren diskretisiert. Halteglieder überführen diskrete in kontinuierliche Signale.

¹² seit Oktober 2010 ist Version 8 verfügbar

¹³ engl. *opaque* = blickdicht, undurchsichtig

Die digitale Signalverarbeitung ist in der Domäne SDF modelliert. Die Rechenzeit muss daher durch entsprechende Totzeitglieder in der Domäne DE berücksichtigt werden.

3.2.4.2 Verwendetes Lösungsverfahren für Differentialgleichungen

Zur numerischen Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen stellt der *Director* der Domäne CT verschiedene Algorithmen zur Verfügung. Abschnitt 3.1.1 enthält eine allgemeine Diskussion verschiedener Verfahren.

Durch die Berücksichtigung von **Rauschprozessen** innerhalb des Systems ergeben sich stochastische Differentialgleichungen. Die beiden angebotenen Runge-Kutta-Verfahren verfügen über eine **Schrittweitensteuerung** [Kre06, S. 889, S. 893f.], welche die Simulationsschrittweite in Abhängigkeit von einer Schätzung des aktuellen Näherungsfehlers anpasst. Damit sind sie zur Lösung stochastischer Differentialgleichungen ungeeignet: Der Wert eines **Gauß'schen** (weißen) Rauschsignals zum Zeitpunkt t_1 ist unabhängig von dem Wert zum Zeitpunkt $t_2 \neq t_1$. Die **numerische Ableitung**¹⁴ eines Rauschsignals kann daher beliebige Werte annehmen. Da die Schätzung des Näherungsfehlers auf der numerischen Ableitung der zu integrierenden Signale beruht, führen Rauschprozesse zu einer stetigen Verringerung der Simulationsschrittweite und schließlich zu einem faktischen Stillstand der Simulation.

Implizite Verfahren wie das ebenfalls angebotene implizite Euler-Verfahren sind zur Lösung stochastischer Differentialgleichungen ebenfalls ungeeignet: Ist das Rauschsignal ein echter Zufallsprozess, dann ist zum Zeitpunkt t_k der Wert des Zufallssignals zum Zeitpunkt t_{k+1} noch nicht bekannt; das Lösungsverfahren kann nicht in die Zukunft blicken. Die implizite Gleichung 3.1 kann dann nicht gelöst werden, weil die rechte Seite den unbekannten Zufallswert enthält. In numerischen Simulationen werden statt echter Zufallsprozesse zumeist deterministische Pseudo-Zufallszahlengeneratoren verwendet, um die Simulation bei Bedarf wiederholen zu können. In diesem Fall wäre es möglich, den nächsten Zufallswert basierend auf dem internen Zustand des Zufallszahlengenerators vorherzusagen und damit die implizite Gleichung zu lösen. Bei Verwendung eines expliziten Verfahrens stellt sich dieses Problem nicht; insbesondere ist das explizite Euler-Verfahren kompatibel mit der **Itô-Interpretation** stochastischer Integrale [Lon10] und somit zur numerischen Lösung stochastischer Differentialgleichungen geeignet. In diesem Kontext wird das Verfahren auch als **Euler-Maruyama**-Verfahren bezeichnet. Da das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell auch dazu dienen soll, die Rauschempfindlichkeit des untersuchten Systems zu untersuchen, kommt das explizite Euler-Verfahren zum Einsatz; dabei handelt es sich um das einzige in *Ptolemy II* verfügbare explizite Verfahren ohne Schrittweitensteuerung.

3.2.4.3 Algebraische Schleifen

Nur implizite Verfahren können **algebraische Schleifen** selbsttätig auflösen [Fra01, S. 61]. Algebraische Schleifen sind Zyklen in dem gerichteten Graphen, der die Abhängigkeit der Modellvariablen voneinander beschreibt. Sie entstehen, wenn der Wert einer Zustandsgröße zum Zeitpunkt t (unter anderem) von sich selbst abhängt, also nur eine implizite Gleichung für den Momentanwert dieser Größe angegeben werden kann. Die in Abschnitt 3.2.4.2 begründete Wahl eines expliziten Lösungsverfahrens bedeutet damit auch einen Verzicht auf die Möglichkeit, algebraische Schleifen zur Laufzeit des Modells von *Ptolemy II* auflösen zu lassen.

3.2.4.4 Sequentielle Abarbeitung

Ein wesentlicher Nachteil von *Ptolemy II* ist, dass — zumindest bei den in dieser Arbeit verwendeten Berechnungsmodellen — alle Berechnungen stets in einem einzigen Rechenprozess abgearbeitet werden, der auf einem Prozessorkern abläuft. Die theoretisch zur Verfügung stehende Rechenleistung moderner Mehrkernprozessoren wird so nicht voll genutzt.

Zwar existieren **verteilte** Varianten der Domänen DE [Bro+08c, S. 111ff.] und SDF [Dan05], in denen die Berechnung automatisch auf mehrere Prozesse verteilt werden kann. Diese Varianten sind jedoch derzeit noch als experimentell einzustufen [Ptolemy] und wurden in der vorliegenden Arbeit deshalb nicht verwendet. Die Domäne DDE (*Distributed Discrete Events* = verteilt ereignisdiskret) ist ohnehin nicht zur Beschleunigung der Simulation gedacht [Bro+08c, S. 111]. Sie verfolgt eine **konservative** Strategie zur Synchronisation der Teilmodelle [Bro+08c, S. 116]; zur Beschleunigung der Simulation durch parallele und verteilte Simulation werden meist **optimistische** Strategien eingesetzt.

¹⁴ Gauß'sches (weißes) Rauschen ist nicht differenzierbar [Lon10]!

Bei konservativer Parallelisierung existiert für jedes Teilmodell ein in der Zukunft liegender Simulationszeitpunkt, von dem bekannt ist, vorher garantiert keine Ereignisse von anderen Teilmodellen eintreffen können, die das Simulationsergebnis beeinflussen. Die Simulation jedes Teilmodells pausiert bei Erreichen dieses Simulationszeitpunkts, bis der Zeitpunkt aufgrund der parallel fortschreitenden Simulation der anderen Teilmodelle in die Zukunft verschoben werden kann [Ril+04; Tan+06]. Das bedingt einen erhöhten Kommunikationsaufwand zur Festlegung der jeweiligen Zeithorizonte und das theoretisch vorhandene Potential zur parallelen Abarbeitung von Ereignissen kann aufgrund zu pessimistischer Annahmen meist nicht voll ausgenutzt werden. Bei optimistischer Parallelisierung dagegen wird die Simulation von Teilmodellen auch über diesen Simulationszeitpunkt hinaus weitergeführt; trifft dann doch ein Ereignis mit einem früheren Zeitstempel ein, welches Einfluss auf das Simulationsergebnis hat, so wird das Simulationsergebnis verworfen und die Simulation auf einen früheren Systemzustand zurückgesetzt [Ril+04; Tan+06]. Das erlaubt einen höheren Parallelisierungsgrad, führt aber zu einem erhöhten Rechenaufwand (für später verworfene Zwischenergebnisse) und Speicherbedarf (zum Speichern von Zwischenständen, um zu diesen zurückkehren zu können) [Tan+06].

Für die zeitkontinuierliche Domäne CT existiert kein verteiltes Berechnungsmodell, obwohl ein solches aufgrund der internen Abbildung aller Berechnungsmodelle auf Petri-Netze [TH07, S. 40] umsetzbar wäre. Freilich ist die verteilte Lösung zeitkontinuierlicher Differentialgleichungen deutlich schwieriger als die verteilte Simulation zeitdiskreter Systeme, da in jedem Zeitschritt das gesamte Gleichungssystem zu lösen ist. Tang *et al.* [Tan+06] schlagen zu diesem Zweck **optimistische** Strategien zur Synchronisation vor, verbunden mit Zeitumkehr-Mechanismen. Zur verteilten Simulation elektrischer Netzwerke wird auch an darüber hinaus gehenden Ansätzen gearbeitet [Li10; DL11]. Die parallele und verteilte Simulation heterogener Systeme soll jedoch nicht Thema dieser Arbeit sein.

3.2.4.5 Anpassungen und Verbesserungen

Die Tatsache, dass der Programmcode von *Ptolemy II* frei verfügbar ist, erlaubte einige Anpassungen und Verbesserungen.

Eine wesentliche Ergänzung ist die neu geschaffene Möglichkeit, *Ptolemy II* durch ein in der Skriptsprache **Tcl** geschriebenes Programm fernzusteuern und Modelle zu laden, zu modifizieren und auszuführen. Auf diese Weise können ganze Experimentreihen programmgesteuert im „Stapelverarbeitungs“¹⁵-Modus ablaufen und verschiedene Parameterwerte systematisch simuliert werden. Die Sprache *Tcl* ist weit verbreitet und wird beispielsweise auch von **ModelSim** [ModelSim], einem bekannten Programm zur Simulation digitaler Schaltungen, verwendet. Durch die ebenfalls neu geschaffenen Möglichkeit, Eingabedaten der Simulation aus Dateien im **CSV**¹⁶-Format [RFC4180] einzulesen und Ausgabedaten in ebensolche Dateien zu schreiben, ist ein automatischer Betrieb ohne menschlichen Eingriff (*headless*-Betrieb) möglich.

3.3 Modellierung hochfrequenter harmonischer Größen

Einige der im Kontext dieser Arbeit relevanten Größen (beispielsweise die über den Kavitäten abfallenden Beschleunigungsspannungen) sind hochfrequent (im Megahertz-Bereich) und näherungsweise **harmonisch**. Um den tatsächlichen zeitlichen Verlauf einer solchen Größe simulieren zu können, wäre gemäß des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems [Sha49] eine Simulationsschrittweite in der Größenordnung 10^{-8} s oder weniger erforderlich. Da mit dem vorliegenden Modell ganze Beschleunigungszyklen mit einer Dauer von bis zu 1 s simuliert werden sollen, wären somit 10^8 oder mehr Simulationsschritte erforderlich. Die Simulation würde dann sehr lange dauern [Kli07].

Andererseits werden in dieser Arbeit hauptsächlich longitudinale Dipolschwingungen untersucht, deren Eigenfrequenz im Bereich weniger Kilohertz liegen. Auch die Frequenzen und Amplituden der hochfrequenten Signale ändern sich nur vergleichsweise langsam: Die Zeitkonstanten dafür liegen im Millisekunden-Bereich. Zur numerischen Simulation dieser Dynamik würde eine Simulationsschrittweite in der Größenordnung 10^{-5} s genügen.

Es liegt ein **Multiskalenproblem** vor. In Anbetracht der sehr unterschiedlichen Zeitskalen liegt es nahe, einen anderen Ansatz zu wählen. Zur Analyse periodischer Signale mit geringer Bandbreite bietet sich eine Betrachtung im Frequenzraum an [Kli07; Smi96]. Ähnliche Problemstellungen ergeben sich auch bei der Analyse von Hochspannungsnetzen [GS06] und Hochfrequenzschaltungen [Kun96]. Diesen gemeinsam ist, dass die Frequenz des Trägersignals (50 Hz im europäischen Stromnetz, einige Gigahertz in der Hochfrequenz-Funkübertragung) erheblich größer ist als die des Nutzsignals (Schaltvorgänge im Stromnetz, Modulationssignal der Funkübertragung).

¹⁵ engl. *batch mode*

¹⁶ *character-separated values*

3.3.1 Ansatz

In der **komplexen Wechselstromlehre** werden harmonische Größen nur durch ihre Amplitude, ihre Kreisfrequenz und ihre Phase definiert:

$$x(t) = A_x \cdot e^{j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x)} \quad (3.5)$$

Dabei bezeichnet A_x die Amplitude, f_x die Frequenz und φ_x die Phase von x . Streng genommen ist dieser Ansatz nur anwendbar, wenn sich das System im „**eingeschwungenen Zustand**“ befindet. Das ist dann der Fall, wenn die fragliche Größe tatsächlich rein harmonisch, also frei von Oberwellen ist, keinerlei transiente Vorgänge stattfinden, Amplitude, Frequenz und Phase also absolut konstant sind und die Schwingung unendlich lange andauert. Ein wesentlicher Aspekt der komplexen Wechselstromlehre ist, dass sie die Lösung von Differentialgleichungen, wie sie bei der Analyse linearer elektrischer Netzwerke auftreten, erheblich vereinfacht. Durch den in Gleichung 3.5 gewählten Ansatz reduziert sich die zeitliche Ableitung auf eine Multiplikation der Amplitude mit der Kreisfrequenz $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ und eine Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot A_x \cdot e^{j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x)} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot A_x \cdot e^{j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dieser Ansatz wird (in leicht modifizierter Form) auch in dem in dieser Arbeit beschriebenen Modell verwendet:

$$x(t) = A_x(t) \cdot \sin \left(\int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot f_x(\tau) d\tau - \varphi_x(t) \right) \quad (3.7)$$

Jede Größe x wird durch ihre (potentiell zeitabhängige) Amplitude, Frequenz und Phase definiert. Anders als in Gleichung 3.5 sind alle so dargestellten Größen rein reell, dennoch ist diese Darstellung gleichwertig. Aufgrund der Kettenregel der Differentialrechnung treten in der zeitlichen Ableitung zusätzliche Terme auf:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \dot{A}_x(t) \cdot \sin \left(\int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot f_x(\tau) d\tau - \varphi_x(t) \right) \\ &\quad + (2 \cdot \pi \cdot f_x(t) - \dot{\varphi}_x(t)) \cdot A_x(t) \cdot \cos \left(\int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot f_x(\tau) d\tau - \varphi_x(t) \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Unter der Bedingung $\dot{A}_x(t) \ll 2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot A_x(t)$, $\dot{\varphi}_x(t) \ll 2 \cdot \pi \cdot f_x$ lässt sich Gleichung 3.8 vereinfachen:

$$\dot{x}(t) \approx 2 \cdot \pi \cdot f_x(t) \cdot A_x(t) \cdot \sin \left(\int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot f_x(\tau) d\tau - \varphi_x(t) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.9)$$

Die Änderungen erfolgen so langsam, dass sich das System zu allen Zeiten im eingeschwungenen Zustand befindet.

Eine andere mögliche Interpretation ist die, dass jegliche Änderung der Amplitude, Frequenz oder Phase einen **Einschaltvorgang** darstellt. Alle praktisch realisierbaren Systeme sind bandbegrenzt. Technische Regelstrecken weisen immer Tiefpassverhalten auf [TT04]. Der einfachste Fall eines Tiefpassgliedes ist ein Tiefpass erster Ordnung. Schaltet man am Eingang eines solchen Tiefpassgliedes ein harmonisches Signal $x(t)$ ein, so besteht das Ausgangssignal $y(t)$ aus einem phasenverschobenen harmonischen Signal mit gleicher Frequenz, aber gedämpfter Amplitude und einem exponentiell abklingenden Gleichanteil:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sin(\omega_0 \cdot t) \cdot \sigma(t) \\ \dot{y}(t) &= \omega_E \cdot (x(t) - y(t)) \\ y(0) &= 0 \\ \Rightarrow y(t) &= \frac{\omega_E}{\sqrt{\omega_0^2 + \omega_E^2}} \cdot \sin \left(\omega_0 \cdot t - \arctan \left(\frac{\omega_0}{\omega_E} \right) \right) + \frac{\omega_0 \cdot \omega_E}{\omega_0^2 + \omega_E^2} \cdot e^{-\omega_E \cdot t} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die Abklingzeitkonstante ist dabei invers proportional zur Eckfrequenz des Tiefpasses. Die Phasenverschiebung und die Dämpfung sind konstant und hängen sowohl von der Eckfrequenz des Tiefpasses als auch von der Grundfrequenz des Signals ab. Nach einer Zeit, welcher dem Dreifachen der Zeitkonstanten entspricht, ist der Gleichanteil bereits auf unter 5 Prozent abgefallen und kann somit vernachlässigt werden.

Auf ähnliche Weise klingen transiente Einschaltvorgänge in allen Arten bandbegrenzter Systeme ab. Liegt die Eckfrequenz eines hier betrachteten Systems also in der Größenordnung einiger Megahertz oder darüber, so spielen transiente Einschaltvorgänge für Prozesse, deren Zeitkonstanten im Millisekunden-Bereich liegen, keine Rolle. Der Ansatz aus Gleichung 3.7 ist somit anwendbar und zweckmäßig.

Dieser Ansatz ist auch als **quasistationäre Phasorenrechnung**¹⁷ bekannt [GS06]. Es existieren verschiedene ähnliche Ansätze, z. B. **dynamic phasor calculus** [ABT99] und **envelope tracking** [Kun96]. Dabei werden Signale mit dünn besetztem Spektrum durch ihre (zeitvarianten) Fourier-Koeffizienten modelliert.

3.3.2 Umsetzung in *Ptolemy II*

In *Ptolemy II* werden hochfrequente Signale als Datenstrukturen (so genannte **Records**) dargestellt. Diese Datenstruktur enthält die Amplitude, Frequenz und Phase. Der Momentanwert ergibt sich aus Gleichung 3.7, wird im Modell aber an keiner Stelle benötigt. Ein Vorteil der gewählten und vorstehend beschriebenen Darstellung ist, dass die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen leicht zu berechnen ist:

$$\varphi_{x,y}(t) = \varphi_x(t) - \varphi_y(t) + \int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot (f_y(\tau) - f_x(\tau)) d\tau \quad (3.11)$$

Dabei ist $\varphi_{x,y}$ die Phasenlage des Signals x bezogen auf das Signal y . Aufgrund des negativen Vorzeichens der Phase in Gleichung 3.7 bedeutet eine positive Phasendifferenz, dass ein Signal dem Bezugssignal **nacheilt** und eine negative Phase, dass es **vorausieht**. Phasendifferenzen spielen eine große Rolle in dem hier untersuchten System.

Frequenz und Phase des Signals werden unabhängig voneinander benötigt. Die Umrechnung einer Größe in die andere wäre numerisch möglicherweise ungenau: Zur Umrechnung wäre numerische Integration bzw. Differentiation erforderlich. Numerisches Differenzieren führt jedoch Rauschen in das System ein und sollte tunlichst vermieden werden [Kre06, S.827]. Außerdem gilt $\dot{\varphi}_x(t) \ll 2 \cdot \pi \cdot f_x$ (siehe Abschnitt 3.3.1). Es würde also bei der Berechnung der Frequenz aus der Phase eine vergleichsweise kleine Zahl $\dot{\varphi}_x$ zu einer vergleichsweise großen Zahl f_x addiert, was numerisch ebenfalls nicht unproblematisch ist. Aus diesen Gründen werden beide Größen in der Datenstruktur gespeichert.

¹⁷ engl. *quasi-stationary phasor calculus*

4 Systemarchitektur und -modellierung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit den in Kapitel 2.6 beschriebenen longitudinalen Regelkreisen: Kavitätsynchronisation und Strahlphasenregelung. Auf den Strahl wirken außer den elektrischen Feldern der Kavitäten auch die magnetischen Felder der Ablenkmagnete und der magnetischen Linsen.

Wie in Kapitel 2.5.3 beschrieben, muss die magnetische Flussdichte der Ablenkmagneten sehr genau auf die Frequenz des HF-Felds abgestimmt sein. Eine zu große bleibende Abweichung der magnetischen Flussdichte hätte zwangsläufig zur Folge, dass die im Beschleuniger zirkulierenden Teilchen in die Wand des Strahlrohrs einschlagen. Vorübergehende Störungen der magnetischen Flussdichte führen gemäß Gleichung 2.55 zu einer Verschiebung der synchronen Phase und sind daher eine mögliche Ursache für kohärente Schwingungen der Strahlphase, die von der Strahlphasenregelung gedämpft werden (siehe auch Kapitel 5.6.1.3).

Abweichungen der Flussdichte in den Ablenkmagneten bewirken eine Änderung der Teilchenflugbahn und können zu Betatronschwingungen (siehe Kapitel 2.5.7.4) führen [Wie07, S. 416]. In erster Näherung ist die hier betrachtete longitudinale Strahldynamik jedoch unabhängig von transversalen Betatronschwingungen, zumal letztere bei wesentlich höheren Frequenzen als erstere stattfinden [Wie07, S. 352].

Weder die Regelung der Ablenkmagnete noch die der magnetischen Linsen kommunizieren mit dem hier betrachteten Regelsystem. Gleiches gilt auch für die zahlreichen weiteren Regelkreise im Synchrotron. Aus diesen Gründen betrachtet die vorliegende Arbeit lediglich die longitudinale Strahlphysik und den Einfluss der Beschleunigungskavitäten auf selbige. Dabei wird angenommen, dass die Regelung der Magnete in der Lage ist, der Magnetfeldrampe ohne Regelabweichung zu folgen.

Nachfolgend wird zunächst in Abschnitt 4.1 die ursprünglich vorgesehene Systemstruktur und anschließend in Abschnitt 4.2 das daraus resultierende Modell behandelt. Manche der in Abschnitt 4.1 beschriebenen technischen Lösungen haben sich während des Entstehungszeitraums der vorliegenden Arbeit geändert, so dass nicht alle beschriebenen Komponenten heute in exakt der beschriebenen Form an der GSI im Betrieb zu finden sind. Die Grundprinzipien sind aber erhalten geblieben, weswegen das in Abschnitt 4.2 beschriebene Modell seine Gültigkeit behält.

4.1 Systemstruktur

Der Begriff **LLRF**-Ausrüstung (*low level radio frequency* = Kleinsignal-Hochfrequenz) umfasst analoge und digitale Signalverarbeitungskomponenten zur Messung, Steuerung und Regelung hochfrequenter Signale. Zu diesem Thema gibt es auch eine zweijährlich stattfindende Tagung gleichen Namens [LLRF], die zuletzt 2011 am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg stattfand. Die Einschränkung auf *low level* (Kleinsignal) bedeutet, dass Leistungsverstärker zur Erzeugung großer Spannungen oder Ströme nicht zur LLRF-Ausrüstung zählen.

Zum Schutz vor Strahlungseinflüssen ist die LLRF-Ausrüstung nicht unmittelbar am Beschleunigerring, sondern abseits davon in so genannten **Versorgungsräumen**¹ untergebracht. Im *SIS18* gibt es nur einen einzigen HF-Versorgungsraum, der folglich alle HF-Signalverarbeitungskomponenten beherbergt. Das Problem der Kommunikation räumlich voneinander getrennter Komponenten untereinander stellt sich daher weniger. *SIS100* und *SIS300* dagegen werden in einem gemeinsamen unterirdischen Tunnel [FAIR-BTR, S. 4, S. 21f., S. 383ff.] mit insgesamt 5 [Mor10] räumlich voneinander getrennten Versorgungsräumen verlegt werden.

Jeder Versorgungsraum steuert eine Kavitätsgruppe oder mehrere Gruppen, die jeweils eine Kavität oder mehrere Kavitäten umfassen. Alle Kavitäten innerhalb einer Gruppe werden mit derselben Frequenz angesteuert. In der ersten Ausbaustufe des *SIS100* sind 14 Beschleunigungskavitäten vorgesehen [Kli+11], die zunächst alle derselben Gruppe angehören werden [Kli07].

Alle Versorgungsräume sind im Wesentlichen identisch aufgebaut und unterscheiden sich nur in der Anzahl der von ihnen gesteuerten Kavitäten [Kli10c; Kli+11]. Im Gegensatz zur Kavitätsynchronisation erfolgt die Strahlphasenregelung zentral. Wie in Kapitel 2.7 beschrieben, werden die hochfrequenten Signale zur Ansteuerung der Kavitäten in jedem Versorgungsraum mittels so genannter direkt-digitaler Synthesizer (DDS) lokal erzeugt. Die von der Strahlphasenregelung errechnete Frequenzkorrektur muss daher in alle Versorgungsräume übertragen werden.

¹ englisch *supply room*

In jedem Versorgungsraum ist ein gesonderter Synthesizer für die Strahlphasenregelung vorhanden, der so genannte **Strahlphasen-Synthesizer**, der diese Frequenzkorrektur empfängt und ein entsprechend korrigiertes Signal ausgibt. Die Synthesizer in den einzelnen Versorgungsräumen sind untereinander gleich, es wird jedoch ein Synthesizer willkürlich als „Master“ definiert. Die Strahlphasen-Synthesizer in allen anderen Versorgungsräumen dienen als sofort einsetzbarer Ersatz und gleichen ihre Ausgangsfrequenz mit der des „Masters“ ab [Kli+08]. Zwar wäre auch eine verteilte Strahlphasenregelung denkbar, bei der in jedem einzelnen Versorgungsraum ein unabhängiges Regelsystem arbeitet, welches dann nur auf die von diesem Versorgungsraum gesteuerten Kavitäten wirkt. Auf diese Weise könnte die Kommunikation zwischen den Versorgungsräumen weiter beschränkt werden, jedoch könnten dabei unerwünschte Phasendifferenzen auftreten, weswegen von dieser Lösung Abstand genommen wurde [Kli+08].

4.1.1 Kommunikation zwischen den Versorgungsräumen

Abbildung 4.1 auf Seite 43 (entnommen aus [Kli+08]) zeigt die Datenpfade zwischen den Versorgungsräumen. Alle Versorgungsräume sind an das **zentrale Kontrollsystem** (in der Abbildung als *Central Control System* bezeichnet) angeschlossen; über *BuTiS* (siehe Kapitel 2.7 und [Mor05]) werden phasensynchrone Taktsignale an alle Versorgungsräume verteilt. Zusätzlich steht mit der so genannten **Inter-DDS-Kommunikation** [Kum07] eine Möglichkeit zur Kommunikation der Versorgungsräume untereinander zur Verfügung.

Das zentrale Kontrollsystem überträgt die Daten der Rampen für die magnetische Flussdichte, die Beschleunigungsspannung usw. an alle Versorgungsräume. Diese Datenübertragung ist nicht zeitkritisch, weil sie vor Beginn des eigentlichen Beschleunigungszyklus stattfindet; die Daten werden in den Versorgungsräumen in so genannten **Scalable Control Units (SCUs)** [Thi10] gespeichert und von diesen während des Beschleunigungszyklus wiedergegeben [Kli10c].

BuTiS stellt zwei Taktsignale zur Verfügung:

- Ein Taktsignal für die digitalen Synthesizer mit einer Taktfrequenz von 200 MHz und
- ein Signal zur Synchronisation, das so genannte T_0 -Signal mit einer Frequenz von 100 kHz ².

Die digitalen Synthesizer in den einzelnen, räumlich voneinander getrennten Versorgungsräumen werden durch *BuTiS* miteinander synchronisiert, so dass die vom Kontrollsystem vorgegebenen Frequenzverläufe in jedem Versorgungsraum synchron repliziert werden können.

Der Verlauf der Rampen ist vorab bekannt, die von der Strahlphasenregelung errechneten Frequenzkorrekturen jedoch nicht. Letztere müssen daher zur Laufzeit vom Master-Strahlphasen-Synthesizer zu den Strahlphasen-Synthesizern aller anderen Versorgungsräume übertragen werden. Dazu dient die so genannte Inter-DDS-Kommunikation, eine optische Datenfernübertragung mit einer Datenrate von 50 Mbits [Kum07]. Bei jedem *BuTiS*- T_0 -Takt wird die aktuelle Ausgangsfrequenz der Master-Strahlphasen-Synthesizers in digitaler Form (32 bit Genauigkeit) an alle Versorgungsräume übertragen. Dort treffen sie vor dem nächsten T_0 -Takt ein und können deshalb beim nächsten T_0 -Takt simultan im gesamten Beschleuniger wirksam werden [Kum07].

4.1.2 Kommunikation innerhalb eines Versorgungsraums

Abbildung 4.2 (entnommen aus [Kli+08]) zeigt die in jedem Versorgungsraum vorhandene Verteilermatrix für hochfrequente Signale. Auf der linken Seite der Verteilermatrix sind die **Signalquellen** eingezeichnet:

- Pro Kavitätengruppe gibt es einen Gruppen-Synthesizer, der das Referenzsignal für diese Gruppe erzeugt (in der Abbildung als Group DDS 1 bis Group DDS n bezeichnet). Die Kavitäten in einer Gruppe erhalten alle dasselbe Referenzsignal, aber verschiedene Kavitätengruppen können bei unterschiedlichen Harmonischen der Umlauffrequenz betrieben werden, weswegen pro Kavitätengruppe ein Gruppen-Synthesizer vorgesehen ist.
- Für die Strahlphasenregelung gibt es einen gesonderten Synthesizer (Beam DDS), der von einer digitalen Signalverarbeitungs-Einheit³ Frequenzkorrekturwerte erhält.

² Ursprünglich war eine Frequenz von $200 \text{ MHz} \div 2^{11} = 97,65625 \text{ kHz}$ vorgesehen [BR09], wodurch der Frequenzteiler zur Erzeugung des T_0 -Signals aus dem 200 MHz-Taktsignal technisch einfacher ausgefallen wäre.

³ englisch *digital signal processor*, DSP

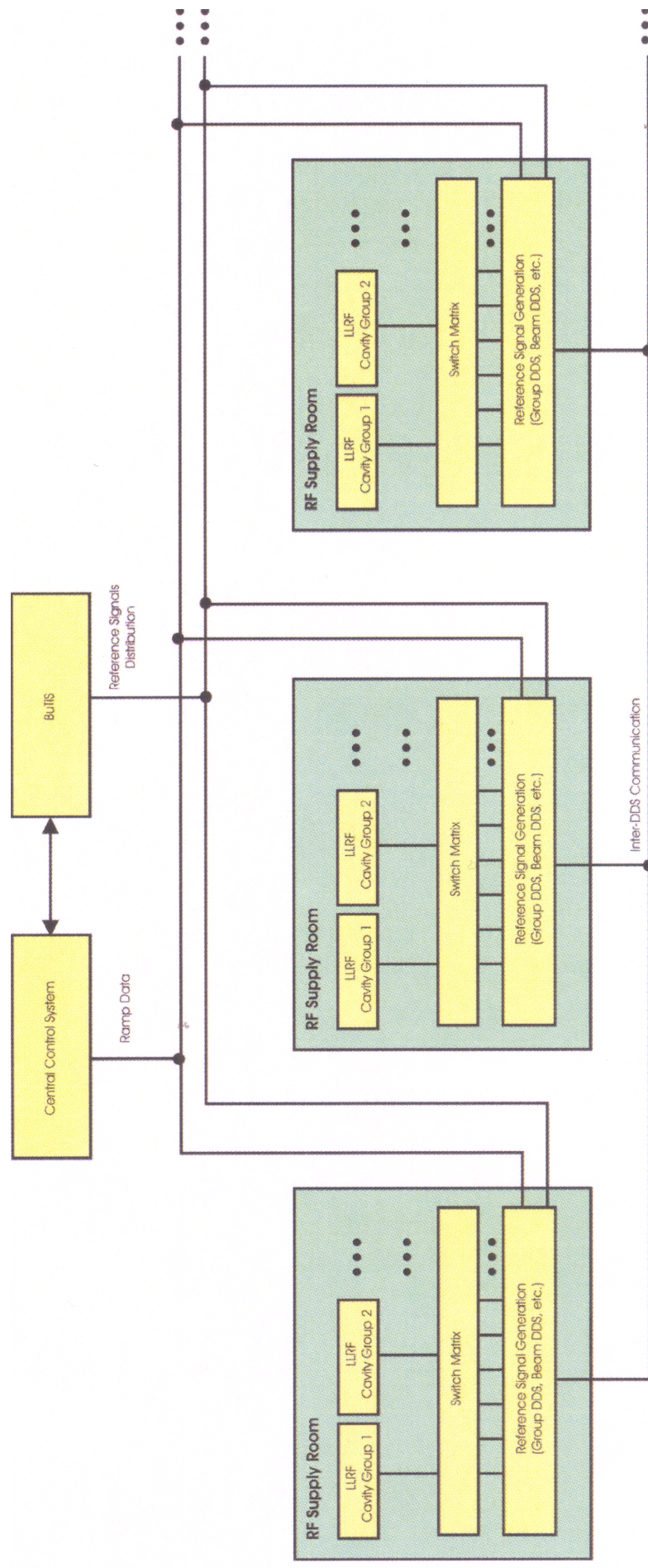


Abbildung 4.1.: Logische Datenpfade zwischen den Versorgungsräumen [Kli+08]

- Der Strahlagesensor (Beam Position Monitor) liefert ein Signal, welches dem Momentanwert des Strahlstroms entspricht.
- Bei dem Sensor für die Beschleunigungsspannung (Gap Voltage Monitor) handelt es sich um den in Abschnitt 2.2.3 erwähnten Spannungsteiler. Dieser wandelt die über dem Spalt einer Referenzkavität abfallende Spannung in ein Kleinspannungssignal.

Oberhalb und unterhalb der Verteilermatrix sind die **Signalsenken** eingezeichnet, nämlich die einzelnen Kavitäten sowie die digitale Signalverarbeitung für die Strahlphasenregelung.

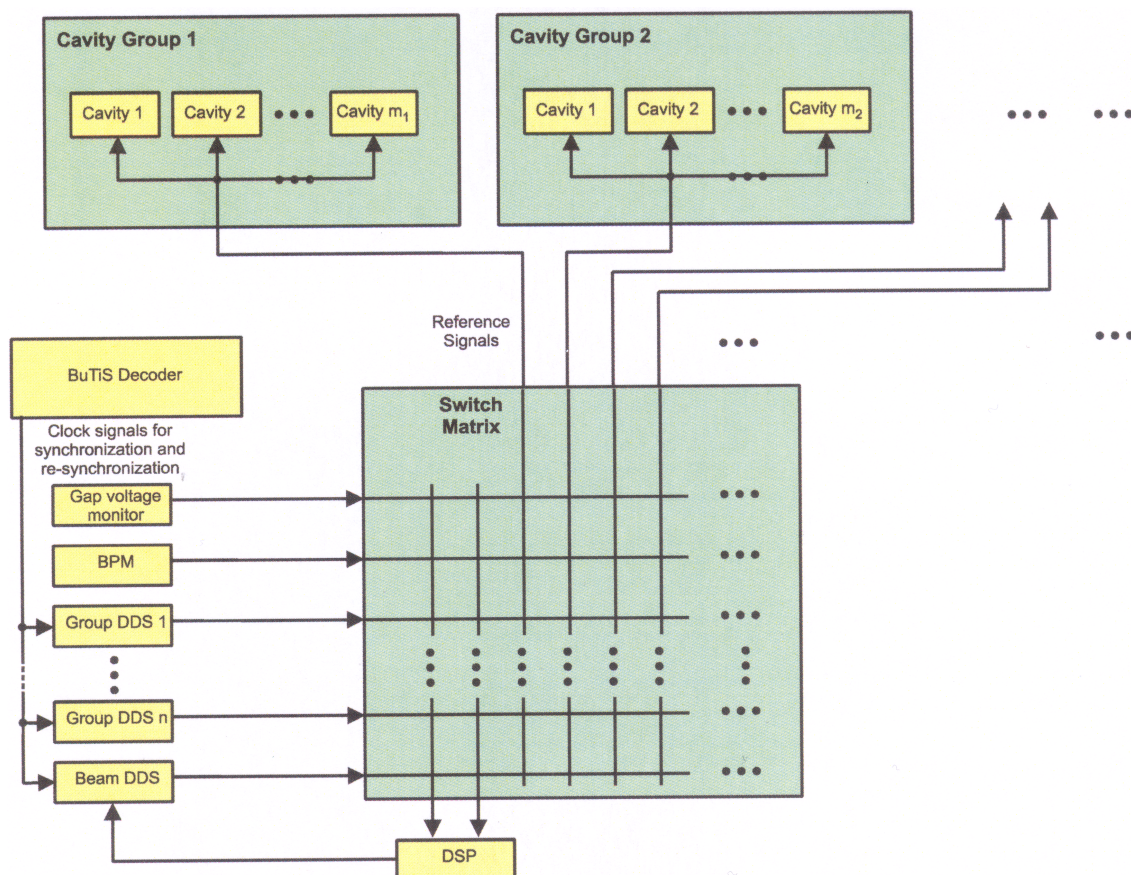


Abbildung 4.2.: Verteilung analoger Signale innerhalb eines Versorgungsraums [Kli+08]

Bei der Erstellung des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Modells wurde angenommen, dass alle Kavitäten bei der gleichen Frequenz betrieben werden; ein möglicher Mehrharmonischenbetrieb wird nicht betrachtet. Es gibt also pro Versorgungsraum nur eine Kavitätsgruppe und damit auch nur einen Gruppen-Synthesizer. Ferner wird angenommen, dass alle Kavitäten an der Strahlphasenregelung beteiligt sind und deshalb vom Strahlphasen-Synthesizer angesteuert werden. Der unregelmäßige Gruppen-Synthesizer dient lediglich als Referenz. Die beiden analogen Eingänge der digitalen Signalverarbeitungseinheit für die Strahlphasenregelung sind mit dem Ausgangssignal des Spannungsteilers und dem des Strahlagesensors belegt. Die entsprechende Konfiguration der Verteilermatrix ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Abbildung 4.4 (entnommen aus [SSK09]) zeigt die für die Kavitätsynchronisation und Strahlphasenregelung relevante Topologie für die **digitale Kommunikation** innerhalb des Versorgungsraums des SIS18. Die Kommunikationstopologie innerhalb der Versorgungsräume des SIS100 wird ähnlich strukturiert sein [Kli+11]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind vor allem die digitale Signalverarbeitungseinheit in der linken unteren Ecke, die digitalen Synthesizer in der rechten oberen Ecke und die Kommunikationspfade zwischen ihnen von Interesse. Die Abkürzung **FIB** steht für *FPGA Interface Board*; dabei handelt es sich um eine Schnittstellenkarte zur Vermittlung zwischen optischer und elektrischer Datenübertragung, welche mit einer programmierbaren Logikeinheit (*FPGA*⁴)

⁴ Abkürzung für *Field-Programmable Gate Array*

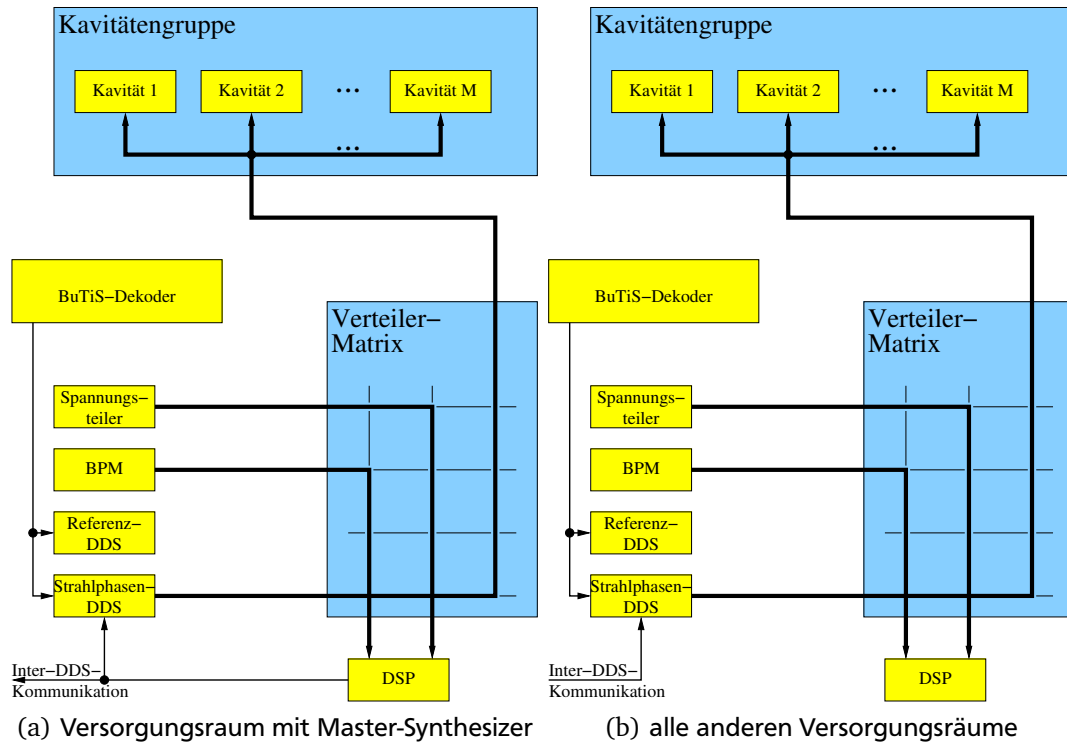


Abbildung 4.3.: Die in dieser Arbeit betrachteten analogen Signale und ihre Verteilung innerhalb der Versorgungsräume

und je zwei optischen Ein- und Ausgängen versehen ist. Das in der Abbildung links oben eingezeichnete Gerät ist für allgemeine Steueraufgaben zuständig. Das oben in der Mitte eingezeichnete Gerät ist ein Funktionsgenerator, der eine Sollphasen-Rampe erzeugt. Dieser Funktionsgenerator erhält ebenso wie die Synthesizer über die „Netzgeräte-Backplane“, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll, Rampendaten von der SCU. In der Abbildung werden drei verschiedene Übertragungswege unterschieden:

DSPLink Die Übertragung auf den als *DSPLink* (violett) bezeichneten Pfaden erfolgt elektrisch über kurze Strecken.

Optical Token Ring Über das optische *Token-Ring*-Netzwerk [Gut07; GK07] (blau) werden in erster Linie weniger zeitkritische Kontroll- und Steuernachrichten übermittelt.

Optical Direct Link Über die optischen Direktverbindungen [GK07] werden in erster Linie Rampendaten in Echtzeit übermittelt. Es gibt dabei keinen Rückkanal, d. h. die Datenübertragung findet nur in eine Richtung statt.

Die beiden optischen Übertragungstypen sind zueinander und mit der Inter-DDS-Kommunikation hinsichtlich Datendarstellung und Übertragungsrate kompatibel [GK07; Kli+09]. Die Datenrate beträgt $40 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}$ [Gut07]; die Datentelegramme sind bis zu 55 bit lang⁵ und transportieren 32 bit Nutzdaten. Die nutzbare Datenrate beträgt somit

$$\frac{32 \text{ bit}}{55 \text{ bit}} \cdot 40 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}} = 23,27 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}. \quad (4.1)$$

4.1.3 Digitale Strahlphasenregelung

Die digitale Signalverarbeitungseinheit (nachfolgend als **Strahlphasen-DSP** bezeichnet) empfängt eine Frequenzrampe, eine Sollphasenrampe sowie (in der Abbildung nicht dargestellte) Schätzwerte der Synchrotronfrequenz. Daraus und aus den Abtastwerten der Signale des Kavitätenspannungsteilers und des Strahlagesensors errechnet sie die Sollfrequenz für den von ihr gesteuerten Synthesizer:

⁵ 3 Start-Bits + 1 *Token*-Bit + 8 Adress-Bits + 8 bit Nachrichtentyp + 32 bit Nutzdaten + 3 Stopp-Bits [Kli+09]

1. Zuerst wird die Phasendifferenz zwischen der (über den Spannungsteiler gemessenen) Kavitätsspannung der Referenzkavität und dem (mit dem Strahlagesensor gemessenen) Strahlstrom ermittelt.
2. Von der Phasendifferenz wird die Sollphase abgezogen.
3. Das Ergebnis wird in ein Bandpassfilter eingespeist, um kohärente Strahlphasenschwingungen zu identifizieren und um Messrauschen sowie andere Störeinflüsse zu unterdrücken. Die Mittenfrequenz des Bandpassfilters wird abhängig von der geschätzten Synchrotronfrequenz gewählt.
4. Der Ausgangswert des Filters wird mit einem Verstärkungsfaktor multipliziert, der ebenfalls von der geschätzten Synchrotronfrequenz abhängt.
5. Das Ergebnis stellt eine Frequenzkorrektur dar, die zur Frequenzrampe hinzuaddiert wird, so dass sich die korrigierte Sollfrequenz ergibt.

Die Frequenzkorrektur bewirkt eine Phasenverschiebung der wirksamen Beschleunigungsspannung und dadurch eine Dämpfung longitudinaler Dipolschwingungen des Strahlschwerpunkts (siehe Kapitel 2.6.2). Über das optische *Token-Ring*-Netzwerk kann die Signalverarbeitungseinheit während des Betriebs neue Parameter erhalten.

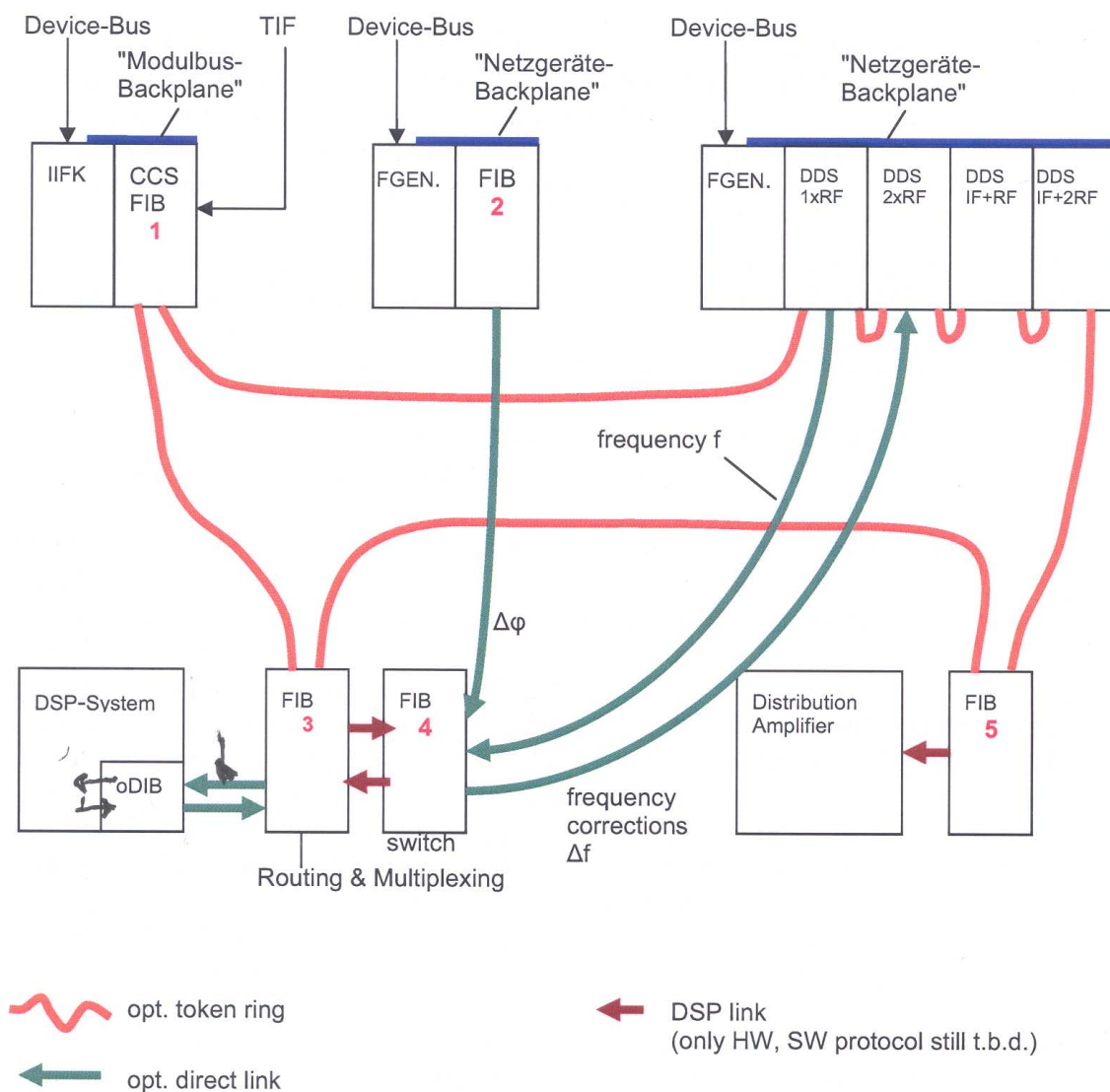


Abbildung 4.4.: Digitale Kommunikation innerhalb eines Versorgungsraums [SSK09]

4.1.4 Lokale Regelkreise jeder Kavität

In Abbildung 4.2 sind vereinfachend die Kavitäten als Signalenken eingezeichnet. Tatsächlich verfügt jedoch jede Kavität über eigene lokale Regelkreise, die in dieser Abbildung nicht dargestellt sind. Die über die Matrix verteilten Signale steuern die Kavitäten nur mittelbar: Sie dienen als Referenzsignale für die Kavitätensynchronisation, auf deren Basis ein lokaler Synthesizer erst das eigentliche Steuersignal für die Kavität erzeugt.

Abbildung 4.5 (entnommen aus [Kli10c]) zeigt das Prinzipschaltbild der lokalen, digitalen Regelung der Frequenz der Beschleunigungsspannung jeder einzelnen Kavität. Auf diesen Regelkreis wird in Abschnitt 4.1.4.1 näher eingegangen.

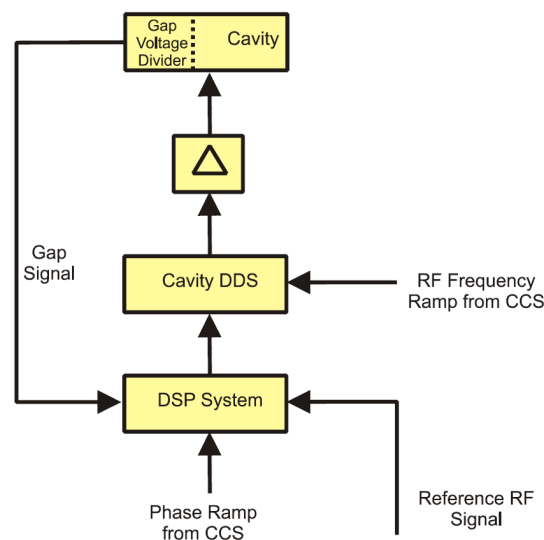


Abbildung 4.5.: Digitale Kavitätensynchronisation [Kli10c]

Abbildung 4.6 (entnommen aus [Har11]) zeigt das Prinzipschaltbild der lokalen analogen Regelkreise für die Amplituden- und Resonanzfrequenzregelung jeder einzelnen Kavität. Da abseits der Resonanzfrequenz die Impedanz einer Kavität (und damit die bei gegebenem Strom erreichbare Beschleunigungsspannung) stark abnimmt (siehe Kapitel 2.2.1), bewirkt eine Veränderung der Resonanzfrequenz auch eine Veränderung der Amplitude der Kavitätenspannung. Die Amplitudenregelung wird in Abschnitt 4.1.4.2 und die Resonanzfrequenzregelung in Abschnitt 4.1.4.3 näher betrachtet. Die Beschreibung lehnt sich dabei insbesondere an die Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11] an, welche Aufbau und Funktion der fraglichen Regelkreise sehr detailliert darstellt.

Bei den analogen Regelkreisen handelt es sich um eine so genannte **Kaskadenregelung**, d. h. die Regelkreise sind verschachtelt. Die Amplitudenregelung stellt den inneren und die Resonanzfrequenzregelung den äußeren Regelkreis dar, weil eine Verstimmung der Resonanzfrequenz auch eine Änderung des Kavitätenleitwerts und damit der Amplitude zur Folge hat. Umgekehrt zieht eine Änderung der Amplitude aber idealerweise keine Verschiebung der Phase der Kavitätenspannung nach sich. Üblicherweise ist bei einer Kaskadenregelung der innere Regelkreis deutlich schneller als der äußere, so dass beim Entwurf des äußeren Regelkreises davon ausgegangen werden kann, dass der innere etwaige Abweichungen bereits ausgeregelt hat. Schwankungen der Regelgröße des inneren Regelkreises beeinflussen den äußeren dann nur wenig. Im vorliegenden Fall ist abweichend der Resonanzfrequenzregler mit einer Zeitkonstante in der Größenordnung von $200\,\mu\text{s}$ (siehe Anhang B.1.4.4) aber deutlich schneller als der Amplitudenregler, dessen Zeitkonstante in der Größenordnung von $500\,\mu\text{s}$ liegt [Har11, S. 53].

4.1.4.1 Digitale Kavitätensynchronisation

Die (in Abbildung 4.5 als *DSP System* und nachfolgend als **Kavitäten-DSP** bezeichnete) digitale Signalverarbeitungseinheit erhält über die in Abschnitt 4.1.2 beschriebene optische Datenübertragung eine Sollphasenrampe. Ihre beiden analogen Eingänge sind belegt mit dem Ausgangssignal des Kavitätenspannungsteilers (*Gap Voltage Divider*) und dem Referenzsignal, welches den lokalen Regelkreisen jeder Kavität über die in Abschnitt 4.1.2 beschriebene Verteilermatrix zugeht. Aus den Abtastwerten der beiden Signale und der Sollphasenrampe errechnet die Signalverarbeitungseinheit eine Frequenzkorrektur, welche von dem lokalen Synthesizer zu der für die jeweilige Kavität relevante Frequenzrampe addiert wird:

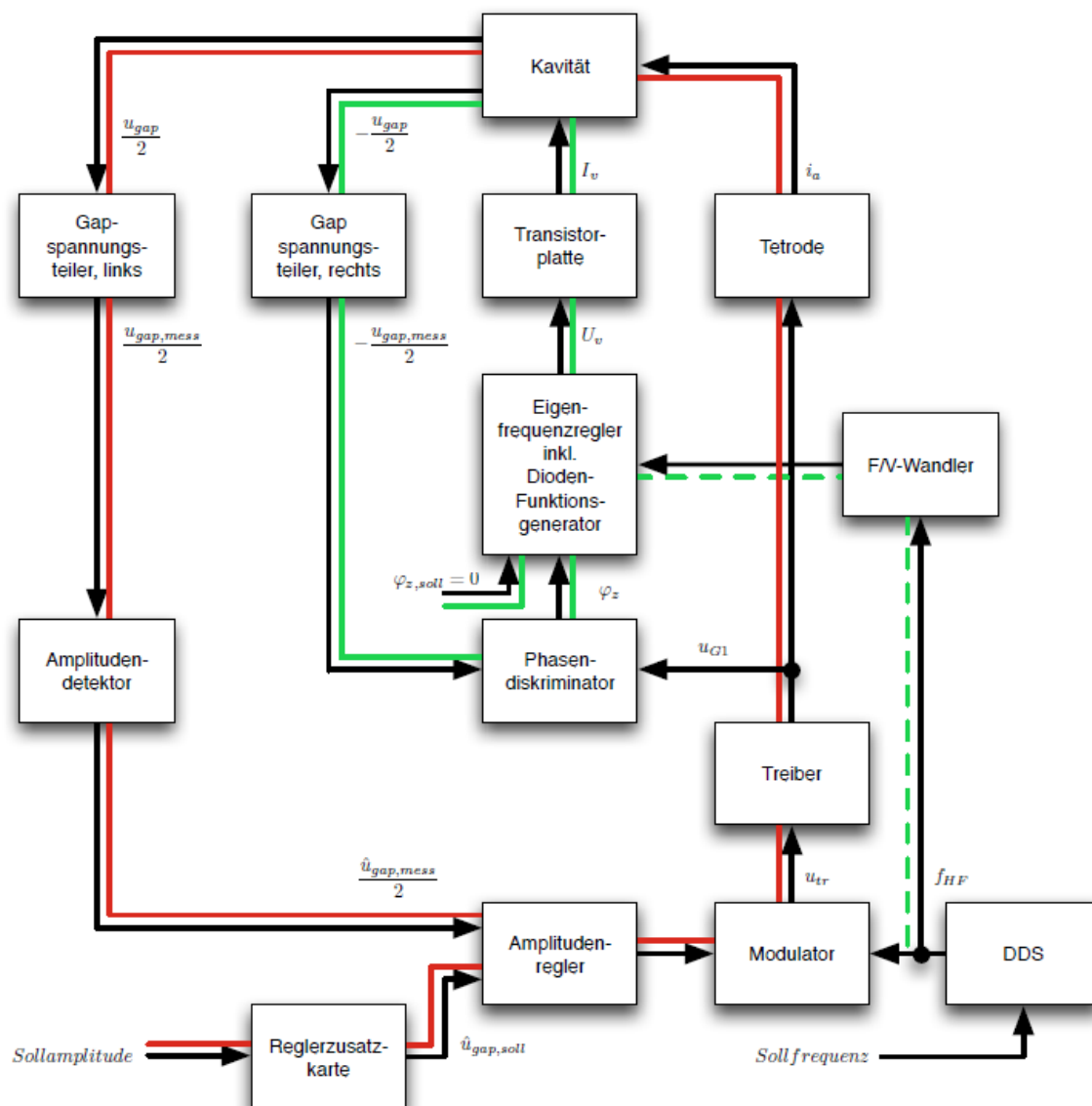


Abbildung 4.6.: Analoge Regelkreise einer Kavität [Har11, S. 12]

1. Zuerst wird die Phasendifferenz zwischen dem Referenzsignal und der (über den Spannungsteiler gemessenen) Kavitätsspannung der jeweiligen Kavität.
2. Von der Phasendifferenz wird die Sollphase abgezogen.
3. Der Ausgangswert des Filters wird mit einem konstanten Verstärkungsfaktor multipliziert⁶.
4. Das Ergebnis stellt eine Frequenzkorrektur dar, die zur Frequenzrampe hinzuaddiert wird, so dass sich die korrigierte Sollfrequenz ergibt.

Diese Frequenzkorrektur bewirkt eine Phasenverschiebung des Anregungsstroms der jeweiligen Kavität und ist so gewählt, dass die Spannung über dem Spalt der jeweiligen Kavität phasengleich mit dem Referenzsignal ist (siehe Kapitel 2.6.1). Auf diese Weise können Abweichungen im Phasengang des Treiberverstärkers oder anderer Bauteile der Kavität ausgeregelt werden.

4.1.4.2 Amplitudenregelung

Die Amplitudenregelung hat die Aufgabe, die Spannung über dem Spalt einer Kavität auf einen vom Kontrollsystem vorgegebenen Wert einzuregeln.

1. Über einen kapazitiven Spannungsteiler [Har11, S. 65] wird die über dem Spalt der Kavität abfallende Spannung gemessen.
2. Ein Amplitudendetektor [Har11, S. 66] wandelt dieses hochfrequente Signal in eine Gleichspannung um, die proportional zur Amplitude der Kavitätsspannung ist.
3. Der eigentliche Amplitudenregler [Har11, S. 51ff., S. 68] vergleicht das Ausgangssignal des Amplitudendetektors mit der Sollamplitude.
4. Die Stellgröße des Amplitudenreglers wird im Modulator mit dem Ausgangssignal des Synthesizers multipliziert und diesem so die vorgegebene Amplitude „aufgeprägt“ [Har11, S. 69].
5. Das Ausgangssignal des Modulators ist das Eingangssignal des Treiberverstärkers [Har11, S. 70f.], der wiederum die Tetrode ansteuert, welche den Anregungsstrom für die Kavität erzeugt.

Beim Amplitudenregler, der als Operationsverstärkerschaltung aufgebaut ist [Har11, S. 51ff.; MW08], handelt es sich um ein PPT_1 -Glied⁷ [Har11, S. 53] mit zusätzlichem Vorsteuerungsweig. Die Sollamplitude ändert sich ständig. Die Vorsteuerung bewirkt, dass der eigentliche Regelkreis nur Abweichungen der Kavitätenverstärkung ausregeln muss. Für die Ausregelung dieser Störungen genügt ein vergleichsweise langsamer Regler, da der Sollwert ja bereits näherungsweise über die schnellere Vorsteuerung eingestellt wird.

Die aufgezählten Komponenten befinden sich im Versorgungsraum, mit Ausnahme des Spannungsteilers und der Tetrode, die sich unmittelbar an der Kavität befinden. Die Signallaufzeiten von und zur Kavität wirken als Totzeit im Regelkreis; bei einer angenommenen Leitungslänge von 100 m beträgt diese Totzeit jeweils 500 ns für die Hin- und Rückleitung [Har11, S. 59].

4.1.4.3 Resonanzfrequenzregelung

Die Resonanzfrequenzregelung hat die Aufgabe, die Resonanzfrequenz der Kavität auf die Frequenz der Beschleunigungsspannung einzuregeln. In diesem Fall nimmt die Impedanz der Kavität den maximalen Wert an und bei gegebenem Anregungsstrom wird die maximale Beschleunigungsspannung erzielt (siehe Kapitel 2.2.1). Anregungsstrom und Beschleunigungsspannung sind dann phasengleich.

1. Über einen kapazitiven Spannungsteiler [Har11, S. 65] wird die über dem Spalt der Kavität abfallende Spannung gemessen.

⁶ Es handelt sich also um einen Proportionalregler.

⁷ Ein PPT_1 -Glied ist eine Parallelschaltung aus einem Verstärker mit konstanter Verstärkung (Proportionalregler, P -Glied) und einem Tiefpass 1. Ordnung (Proportionalregler mit Zeitverzögerung 1. Ordnung, PT_1 -Glied)

2. Ein Phasendiskriminator [Har11, S. 71f.] misst die Phasendifferenz zwischen dem Ausgangssignal des Spannungsteilers und dem des Treiberverstärkers für die Kavität.
3. Der eigentliche Resonanzfrequenzregler [Har11, S. 73f.] ist bestrebt, diese Phasendifferenz zu Null wegzuregulieren und die Resonanzfrequenz der Kavität auf die Frequenz des Ausgangssignals des Synthesizers einzustellen. Diese Frequenz erhält er von einem Frequenzdetektor, der direkt an den Ausgang des Synthesizers angeschlossen ist.
4. Die Stellgröße des Resonanzfrequenzreglers ist die Steuerspannung für die so genannte **Transistorplatte**, welche den Vormagnetisierungsstrom für die Kavität erzeugt.

Beim Resonanzfrequenzregler [Har11, S. 55ff.], der ebenfalls als Operationsverstärkerschaltung aufgebaut ist [WK09], handelt es sich um ein *PI*-Glied⁸ [Har11, S. 56] mit zusätzlichem Vorsteuerungsweig. Der erforderliche Vormagnetisierungsstrom hängt stark nichtlinear von der gewünschten Resonanzfrequenz ab. Ein so genannter Diodenfunktionsgenerator im Vorsteuerungsweig bildet deshalb die zur Sollfrequenz proportionale Ausgangsspannung des Frequenzdetektors mittels einer nichtlinearen Kennlinie auf den für diese Frequenz benötigten Vormagnetisierungsstrom ab. Der Sollwert der Resonanzfrequenz ändert sich ständig. Die Vorsteuerung bewirkt, dass der eigentliche Regelkreis nur Abweichungen des Phasengangs der Kavität ausregeln muss. Für die Ausregelung dieser Störungen genügt ein vergleichsweise langsamer Regler, da der Sollwert ja bereits näherungsweise über die schnellere Vorsteuerung eingestellt wird.

Die aufgezählten Komponenten befinden sich im Versorgungsraum, mit Ausnahme des Spannungsteilers, der sich unmittelbar an der Kavität befinden. Die Signallaufzeiten von und zur Kavität wirken als Totzeit im Regelkreis; bei einer angenommenen Leitungslänge von 100 m beträgt diese Totzeit jeweils 500 ns für die Hin- und Rückleitung [Har11, S. 59].

Am Ende eines Beschleunigungszyklus speichert der Resonanzfrequenzregler die zu diesem Zeitpunkt wirksame Stellgröße [WK09]. Diese steht für den nächsten Beschleunigungszyklus sofort zur Verfügung, so dass Parameterabweichungen der Regelstrecke nicht erneut ausgeregelt werden müssen.

4.1.5 Digitale Signalverarbeitung

Für die Strahlphasenregelung (siehe Kapitel 2.6.2 und 4.1.3) wurde am Fachgebiet Mikroelektronische Systeme der Technischen Universität Darmstadt eine digitale Signalverarbeitungseinheit (**Strahlphasen-DSP**) entworfen, die jedoch derzeit nicht in dieser Form an der GSI eingesetzt wird. Diese besteht aus einer Trägerplatine der Firma **Sundance** [Sundance] mit vier Steckplätzen für Tochterplatinen, wovon drei belegt sind. Bei den Tochterplatinen handelt es sich um

- eine DSP-Tochterplatine vom Typ *SMT374* [SMT374] mit zwei digitalen Signalprozessoren (DSP) und einer programmierbaren Logikeinheit (*FPGA*), welche hauptsächlich Kontroll- und Kommunikationsaufgaben übernimmt,
- eine *FPGA*-Tochterplatine vom Typ *SMT338-VP30-6* [SMT338VP] mit einem *FPGA*-Bauteil mit großer Kapazität sowie
- eine A/D-D/A-Wandlerplatine vom Typ *SMT370-DC-GSI* [SMT370] mit zwei Analog-zu-Digital-Wandlern (A/D-Wandlern), welche der Erfassung der hochfrequenten Eingangssignale dienen, und einem *FPGA*-Bauteil.

Den A/D-Wandlern ist eine analoge Vorverarbeitung vorgeschaltet [Kli05]. Die bereits erwähnten Schnittstellenkarten kommunizieren über so genannte **ComPorts** [Comport] mit der DSP-Tochterplatine. Zusätzlich kann zu Diagnosezwecken ein PC an die DSP-Tochterplatine angeschlossen werden [Kli05]. Abbildung 4.7 auf Seite 51 zeigt ein Bild der Signalverarbeitungseinheit.

Den größten Rechenaufwand stellen die Phasendetektion und insbesondere das frequenzadaptive Bandpassfilter dar, auf welche in den Abschnitten 4.1.5.1 und 4.1.5.2 näher eingegangen wird. Diese Funktionen sind als Hardware-Funktionseinheiten in dem „großen“ *FPGA*-Bauteil auf der *FPGA*-Tochterplatine implementiert. Die beiden anderen *FPGA*-Bauteile haben eine deutlich geringere Kapazität; das Bauteil auf der DSP-Tochterplatine dient

⁸ Ein *PI*-Glied ist eine Parallelschaltung aus einem Verstärker mit konstanter Verstärkung (Proportionalregler, *P*-Glied) und einem Integrator (Integralregler, *I*-Glied)

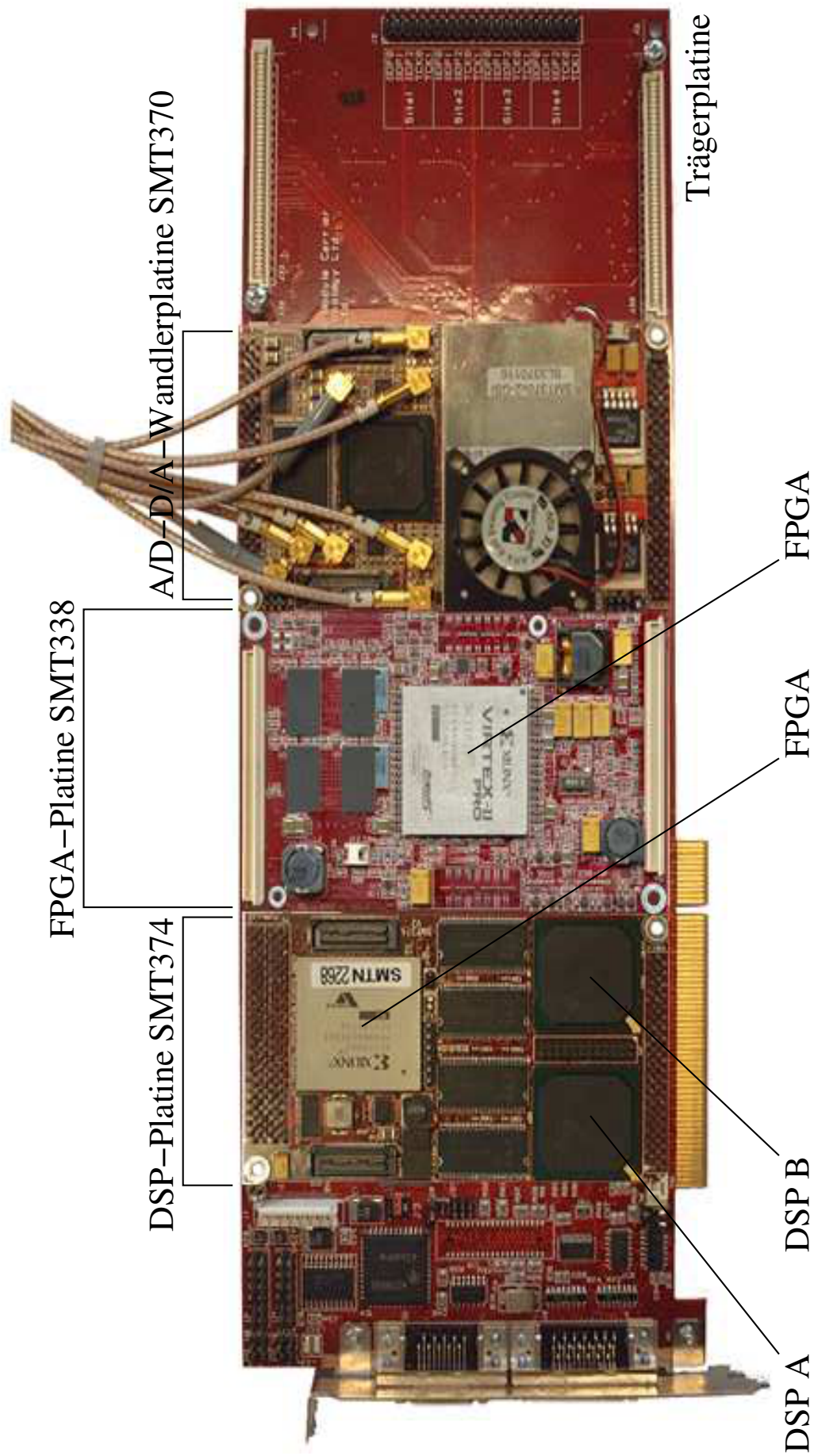


Abbildung 4.7.: Digitale Signalverarbeitungseinheit aus Komponenten der Firma Sundance (Fotografie: Surapong Pongyupinpanich)

hauptsächlich der Vermittlung von Daten zwischen *ComPorts*, DSPen und den weiteren *FPGA*-Bauteilen, während jenes auf der A/D-D/A-Wandlerplatine eine **Datendezimierung**⁹ durchführt und so die Symbolrate der von den A/D-Wandlern kommenden Datenströme reduziert. Die weitere Datenverarbeitung übernimmt einer der beiden digitalen Signalprozessoren (DSP *B*), während der andere (DSP *A*) für Überwachungsaufgaben und die Kommunikation mit dem Diagnose-PC (sofern angeschlossen) zuständig ist.

Die für die Kavitätsynchronisation (siehe Kapitel 2.6.1 und 4.1.4.1) zuständige digitale Signalverarbeitungseinheit (**Kavitäten-DSP**) ist ähnlich aufgebaut. Sie verfügt jedoch nicht über eine *FPGA*-Tochterplatine (hat also nur zwei Tochterplatinen). Eine Filterung ist für die Kavitätsynchronisation nicht erforderlich; die im Vergleich dazu weniger aufwändige Phasendetektion ist als Hardware-Funktionseinheit in dem *FPGA*-Bauteil der DSP-Tochterplatine implementiert, wodurch sich in jenem auch die Vermittlung der Daten vereinfacht.

Der vorstehend beschriebene Aufbau der digitalen Signalverarbeitungseinheit ergab sich im Laufe von Kooperationsprojekten mit der *GS*¹⁰. Die nachfolgend beschriebenen Funktionseinheiten wurden im Rahmen derselben Projekte entwickelt. Diese Entwicklung ist in Projektberichten dokumentiert [Gun+04; Sof+05; Gun+05; Gun+06b; Gun+06c; Gun+07; Gun+08; Sur+09; SGK09b; SGK10b; SGK10c; SGK10d; Spi+10; Sur+11b].

4.1.5.1 Phasendetektion

Sowohl für die Kavitätsynchronisation als auch für die Strahlphasenregelung muss die Phasendifferenz zwischen zwei hochfrequenten Signalen bestimmt werden: Im Falle der Kavitätsynchronisation sind dies die Spannung über dem Spalt der jeweiligen Kavität und das Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers, im Falle der Strahlphasenregelung die Spannung über dem Spalt der Referenzkavität und der Strahlstrom. In beiden Fällen haben beide Signale annähernd die gleiche Frequenz, nämlich f_{HF} . Die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen wird bestimmt, indem zunächst die Phasenlage beider Signale in Bezug auf eine beliebige, gemeinsame Referenz bestimmt wird. Anschließend wird die Phase eines Signals von der des anderen abgezogen. Die Phasendetektoren treten daher paarweise auf.

Vor der Abtastung beider Signale erfolgt eine analoge Vorverarbeitung. Das Blockschaltbild derselben ist in Abbildung 4.8 (entnommen aus [Kli05]) dargestellt. Sie funktioniert folgendermaßen [Kli05]:

1. Sowohl die Zwischenfrequenz der analogen Vorverarbeitung als auch die Taktsignale der A/D-Wandler werden von einem Quarzoszillator mit einer Eigenfrequenz von 85,6 MHz abgeleitet. Aus dem Rechtecksignal des Quarzoszillators wird mittels eines 4 : 1-Frequenzteilers und eines Bandpassfilters mit einer Mittenfrequenz von 21,4 MHz die Zwischenfrequenz von $f_{ZF} = 21,4$ MHz erzeugt.
2. Ein so genannter *Offset-Oszillator* wird mit der Zwischenfrequenz und dem Referenzsignal gespeist. Als Referenzsignal kann beispielsweise das Ausgangssignal des unregulierten Gruppen-Synthesizers (siehe Abschnitt 4.1.2) mit der Frequenz $f_{ref} = f_{HF}$ dienen. Das Ausgangssignal des *Offset-Oszillators* hat eine Frequenz von

$$f_{OO} = f_{ZF} + f_{ref} \quad (4.2)$$

3. Die Amplituden beider Eingangssignale (im Folgenden als Signal *A* und Signal *B* bezeichnet) werden durch eine automatische Verstärkungsregelung so angepasst, dass der Wertebereich der A/D-Wandler möglichst voll ausgenutzt wird. Die so verstärkten Signale werden in je einem Mischer mit der Frequenz f_{OO} aufwärts gemischt. Seien f_A und f_B die Frequenzen der beiden Signale, die von der Frequenz f_{ref} des Referenzsignals abweichen können. Die Abweichungen seien Δf_A bzw. Δf_B und seien klein:

$$\begin{aligned} f_A &= f_{ref} + \Delta f_A, \quad |\Delta f_A| \ll f_{ref} \\ f_B &= f_{ref} + \Delta f_B, \quad |\Delta f_B| \ll f_{ref} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Die Ausgangssignale der Mischer enthalten Frequenzkomponenten bei

$$\begin{aligned} f_{MischerA} &= f_{OO} \pm f_A \\ f_{MischerB} &= f_{OO} \pm f_B \end{aligned} \quad (4.4)$$

⁹ englisch *data decimation*

¹⁰ F&E-Projekt „Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern“, Förderkennzeichen DAGLE1, 2004–2010 sowie BMBF-Vorhaben „FAIR-Beschleuniger: Hardwareorientierte Optimierung der HF-Systemvernetzung“, Förderkennzeichen 06DA9028I, 2009–2012

Setzt man die Gleichungen 4.2 und 4.3 ein, so erhält man

$$\begin{aligned} f_{\text{MischerA}} &= f_{ZF} + f_{\text{ref}} \pm (f_{\text{ref}} + \Delta f_A), \\ f_{\text{MischerB}} &= f_{ZF} + f_{\text{ref}} \pm (f_{\text{ref}} + \Delta f_B). \end{aligned} \quad (4.5)$$

4. Die Ausgangssignale beider Mischer werden in je ein Bandpassfilter mit einer Mittenfrequenz von $f_{ZF} = 21,4 \text{ MHz}$ und einer Durchlassbandbreite von $2 \cdot 250 \text{ kHz}$ eingepieist. Da $f_{\text{ref}} > 250 \text{ kHz}$ ist¹¹, eliminieren die Bandpassfilter die Frequenzkomponenten bei $f_{ZF} + 2 \cdot f_{\text{ref}} + \Delta f$. Die Ausgangssignale der Bandpassfilter haben daher die Frequenzen

$$\begin{aligned} f_{\text{FilterA}} &= f_{ZF} - \Delta f_A \\ f_{\text{FilterB}} &= f_{ZF} - \Delta f_B \end{aligned} \quad (4.6)$$

5. Die Ausgangssignale der Bandpassfilter werden von den A/D-Wandlern abgetastet. Aus dem Rechtecksignal des Quarzoszillators wird mittels eines 3 : 1-Frequenzteilers das Taktsignal der A/D-Wandler mit einer Frequenz von $28,5\bar{3} \text{ MHz}$ erzeugt; diese Frequenz ist die Abtastfrequenz f_{abt} .

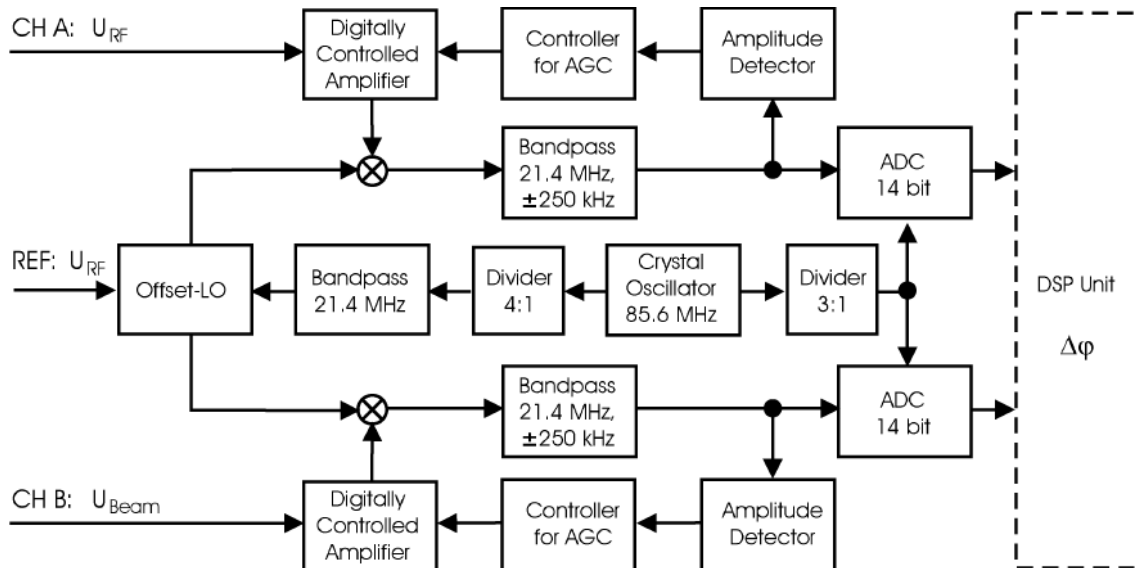


Abbildung 4.8.: Analoge Vorverarbeitung der Phasendetektoren [Kli05]

Jegliche durch die Vorverarbeitung hervorgerufene Phasenverschiebung der beiden Signale ist irrelevant, weil nur die Differenz zwischen den Phasen beider Signale von Interesse ist und eine konstante Phasenverschiebung bei der Differenzbildung wegfällt. Der Strahlstrom verläuft nicht sinusförmig und ist deshalb auch kein schmalbandiges Signal. Er ist jedoch zumindest näherungsweise periodisch und besitzt somit ein diskretes Spektrum mit einer starken Komponente bei f_{HF} ; alle anderen Komponenten werden von dem auf den Mischer folgenden Bandpassfilter unterdrückt.

Es werden also Signale mit einer Frequenz von $f_{ZF} - \Delta f \approx 21,4 \text{ MHz}$ mit einer Rate von $f_{\text{abt}} = \frac{4}{3} \cdot f_{ZF} = 28,5\bar{3} \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ abgetastet. Es handelt sich um eine so genannte **Bandpassunterabtastung** [Beu11, S. 231]. Das Nyquist-Shannon-Abtastkriterium [Sha49] ist nicht erfüllt, und das aus den Abtastwerten rekonstruierte Signal hätte die scheinbare Frequenz (**Aliasfrequenz**) von $\frac{1}{4} \cdot f_{ZF} + \Delta f \approx 5,35 \text{ MHz}$. Zudem werden von je 23 aufeinanderfolgenden Abtastwerten nur einer verwendet; die anderen 22 werden verworfen. Die effektive Abtastrate liegt daher mit etwa $1,2406 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ nochmals niedriger, und die Aliasfrequenz beträgt $310,1449 \text{ kHz}$. Diese Unterabtastung ist möglich, weil es sich um sehr schmalbandige Signale handelt [Kli05]. Je kleiner die effektive Abtastrate wird, desto mehr wird die Qualität der Messung von Schwankungen der Periodendauer des Quarzoszillators (**Jitter**) beeinflusst [Kli05]. Für $\Delta f = 0$ besteht ein Phasenversatz von jeweils $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$ zwischen aufeinanderfolgenden Abtastwerten.

¹¹ Die Frequenz f_{HF} im SIS100 liegt zwischen ca. 1,1 MHz und 2,7 MHz.

Auch wenn $\Delta f \neq 0$ ist, gilt dies immer noch näherungsweise, da $\Delta f \ll \frac{1}{4} \cdot f_{abt}$ und damit $2 \cdot \pi \cdot \Delta f \cdot T_{abt} \ll \frac{\pi}{2}$ ist. Das ist Voraussetzung für die nachfolgend beschriebene Berechnung der Phasenlage beider Signale aus den Inphasen- und Quadraturkomponenten beider Signale. In der Praxis gilt sogar $\Delta f \ll 250 \text{ kHz}$.

Die auf der A/D-Wandlerplatine verbauten A/D-Wandler vom Typ AD6645 [SMT370, S. 16] haben eine maximale Abtastrate von $1,05 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ [AD6645]. Der zur Kommunikation innerhalb des Systems verwendete *Sundance High Speed Bus* erlaubt eine Datenrate von bis zu $6,4 \frac{\text{Gbit}}{\text{s}}$ (Taktfrequenz 200 MHz, 32 parallele Datensignale) [SHB]. Die A/D-Wandlerplatine unterstützt jedoch nur eine maximale Taktfrequenz von 100 MHz, was einer Datenrate von $3,2 \frac{\text{Gbit}}{\text{s}} = 400 \frac{\text{MByte}}{\text{s}}$ entspricht [SMT370, S. 11], die DSP-Platine sogar nur eine Datenübertragungsrate von maximal $340 \frac{\text{MByte}}{\text{s}}$ [SMT374, S. 14]. In jedem Takt können zwei jeweils 14bit breite Abtastwerte in einem 32bit = 4Byte breiten Datenwort übertragen werden, so dass sich als theoretische Obergrenze eine Abtastrate von $8,5 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ ergibt. Die Wahl einer deutlich geringeren Abtastrate ist gewissermaßen historisch bedingt: In den ersten Prototypen des Systems fand die Datenverarbeitung ausschließlich auf den beiden DSPen statt [Kli05], deren Rechenleistung keine wesentlich höhere Abtastrate zuließ. Auf dem jetzt verwendeten FPGA-Baustein wäre es durchaus möglich, in jedem Takt einen Abtastwert zu verarbeiten [GG09] und ohne Datendezimation auszukommen. Ein weiterer begrenzender Faktor ist jedoch die optische Datenübertragung innerhalb des Versorgungsraums (siehe Abschnitt 4.1.2): Aus jeweils vier Abtastwerten wird ein Frequenzwert errechnet, der in Form eines 32bit breiten Datenworts an den Synthesizer übertragen wird. Da laut Gleichung 4.1 die nutzbare Datenrate $23,27 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}$ beträgt, können Frequenzwerte mit einer maximalen Rate von $7,27 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ übertragen werden. Dieser Grenzwert darf auch nicht ganz ausgereizt werden, da sonst keine anderweitige Kommunikation mit der Signalverarbeitungseinheit möglich wäre. Die sinnvolle Abtastrate ist somit durch die begrenzte Bandbreite der Verbindung zum Synthesizer auf einen Wert unter $2,90 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ beschränkt.

Die je 14bit breiten Abtastwerte beider Kanäle werden jeweils an das für den jeweiligen Kanal zuständige Phasendetektor-Modul weitergeleitet. Diese Module wurden im Rahmen eines Kooperationsprojekts mit der GSI an der TU Darmstadt entwickelt und sind — wie bereits erwähnt — als Hardware-Funktionseinheiten in einem FPGA-Bauteil implementiert [Ovi05; Suo05; Gun+06a; GG09]. Jeder Phasendetektor sammelt zunächst vier aufeinanderfolgende Abtastwerte a_1, a_2, a_3, a_4 , wobei unmittelbar nach dem Eintreffen des jeweils vierten Abtastwerts die weitere Berechnung angestoßen wird. Aus den vier Abtastwerten wird zunächst die **Inphasen**-Komponente i und die **Quadratur**-Komponente q des Signals berechnet:

$$q = \frac{a_1 - a_3}{2} \quad (4.7)$$

$$i = \frac{a_2 - a_4}{2} \quad (4.8)$$

Da bei konstanter Phase φ aufeinanderfolgende Abtastwerte um jeweils $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$ phasenversetzt sind, gilt für die Abtastwerte a :

$$\begin{aligned} a_1 &= A \cdot \sin(\varphi) &= +A \cdot \sin(\varphi), \\ a_2 &= A \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) &= +A \cdot \cos(\varphi), \\ a_3 &= A \cdot \sin(\varphi + \pi) &= -A \cdot \sin(\varphi), \\ a_4 &= A \cdot \sin\left(\varphi + \frac{3 \cdot \pi}{2}\right) &= -A \cdot \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Dabei ist A die Amplitude des abgetasteten Signals, welche durch die automatische Verstärkungsregelung an den Wertebereich des A/D-Wandlers angepasst wird. Setzt man Gleichung 4.9 in die Gleichungen 4.7 und 4.8 ein, so erhält man

$$q = A \cdot \sin(\varphi) \quad (4.10)$$

$$i = A \cdot \cos(\varphi) \quad (4.11)$$

$$\Rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{q}{i}\right), \quad (4.12)$$

$$A = \sqrt{q^2 + i^2}. \quad (4.13)$$

Die Abtastzeitpunkte beeinflussen die detektierte Phase ebenfalls. Da aber der dadurch eingeführte Fehler konstant und für beide Kanäle gleich ist, fällt er bei der Differenzbildung weg und braucht hier nicht weiter berücksichtigt zu werden.

Da für die Berechnung des Quotienten $\frac{q}{i}$ in Gleichung 4.12 und der Quadratwurzel in Gleichung 4.13 relativ aufwändige Schaltungen erforderlich wären und die Arkustangens-Funktion in Gleichung 4.12 ohnehin nur näherungsweise numerisch berechnet werden kann, kommt stattdessen der bekannte **CORDIC**¹²-Algorithmus [Meh+09] zum Einsatz. Im so genannten **Vektor-Modus** des CORDIC-Algorithmus wandelt selbiger kartesische Koordinaten (in diesem Fall Inphasen- und Quadratur-Komponente) in Polarkoordinaten (Betrag und Phasenwinkel) um [Meh+09]. Es handelt sich um einen iterativen Algorithmus mit drei Variablen x , y und z , dessen Startwerte folgendermaßen gewählt werden [Gun+06c]:

$$\begin{aligned} x_0 &= |i|, \\ y_0 &= q \cdot \text{sgn}(i), \\ z_0 &= 0 \end{aligned} \tag{4.14}$$

In jedem Iterationsschritt $k = 1, 2, \dots$ finden dann folgende Berechnungen statt [Gun+06c]:

$$\begin{aligned} \sigma &= \text{sgn}(y_{k-1}), \\ x_k &= x_{k-1} + 2 \cdot \sigma \cdot y_{k-1} \cdot 2^{-k}, \\ y_k &= y_{k-1} - 2 \cdot \sigma \cdot x_{k-1} \cdot 2^{-k}, \\ z_k &= z_{k-1} + \sigma \cdot K_\phi \cdot \arctan(2 \cdot 2^{-k}) \end{aligned} \tag{4.15}$$

Am Ende der Iteration gilt [Meh+09; Gun+06c]:

$$\begin{aligned} x &\approx K_{\text{CORDIC}} \cdot A, \quad K_{\text{CORDIC}} \approx 1,647 \\ y &= 0, \\ z &\approx K_\phi \cdot \varphi_{\text{CORDIC}} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Da der CORDIC-Algorithmus nur für Koordinaten im 1. Quadranten ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) das korrekte Ergebnis liefert, wird am Ende das Ergebnis angepasst [Gun+06c]:

$$\varphi := \begin{cases} \varphi_{\text{CORDIC}}, & i \geq 0 \wedge q \geq 0 \\ \varphi_{\text{CORDIC}} + \pi, & i < 0 \wedge q \geq 0 \\ \varphi_{\text{CORDIC}} - \pi, & i < 0 \wedge q < 0 \end{cases} \tag{4.17}$$

In der Iterationsvorschrift in Gleichung 4.15 kommen nur Additionen und Multiplikationen mit Potenzen von 2 vor. Diese Operationen sind sehr einfach in Schaltungen umzusetzen. Die Werte, welcher der Ausdrucks $\arctan(2 \cdot 2^{-k})$ für $k = 1, 2, \dots$ annimmt, werden in einer Tabelle gespeichert. Alle Berechnungen werden in vorzeichenbehafteter 16bit-Ganzzahlarithmetik durchgeführt. Dabei ist die Phase mit dem Faktor $K_\phi = \frac{2^{15}}{\pi}$ skaliert, um den Wertebereich $[-\pi; +\pi]$ der Phase (im Bogenmaß) auf ganze Zahlen im Bereich $[-32768; 32767]$ abzubilden. Es werden 15 Iterationsschritte durchgeführt. Da $K_\phi \cdot \arctan(2 \cdot 2^{-k}) < 0,5$ für $k > 15$ und mit ganzen Zahlen gerechnet wird, würden weitere Iterationsschritte nicht zu einer weiteren Verbesserung des Ergebnisses führen. Die Taktfrequenz des Phasendetektors beträgt 100 MHz und es werden 18 Takte¹³ zur Berechnung eines Ergebnisses benötigt.

Nachdem auf diese Weise die Phasen $\varphi_{A,B}$ und Beträge $A_{A,B}$ beider Signale berechnet wurden, wird die Phasendifferenz $\delta = \varphi_B - \varphi_A$ berechnet und mit dieser Größe weitergerechnet. Da aus jeweils vier Abtastwerten pro Kanal ein Phasenwert berechnet wird, beträgt die Symbolrate am Ausgang des Moduls nur noch ein Viertel der Abtastrate, also etwa $3,1015 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. Die Beträge werden derzeit nur dazu genutzt, die Regelung abzuschalten, wenn sich keine Teilchen im Synchrotron befinden (siehe Abschnitt 4.1.5.3). Zukünftig können sie aber auch zur Regelung von Quadrupolschwingungen herangezogen werden (siehe Kapitel 2.6.2 und [Len+10]). Da die automatische Verstärkungsregelung die Betragsberechnung beeinflusst, müsste diese entweder aufgegeben werden, oder das DSP-System übernimmt die Verstärkungsregelung selbst und kann somit aus dem aktuellen Verstärkungsfaktor die tatsächliche Amplitude errechnen.

¹² Abkürzung für *COordinate Rotation DIgital Computer*

¹³ Ein Takt pro Iteration, ein Takt zur Berechnung von i und q und zusätzlich je ein Takt zur anfänglichen Betragsbildung sowie zur abschließenden Korrektur der Phase

4.1.5.2 Bandpassfilter

Für die Strahlphasenregelung wird die Phasendifferenz zwischen den beiden Eingangssignalen, die von den in Abschnitt 4.1.5.1 beschriebenen Phasendetektoren berechnet wird, mittels eines Bandpassfilters gefiltert. Das geschieht aus zwei Gründen:

- Das Signal des Strahlagesensors ist stark verrauscht, so dass auch die Phasendifferenz verrauscht ist. Das Rauschen soll möglichst unterdrückt werden. Da das Rauschen gleichmäßig über alle Frequenzen verteilt ist, gelingt dies umso besser, je schmaler der Durchlassbereich um die Mittenfrequenz herum ist.
- Für die Strahlphasenregelung ist die Phasendifferenz zwischen synchronem Teilchen und Strahlschwerpunkt interessant. Da es sich bei dem synchronen Teilchen jedoch nur um eine fiktive Referenz handelt, ist dessen Phasenlage nicht messbar und damit ist auch die Phasendifferenz zum Strahlschwerpunkt nicht berechenbar. Stattdessen sollen Dipolschwingungen mit der charakteristischen Synchrotronfrequenz erkannt und ausgegelt werden. Höher- oder niederfrequente Anteile sollen herausgefiltert werden. Insbesondere ändert sich die Phasendifferenz zwischen Strahlstrom und Beschleunigungsspannung in Abhängigkeit von der synchronen Phase (siehe Kapitel 2.5.6); in diese (relativ langsame) Änderung soll die Strahlphasenregelung aber nicht eingreifen. Die Synchrotronfrequenz wird vom Kontrollsystem nur geschätzt und ihr tatsächlicher Wert kann von der Schätzung abweichen. Der Durchlassbereich darf daher auch nicht zu schmal sein.

Die Synchrotronfrequenz (und damit die Mittenfrequenz des Filters) ändert sich im Laufe des Beschleunigungszyklus deutlich und kann Werte zwischen wenigen Hertz und einigen Kilohertz annehmen (siehe z. B. Abbildungen 5.3h und 5.4h). Das Bandpassfilter muss also frequenzvariabel sein. Zusätzlich ergibt sich die Anforderung, ein Signal mit dieser Frequenz aus einem Datenstrom mit einer im Vergleich dazu hohen Symbolrate (nämlich $3,1015 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$, siehe Abschnitt 4.1.5.1) herauszufiltern.

Das frequenzvariable Bandpassfilter wurde im Rahmen eines Kooperationsprojekts mit der *GSI* an der TU Darmstadt entwickelt und ist — wie bereits erwähnt — als Hardware-Funktionseinheiten in einem *FPGA*-Bauteil implementiert [Den05; Han06; Ale07; PGK10; Sur+11a]. Die Entwicklung dieser Funktionseinheit wird fortgesetzt [Sam+11]. Der Ausgangswert y des Filters zum Zeitpunkt t wird aus den Phasendifferenzen δ folgendermaßen berechnet [PGK10]:

$$y(t) = K_R \cdot y(t - T) + K_V \cdot \sum_{k=0}^{L-1} c_k \cdot \delta(t - k \cdot T) \quad (4.18)$$

Dabei ist K_V der Filter-Verstärkungsfaktor und $T = 4 \cdot T_{abt}$, $T_{abt} = f_{abt}^{-1}$ das Zeitintervall zwischen zwei Eingangswerten δ . Die c_k sind die Filterkoeffizienten und $L - 1$ die Ordnung des Filters¹⁴. Mittels des Rückkopplungsfaktors K_R kann zwischen einem Filter mit endlicher ($K_R = 0$) oder unendlicher ($K_R \neq 0$) Impulsantwort umgeschaltet werden. Gleichung 4.18 lässt sich auch in Vektorform darstellen:

$$\begin{aligned} y(t) &= K_R \cdot y(t - T) + K_V \cdot \mathbf{c} \cdot \mathbf{d}(t), \\ \mathbf{c} &= (c_0 \ c_1 \ \dots \ c_{L-1}), \\ \mathbf{d}(t) &= (\delta(t) \ \delta(t - T) \ \dots \ \delta(t - (L - 1) \cdot T))^T \end{aligned} \quad (4.19)$$

Um die Anforderung erfüllen zu können, ein Signal mit — im Vergleich zur Abtastrate kleinen — Frequenz zu filtern, werden sehr viele frühere Abtastwerte benötigt. Konkret wurde $L = 2^{14} = 16.384$ gewählt. Ein Filter 16.383ter Ordnung wird in der Praxis jedoch nicht benötigt und die Berechnung der Ausgangswerte eines solchen Filters würde einen unverhältnismäßigen Rechenaufwand bedeuten. Der Koeffizientenvektor \mathbf{c} ist deshalb **dünn besetzt**: Maximal 64 der 16.384 Koeffizienten dürfen von Null verschieden sein. Statt 16.384 Koeffizienten müssen also nur 64 und zusätzlich deren Position im Vektor gespeichert werden. Der Ausgangswert y des Filters wird also folgendermaßen berechnet:

$$y(t) = K_V \cdot \left(K_R \cdot y(t - T) + \sum_{m=1}^{64} c_{p_m} \cdot \delta(t - p_m \cdot T) \right) \quad (4.20)$$

¹⁴ Ein digitales Filter der Ordnung L hat $L + 1$ Koeffizienten.

$0 \leq p_m < L$ ist dabei die Position des m -ten von Null verschiedenen Koeffizienten im Koeffizientenvektor \mathbf{c} . Die Berechnung des Ausgangswerts erfolgt iterativ, so dass nur ein Multiplizierer benötigt wird. Die Taktfrequenz des Filters beträgt 100 MHz und es werden 66 Takte¹⁵ zur Berechnung eines Ergebnisses benötigt.

Alle Berechnungen werden in vorzeichenbehafteter 16 bit-Ganzzahlarithmetik durchgeführt. Die Filterkoeffizienten sind dabei so skaliert, dass sich der Ausgangswert und alle Zwischenergebnisse ebenfalls als vorzeichenbehaftete 16 bit-Ganzzahl darstellen lassen. Ein Überlauf, der möglicherweise katastrophale Folgen hätte [PG11], kann also nicht auftreten. Welche Bedingungen dafür konkret erfüllt sein müssen, hat Christian Althoff in seiner Bachelor-Arbeit [Alt11] untersucht.

Die Filteroeffizienten und ihre Positionen sowie der Verstärkungsfaktor K_V und der Rückkopplungsfaktor K_R sind in **Registern** gespeichert. Sie definieren den Frequenzgang des Filters, der in Abhängigkeit von der Synchrotronfrequenz angepasst werden soll. Um nicht ständig die Filterkoeffizienten neu berechnen zu müssen, wofür komplexe Berechnungen erforderlich wären, sind 64 **Registerbänke** vorhanden, die jeweils einen vollständigen, vorberechneten Parametersatz für eine bestimmte Zielfrequenz enthalten. In Abhängigkeit vom Schätzwert der Synchrotronfrequenz wird zwischen diesen Registerbänken umgeschaltet. Nachteil ist natürlich, dass nur 64 verschiedene Zielfrequenzen exakt eingestellt werden können, während für dazwischenliegende Frequenzen einer der beiden „benachbarten“ Frequenzgänge gewählt werden muss.

Im einfachsten Fall sind nur 3 Filterkoeffizienten von Null verschieden und diese haben die Werte $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$. $K_R = 0$, so dass ein Filter mit endlicher Impulsantwort vorliegt. Die drei Koeffizienten befinden sich an den Positionen 0, p und $2 \cdot p$, wobei für den Abstand p der Koeffizienten voneinander in Abhängigkeit von der gewünschten Mittenfrequenz f_{Mitte} gilt:

$$p = (2 \cdot f_{\text{Mitte}} \cdot T)^{-1} \quad (4.21)$$

Der daraus resultierende Frequenzgang ist in Abbildung 4.9 dargestellt; Filter mit einem derartigen Frequenzgang werden als **Kammfilter** bezeichnet. Für den Abstand der Koeffizienten voneinander gelten folgende Randbedingungen:

$$\begin{aligned} p &\in \mathbb{N}, \\ p &> 0, \\ 2 \cdot p &< L \end{aligned} \quad (4.22)$$

Stellt man Gleichung 4.21 nach f_{Mitte} um und berücksichtigt diese Randbedingungen, so folgt daraus:

$$(16.382 \cdot T)^{-1} \leq f_{\text{Mitte}} \leq (2 \cdot T)^{-1} \quad (4.23)$$

Bei einer Symbolrate von $3,1015 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ (siehe Abschnitt 4.1.5.1) ist $T = 3,2243 \mu\text{s}$ und die minimale bzw. maximale Filtermittenfrequenz beträgt 18,932 Hz bzw. 155,09 kHz. Die Synchrotronfrequenz im *SIS100* kann theoretisch zwischen 0¹⁶ und ca. 4 kHz¹⁷ liegen; in der Praxis liegt sie meist zwischen 10 Hz und 3 kHz (siehe z. B. Abbildungen 5.3h und 5.4h). Der mögliche Einstellbereich des Filters wird also nicht voll ausgenutzt, während es andererseits in bestimmten Betriebsmodi wünschenswert sein könnte, eine niedrigere Mittenfrequenz einzustellen als es die beschränkte Zahl vergangener Abtastwerte erlaubt. Zwar würde eine Verringerung der Symbolrate zu einer Verschiebung des Einstellbereichs zu kleineren Frequenzen hin führen, jedoch wurde davon bislang abgesehen, da entweder die Abtastrate der Phasendetektoren ebenfalls verringert werden oder zwischen Phasendetektor und Filter eine Datendezimation stattfinden müsste. Eine Vergrößerung des Abtastwertspeichers kommt nicht in Frage, weil die vorhandenen Logikressourcen des *FPGA* dafür nicht ausreichen.

Es zeigt sich, dass die beste Regelgüte bei einer Filtermittenfrequenz knapp (z. B. 10% [Kli+07]) oberhalb der Synchrotronfrequenz erreicht wird [Len12, S. 138ff.]. Grund dafür sind offenbar nichtlineare Effekte, welche von der Bunchform und -länge abhängen [Len12, S. 140ff.]. Diese Effekte werden in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt. Es gibt jedoch noch einen weiteren Grund, die Filtermittenfrequenz etwas höher zu wählen: Statt der tatsächlichen Synchrotronfrequenz f_s steht nur deren Schätzwert \tilde{f}_s zur Verfügung, und dieser Schätzwert wird nur in Abständen von 1 ms aktualisiert. Da das Gesamtsystem bei einer **zu niedrigen** Filtermittenfrequenz eher instabil wird als bei einer **zu hohen** Filtermittenfrequenz (siehe Abschnitt 5.5.2.7), führt eine höhere Mittenfrequenz zu einer größeren **Stabilitätsreserve** und stellt somit einen gewissen „Sicherheitsfaktor“ gegen Schätzfehler und zeitliche Änderungen der tatsächlichen Synchrotronfrequenz dar.

¹⁵ Ein Takt pro Koeffizient und je ein zusätzlicher Takt zur Multiplikation mit dem Rückkopplungsfaktor K_R bzw. mit dem Verstärkungsfaktor K_V

¹⁶ bei $\eta \rightarrow 0$ oder $\varphi_{\text{syn}} \rightarrow 90^\circ$

¹⁷ für Protonen bei $h = 5$, $\varphi_{\text{syn}} = 0$ und minimaler Frequenz $f_{\text{HF}} = 1,1 \text{ MHz}$

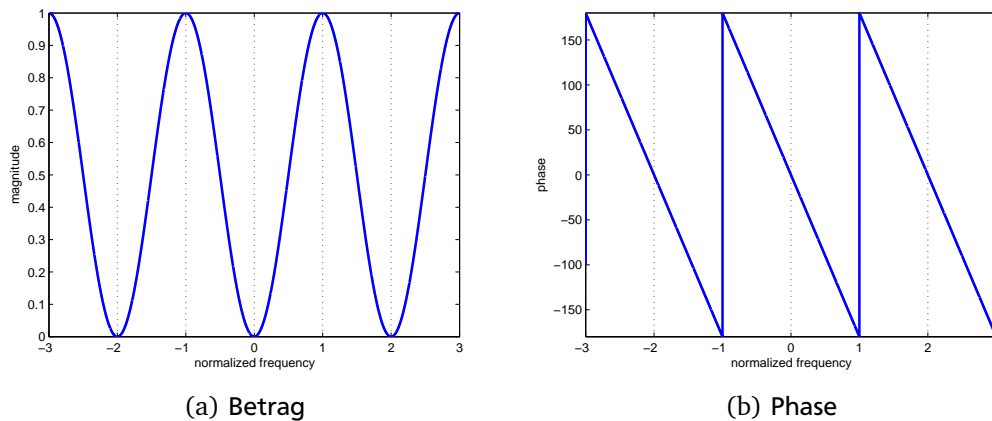


Abbildung 4.9.: Frequenzgang des Bandpassfilters als Funktion der normalisierten Frequenz $\frac{f}{f_{Mitte}}$

4.1.5.3 Sonstige Funktionen

Der digitale Signalprozessor DSP B führt den eigentlichen Regelalgorithmus aus. Im Falle der Kavitätsynchronisation besteht dieser im einfachsten Fall darin, die errechnete Phasendifferenz (siehe Abschnitt 4.1.5.1) mit einem konstanten Verstärkungsfaktor zu multiplizieren. Im Falle der Strahlphasenregelung wird die Bandpass-gefilterte Phasendifferenz (siehe Abschnitt 4.1.5.2) mit einem Verstärkungsfaktor multipliziert, der vom Schätzwert der Synchrotronfrequenz abhängt. Außerdem steuert der Signalprozessor den Bandpassfilter, indem er beim Eintreffen eines neuen Schätzwerts der Synchrotronfrequenz (in Abständen von 1 ms) jeweils die am Besten geeignete Registerbank des Bandpassfilters auswählt. In der derzeitigen Implementierung enthält Registerbank Nr. 0, die bei einer Synchrotronfrequenz von unter 100 Hz ausgewählt wird, Koeffizienten, die bewirken, dass die Filterverstärkung Null und die Regelung somit abgeschaltet wird. Registerbank Nr. 1 wird bei einer Synchrotronfrequenz ab 100 Hz ausgewählt und enthält Koeffizienten, welche die Filtermittenfrequenz auf $\chi \cdot 100$ Hz einstellen; Registerbank Nr. 2 wird bei einer Synchrotronfrequenz ab 200 Hz ausgewählt und enthält Koeffizienten, welche die Filtermittenfrequenz auf $\chi \cdot 200$ Hz einstellen usw. Dabei ist χ ein konstanter Faktor, der gemäß den Überlegungen in Abschnitt 4.1.5.2 etwas größer als 1 gewählt werden sollte. Der Regler-Verstärkungsfaktor wird ebenfalls stufenweise erhöht und ergibt sich jeweils als Produkt einer Konstanten und der Filtermittenfrequenz [Kli+07]. Rechenzeiten und Übertragungslatenzen (siehe Abschnitt 4.2.9) setzen eine Grenze für die Synchrotronfrequenz, oberhalb derer die Regelung nicht stabil betrieben werden kann (siehe Kapitel 5.5.2).

So lange kein Strahl im Synchrotron zirkuliert, besteht das Signal des Strahlstromsensors ausschließlich aus Rauschen. Zu dem Zeitpunkt, zu dem Teilchen in den Beschleuniger injiziert werden, ist der Abtastwertspeicher des Bandpassfilters also mit zufälligen Werten gefüllt und die Strahlphasenregelung würde zufällige Frequenzkorrekturen ausgeben. Damit das nicht passiert, wird der Betrag des Strahlstromsignals überwacht. Wenn der Betrag eine eingestellte Rauschgrenze überschreitet, wird die Regelung aktiviert, sobald genügend viele Abtastwerte oberhalb der Rauschgrenze zur Verfügung stehen, um den Ausgangswert des Filters berechnen zu können. Fällt der Betrag des Strahlstromsignals zu irgendeinem Zeitpunkt unter die Rauschgrenze oder ändert sich der Koeffizientenvektor des Filters derart, dass mehr Abtastwerte oberhalb der Rauschgrenze benötigt würden als tatsächlich zur Verfügung stehen, wird die Regelung sofort deaktiviert. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass der Ausgangswert des Filters stets auf sinnvollen Messwerten basiert.

4.2 Systemmodell

Die Struktur des nachfolgend beschriebenen Modells der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Regelsysteme ist an die in Abschnitt 4.1 beschriebene Topologie des Vorbilds angelehnt. Das Modell wurde bereits in mehreren Veröffentlichungen [Spi+08a; Spi+09; Spi11; SGK12; Spi+12b; Spi+12a; SGK12] und Projektberichten [Spi+07; Spi+08c; Spi+08b; SGK09a; SGK10a; SGK11; Spi+10; Spi+11] vorgestellt und seine Entstehung dokumentiert.

Als Lösungsverfahren kommt das **explizite Euler-Verfahren** zum Einsatz (siehe Kapitel 3.1.1). Die Schrittweite beträgt höchstens 1 ms, was dem Abtastintervall der lokalen Synthesizer entspricht (siehe Kapitel 4.2.6.1). Die tatsächliche Schrittweite kann von *Ptolemy II* kleiner gewählt werden, um zeitdiskrete Ereignisse zu behandeln.

Das Modell ist hierarchisch gegliedert. Abbildung 4.10 zeigt die oberste Hierarchieebene. Es besteht aus Untermodellen, welche in den Abschnitten 4.2.3 bis 4.2.8 beschrieben werden. Diese Untermodelle sind zum Teil ihrerseits wiederum aus Untermodellen zusammengesetzt. Die weiteren Aktoren (am rechten Rand in Abbildung 4.10) dienen der Ausgabe der Simulationsergebnisse (siehe Abschnitt 4.2.10.2). Es handelt sich um ein **heterogenes** Modell, dessen Teilmodelle unterschiedlichen Berechnungsmodellen folgen (siehe Kapitel 3.1).

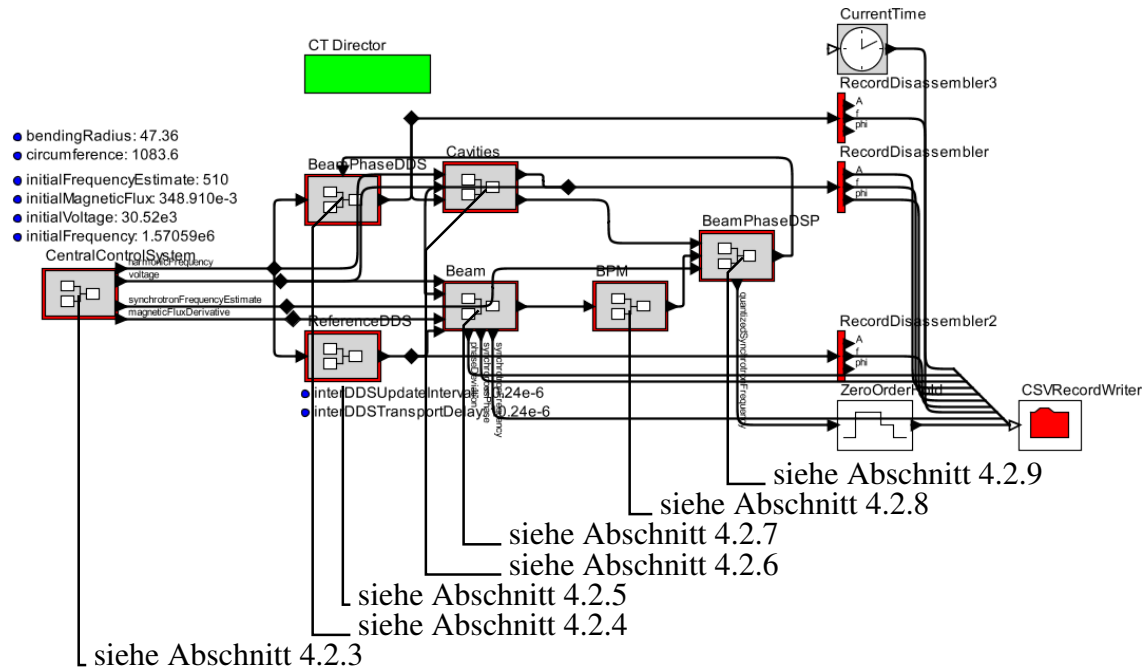


Abbildung 4.10.: Oberste Ebene des *Ptolemy II*-Modells

Das Modell verfügt über eine große Zahl von Parametern. Diese definieren

- die Anfangsbedingungen der Simulation,
- die baulichen Eigenschaften des Beschleunigers,
- die verwendeten Ionen (Isotop und Ladungszustand),
- die Parameter der Regelstrecke sowie
- die Parameter der untersuchten Regelsysteme.

Auf der obersten Hierarchieebene des Modells sind fünf Parameter enthalten, die zu den beiden erstgenannten Gruppen gehören (`initialFrequency`, `initialFrequencyEstimate` und `initialVoltage` sowie `bendingRadius` und `circumference`), sowie zwei weitere (`interDDSUpdateInterval` und `interDDSTransportDelay`) der letztgenannten Gruppe. Eine vollständige Liste der Modellparameter ist in Anhang B angegeben. Auf die Parameter eines Modells können auch alle Untermodelle desselben zugreifen; zusätzlich können diese Untermodelle eigene Parameter definieren.

4.2.1 Zählweisen und physikalische Einheiten

Hochfrequente, harmonische Signale werden auf die in den Kapiteln 3.3.1 und 3.3.2 beschriebene Weise modelliert. Statt des tatsächlichen Signalverlaufs wird nur der zeitliche Verlauf der Amplitude A_x , der Frequenz f_x und der Phase φ_x des Signals x berechnet und als Tripel (A_x, f_x, φ_x) in einer Datenstruktur gespeichert. Alle Phasen sind auf dieselbe fiktive Referenz bezogen.

Im Modell kommen vor allem elektrische Spannungen und Ströme, Frequenzen und Phasen sowie Zeiten als physikalische Größen vor.

(Teilchen-)Energien haben immer die Einheit **Elektronen-Volt¹⁸ pro Nukleon** ($\frac{\text{eV}}{\text{u}}$).

Magnetische Flussdichten haben immer die Einheit **Tesla** (T).

Frequenzen haben immer die Einheit **Hertz** (Hz).

Elektrische Leitwerte und Steilheiten haben immer die Einheit **Siemens** ($\text{S} = \Omega^{-1}$).

Mechanische Impulse haben immer die Einheit **Newton-Sekunden** ($\text{N} \cdot \text{s}$).

Phasen werden immer im Gradmaß ($^\circ$) gemessen. Dabei bedeutet ein positives Vorzeichen der Phase, dass ein Signal der jeweiligen Referenz nacheilt, ein negatives Vorzeichen dagegen, dass ein Signal der jeweiligen Referenz voreilt (siehe Gleichung 3.7 in Kapitel 3.3.2).

Elektrische Spannungen haben immer die Einheit **Volt** (V).

Elektrische Ströme haben immer die Einheit **Ampere** (A).

Zeiten haben immer die Einheit **Sekunde** (s).

Im Modell kommen ganzzahlige, reelle und komplexe Größen vor. Dabei werden reelle Zahlen als vorzeichenbehaftete, doppeltgenaue (64bit) Gleitkommazahlen nach IEEE-Standard 754 [IEEE754] und komplexe Zahlen als Paar (Real- und Imaginärteil oder Betrag und Phase) reeller Zahlen gespeichert.

4.2.2 Amplituden, Frequenz- und Phasendetektoren

Da hochfrequente, harmonische Signale als Tripel (A_x, f_x, φ_x) dargestellt werden (siehe Kapitel 3.3.2), ist die Bestimmung der Amplitude A_x oder der Frequenz f_x eines Signals x in der Simulation trivial. Amplituden- und Frequenzdetektoren sind in dem in diesem Kapitel vorgestellten Modell einfach Aktoren der Klasse *RecordDisassembler*, welche eine Datenstruktur (in *Ptolemy II Record* genannt) in ihre Elemente (in diesem Fall Amplitude, Frequenz und Phase) zerlegen.

Phasendetektoren, welche die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen ausgeben, werden an verschiedenen Stellen des Modells benötigt. Die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen annähernd gleicher Frequenz wird gemäß Gleichung 3.11 berechnet¹⁹, in die auch die Frequenzdifferenz zwischen beiden Signalen eingeht.

Das *Ptolemy II*-Modell eines entsprechenden Phasendetektors zeigt Abbildung 4.11. Der Phasendetektor-Aktor hat zwei Eingänge (signal und reference) und einen Ausgang (phase). Die beiden Eingänge sind Tripel $(A_{\text{signal}}, f_{\text{signal}}, \varphi_{\text{signal}})$ bzw. $(A_{\text{reference}}, f_{\text{reference}}, \varphi_{\text{reference}})$, während der Ausgang *phase* ein skalarer Wert ist. Die ausgegebene Phase ist die Phase des Signals *signal* bezogen auf die Referenz *reference*.

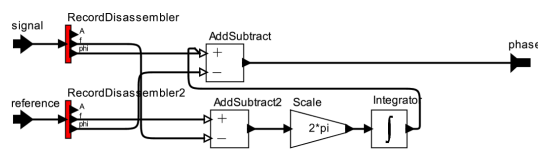


Abbildung 4.11.: *Ptolemy II*-Modell eines Phasendetektors

Die Amplituden A_{signal} und $A_{\text{reference}}$ spielen bei der Berechnung der Phase keine Rolle und werden verworfen. Zunächst wird die Frequenzdifferenz $f_{\text{reference}} - f_{\text{signal}}$ berechnet. Dieser Wert wird mit dem Faktor $K_{f \rightarrow \dot{\varphi}} = 360 \frac{^\circ}{\text{Hz} \cdot \text{s}}$ multipliziert und integriert, um die aus der Frequenzdifferenz resultierende Phasendifferenz zu erhalten. Zum Ausgang des Integrators wird φ_{signal} hinzuaddiert und $\varphi_{\text{reference}}$ abgezogen. Auf diese Weise werden die Phasen beider Signale vorzeichenrichtig einbezogen. Der Phasendetektor-Aktor setzt also folgende Gleichung um:

$$\text{phase}(t) = \varphi_{\text{signal}}(t) - \varphi_{\text{reference}}(t) + \int_{t_0}^t K_{f \rightarrow \dot{\varphi}} \cdot (f_{\text{reference}}(\tau) - f_{\text{signal}}(\tau)) \cdot d\tau \quad (4.24)$$

¹⁸ $1 \text{ eV} = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

¹⁹ Zur Erinnerung: Gleichung 3.11 für die Phasendifferenz $\varphi_{x,y}$ zwischen zwei Signalen x und y lautet

$$\varphi_{x,y}(t) = \varphi_x(t) - \varphi_y(t) + \int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot (f_y(\tau) - f_x(\tau)) d\tau.$$

Dabei ist t_0 der Startzeitpunkt der Simulation.

In der Praxis kommen unterschiedliche Phasendetektorschaltungen zum Einsatz. Über den analogen Phasendiskriminator im Resonanzfrequenz-Regelkreis (siehe Abschnitt 4.1.4.3) liegen keine näheren Erkenntnisse vor. In der Diplomarbeit von Uta Hartel wurde er als idealer Inphasen-Quadratur-Phasendetektor (im Zeitbereich) modelliert [Har11, S. 71ff.]; auch in der vorliegenden Arbeit soll ein idealer Phasendetektor der beschriebenen Art als Modell des Phasendiskriminators genügen. Die **digitalen Phasendetektoren** der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Regelsysteme (siehe Abschnitt 4.1.5.1) werden als Phasendetektor der beschriebenen Art mit nachgeschaltetem Abtastglied modelliert. Es konnte nämlich gezeigt werden [Spi+12b; SKG12], dass die Wertdiskretisierung bei der Analog-zu-Digital-Wandlung und die durch die verwendeten Näherungsverfahren (z. B. CORDIC) eingeführten Fehler vernachlässigbar klein sind. Ihr Einfluss auf das Systemverhalten ist vernachlässigbar. Die Berücksichtigung der konkreten Berechnungsvorschriften und der Wertdiskretisierung bringt aber einen erheblichen zusätzlichen Rechenaufwand mit sich. Daher wurde lediglich die Zeitdiskretisierung durch die Abtastung berücksichtigt, deren Einfluss nicht vernachlässigt werden kann [Spi+12b].

4.2.3 Kontrollsystem (CentralControlSystem)

Das als CentralControlSystem bezeichnete Teilmodell repräsentiert das zentrale Kontrollsystem, die SCUs und die Funktionsgeneratoren in den Versorgungsräumen sowie die Datenübertragung zwischen diesen (in den Abschnitten 4.1.1 und 4.1.2 beschriebenen) Komponenten und von ihnen zu den hier untersuchten digitalen Regelsystemen. Es stellt somit die „Außenwelt“ jenseits der Grenzen des hier untersuchten Systems dar. Auch die **Sollspannungsgeber** der einzelnen Kavitäten (siehe Abschnitt 4.2.6.2) zählen eigentlich zu den hier als „Kontrollsystem“ zusammengefassten Komponenten, sind jedoch zwecks einfacherer Implementierung nicht Teil des hier beschriebenen Teilmodells. Da das WhiteRabbit-Netzwerk die Komponenten in den einzelnen Versorgungsräumen miteinander synchronisiert, gibt es nur eine Instanz dieses Teilmodells; es wird also angenommen, dass die Zeitsynchronisation perfekt arbeitet oder die Abweichung der einzelnen Taktsignale voneinander zumindest deutlich kleiner ist als die Simulationsschrittweite.

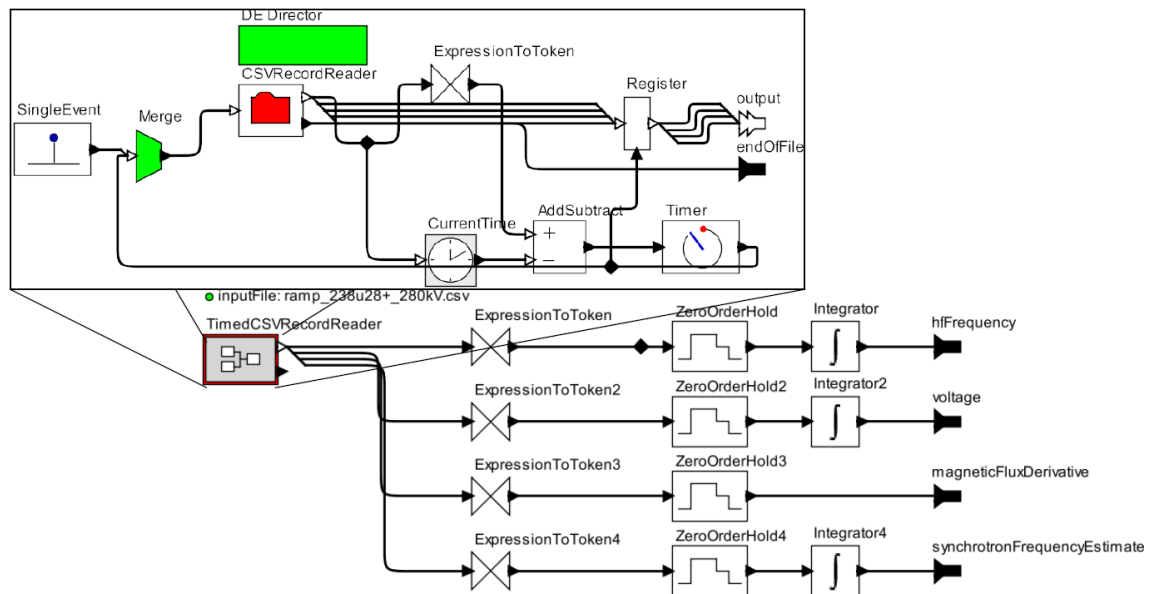


Abbildung 4.12.: Ptolemy II-Modell des Kontrollsystems

Da es sich bei dem zentralen Kontrollsystem um eine reine Vorsteuerung handelt und es keine Rückwirkung der hier untersuchten Regelsysteme auf das Kontrollsystem gibt, hat dieses Teilmodell keine Eingänge. Über seine vier Ausgänge stellt es

- den Sollwert $f_{HF,Rampe}$ der Frequenz des HF-Felder (hfFrequency) dem Referenz-Synthesizer (siehe Abschnitt 4.2.5) und dem Synthesizer für die Strahlphasenregelung (siehe Abschnitt 4.2.4),
- den Sollwert \hat{u}_{Rampe} der Beschleunigungsspannung (voltage) den Kavitäten (siehe Abschnitt 4.2.6),

- die zeitliche Ableitung \dot{B} der magnetischen Flussdichte (magneticFluxDerivative) dem Strahlmodell (siehe Abschnitt 4.2.7) sowie
- der Schätzwert \tilde{f}_S der Synchrotronfrequenz (synchrotronFrequencyEstimate) der digitalen Strahlphasenregelung (siehe Abschnitt 4.2.9)

zur Verfügung. Alle diese Größen sind zeitkontinuierlich; die Zeitdiskretisierung findet erst in den Synthesizern bzw. in der Signalverarbeitungseinheit statt.

Der einzige Parameter dieses Teilmodells (inputFile) gibt den Namen der Datei an, aus welcher die Stimuli (die Rampen, also die zeitlichen Verläufe der genannten Sollwerte) der Simulation gelesen werden sollen (siehe Abschnitt 4.2.10.1). Die Sollwert-Rampen sind **stetig und stückweise linear**. Die Eingabedatei enthält die zeitlichen Ableitungen der Rampen; ausgehend von den Anfangswerten (die globalen Parameter initialFrequency für die Frequenz der HF-Felder, initialFrequencyEstimate für den Schätzwert der Synchrotronfrequenz und initialVoltage für die Beschleunigungsspannung) werden die Momentanwerte durch Integration berechnet.

4.2.4 Synthesizer für die Strahlphasenregelung (BeamPhaseDDS)

Das als BeamPhaseDDS bezeichnete Teilmodell repräsentiert die Strahlphasen-Synthesizer in allen Versorgungsräumen sowie die Inter-DDS-Kommunikation (siehe Abschnitt 4.1.1) zwischen ihnen. Da BuTiS die Synthesizer in den einzelnen Versorgungsräumen miteinander synchronisiert und alle Strahlphasen-Synthesizer die gleiche Frequenz ausgeben, gibt es nur eine Instanz dieses Teilmodells.

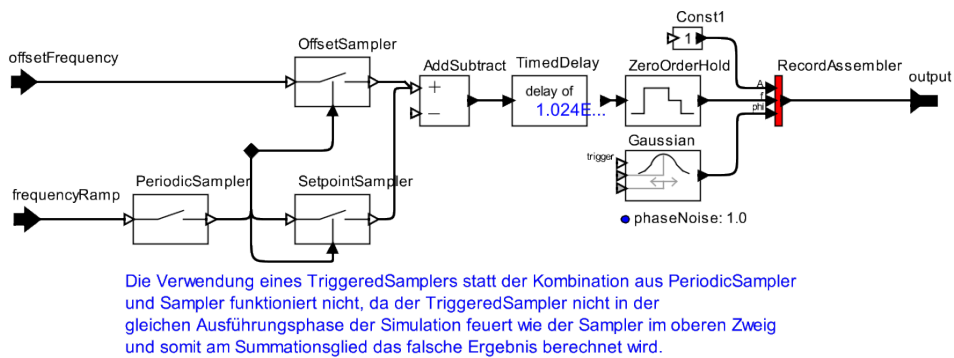


Abbildung 4.13.: Ptolemy II-Modell des Master-Synthesizers für die Strahlphasenregelung

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- der (zeitkontinuierliche) Sollwert $f_{HF,Rampe}$ (frequencyRamp) der Frequenz des HF-Felds vom Kontrollsystem (siehe Abschnitt 4.2.3) und
- der (zeitdiskrete) Frequenzkorrekturwert $\Delta f_{S\Phi R}$ (offsetFrequency) von der digitalen Strahlphasenregelung (siehe Abschnitt 4.2.9).

Die einzige Ausgangsgröße ist das hochfrequente, harmonische Ausgangssignal des Synthesizers (output), welches als Tripel ($A_{MasterDDS}$, $f_{MasterDDS}$, $\varphi_{MasterDDS}$) modelliert ist.

Der Master-Synthesizer versendet bei jedem BuTiS- T_0 -Takt die Summe aus dem aktuellen Frequenzsollwert und dem jeweils zuletzt empfangenen Frequenzkorrekturwert und versendet das Ergebnis per Inter-DDS-Kommunikation an die Slave-Synthesizer in allen anderen Versorgungsräumen. Dort trifft der neue Frequenzwert vor dem jeweils nächsten BuTiS- T_0 -Takt ein und beim Eintreffen des Letzteren ändern alle Synthesizer ihre Ausgangsfrequenz auf den neuen Wert. Die Ausgangssignale aller Synthesizer sind somit phasengleich. Im Modell wird dieser Vorgang durch Abtastung der HF-Frequenzrampe und der Frequenzkorrekturwerte simuliert. Der globale Parameter interDDSUpdateInterval definiert das Abtastintervall. Die Latenzzeit bis zum Wirksamwerden der neuen Frequenz (globaler Parameter interDDSTransportDelay) ist als zeitdiskretes Verzögerungsglied modelliert. Ein Halteglied überführt die abgetastete Frequenz anschließend wieder in eine zeitkontinuierliche Größe. Abtast- und Latenzzeit entsprechen im Allgemeinen jeweils einer Periode des BuTiS- T_0 -Takts, also $10,24\mu s$. Wie sich Änderungen dieser Parameter auf das Verhalten des Gesamtsystems auswirken, wird in Kapitel 5.5.2.2 bzw. 5.5.2.5 betrachtet.

Die Amplitude des Ausgangssignals ist 1^{20} . Seine Phase ist ein Rauschsignal mit einem Mittelwert von 0 und einer durch den Parameter `phaseNoise` gegebenen Standardabweichung. Die angenommene Standardabweichung des Rauschens ist in Anhang B.1.3 begründet. Kapitel 5.3.7 vergleicht verschiedene Rauschursachen innerhalb des Systems und Kapitel 5.4.2 vergleicht das Verhalten des rauschbehafteten Systems mit dem rauschfreien.

4.2.5 Referenz-Synthesizer (ReferenceDDS)

Das als `ReferenceDDS` bezeichnete und in Abbildung 4.14 dargestellte Teilmodell repräsentiert einen unregulierten Gruppen-Synthesizer. Der Unterschied zu dem in Abschnitt 4.2.4 beschriebenen Strahlphasen-Synthesizer besteht darin, dass keine Frequenzkorrektur zur Rampe hinzuaddiert wird und die Phase des Ausgangssignals konstant 0 ist, also nicht rauscht. Die Latenzzeit ist jedoch gleich. Somit dient der Ausgang dieses Teilmodells als störungsfreie Referenz.

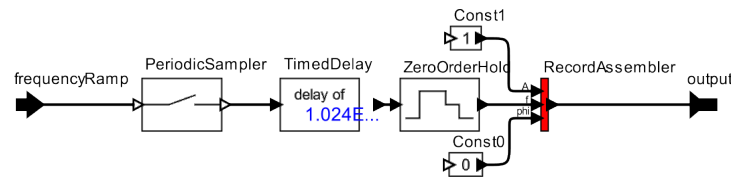


Abbildung 4.14.: Ptolemy II-Modell des Referenz-Synthesizers

4.2.6 Kavitäten und deren lokale Regelkreise (Cavities)

Das als `Cavities` bezeichnete Teilmodell enthält sämtliche Kavitäten. Außerdem hat es die Aufgabe, aus den einzelnen Kavitätenspannungen die wirksame Beschleunigungsspannung (Gleichungen 2.51 bis 2.53) zu berechnen.

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die HF-Frequenz-Rampe $f_{HF,Rampe}$ (`frequencyRamp`) und
- die Sollspannungs-Rampe \hat{u}_{Rampe} (`voltageRamp`) sowie
- das Signal des Master-Synthesizers für die Strahlphasenregelung (`masterDDS`), modelliert als Tripel $(A_{MasterDDS}, f_{MasterDDS}, \varphi_{MasterDDS})$ (siehe Abschnitt 4.2.4).

Die Ausgangsgrößen sind

- die wirksame Beschleunigungsspannung u_{eff} (`sumGaps`), modelliert als Tripel $(A_{u_{eff}}, f_{u_{eff}}, \varphi_{u_{eff}})$, als Vektorsumme der einzelnen Kavitätenspannungen und
- die über dem Spalt der **Referenzkavität** abfallende Spannung u_{RefKav} (`aGap`), modelliert als Tripel $(A_{u_{RefKav}}, f_{u_{RefKav}}, \varphi_{u_{RefKav}})$.

Alle genannten Größen sind zeitkontinuierlich.

Das Modell enthält ein Untermodell mit dem Namen `aCavity`, welches genau so oft instanziiert wird, wie Kavitäten im Beschleuniger vorhanden sind. Das *SIS18* verfügt über 2 [B F87, S. 23], das *SIS100* wird zu Beginn über 14 [Kli+11], in der Endausbaustufe über 20 [FAIR-BTR, S. 359f., S. 419f.] Beschleunigungskavitäten verfügen. Diese Untermodelle repräsentieren jeweils eine Beschleunigungskavität und die zugehörigen lokalen Regelsysteme; sie erhalten die vorgenannten Eingangsgrößen und zusätzlich die über dem Spalt der Referenzkavität abfallende Spannung u_1 und liefern die über dem Spalt der jeweiligen Kavität ($k = 1, 2, \dots$) abfallende Spannung u_k , und zwar zum einen als Tripel $(A_{u_k}, f_{u_k}, \varphi_{u_k})$, zum anderen als Zeiger \underline{u}_k in der komplexen Ebene. Der Betrag $|\underline{u}_k|$ dieses Zeigers ist gleich dem Betrag der über dem Spalt der jeweiligen Kavität abfallenden Spannung und seine Phase $\angle \underline{u}_k$ entspricht der Phasenlage jener Spannung in Bezug auf die über dem Spalt der Referenzkavität abfallende Spannung. Die **Referenzkavität** ist stets die erste Kavität. Die Kavitätenspannungen werden in eine Liste eingetragen. Aus dieser Liste

²⁰ In der Realität beträgt die Amplitude der Ausgangsspannung der Synthesizer 316 mV [Har11, S. 69]. Der im Modell verwendete Wert ist ohne Belang, weil dieses Signal lediglich als Referenzsignal für die lokalen Synthesizer der einzelnen Kavitäten (siehe Abschnitt 4.2.6.1) dient.

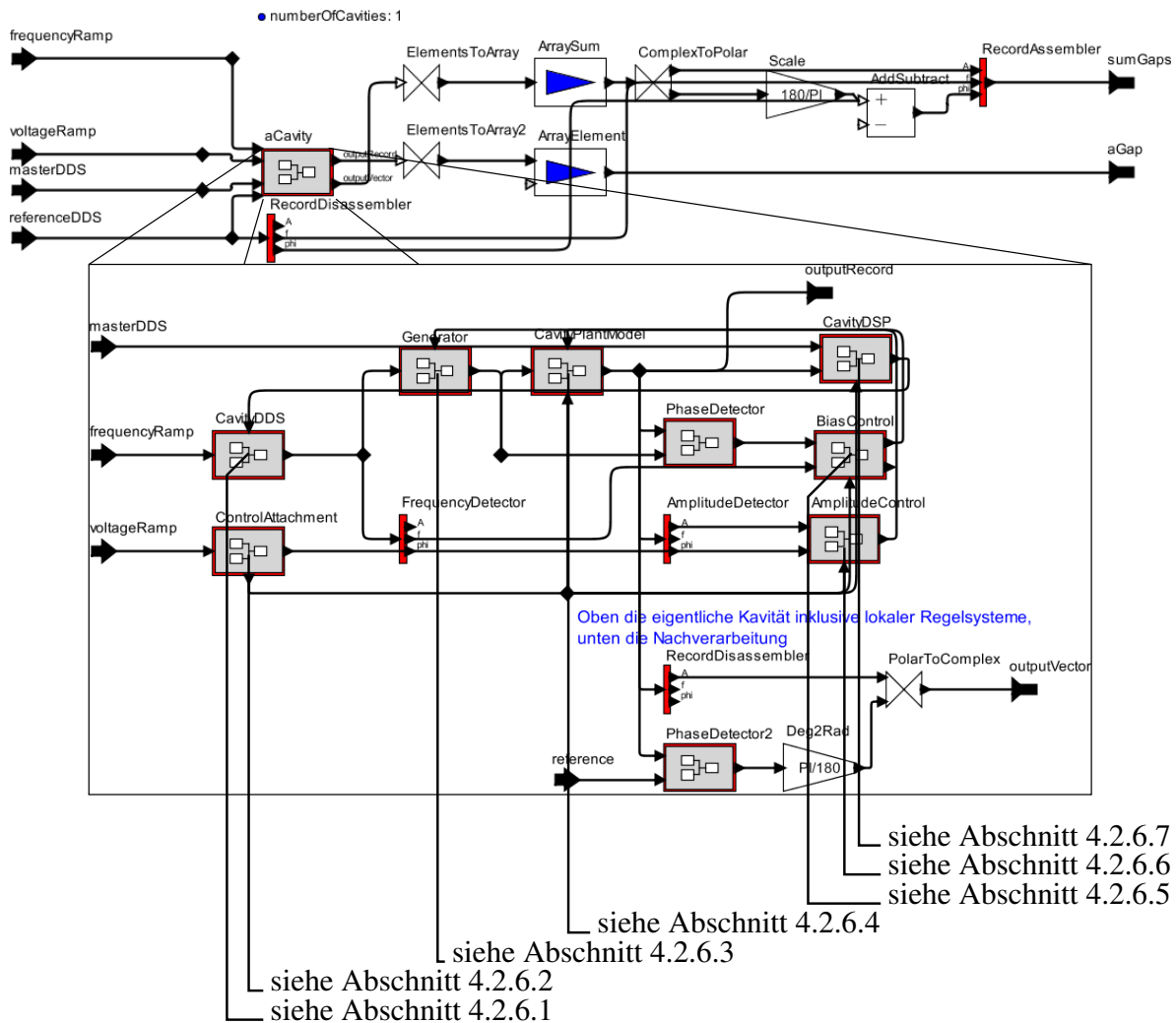


Abbildung 4.15.: Übergeordnetes Ptolemy II-Modell für alle Kavitäten

wird das erste Element, also die Spannung über dem Spalt der ersten Kavität, ausgewählt; dieses Signal wird der Strahlphasen-DSP-Einheit (siehe Abschnitt 4.2.9) zugeführt.

$$\begin{aligned} A_{u_{RefKav}} &:= A_{u_1}, \\ f_{u_{RefKav}} &:= f_{u_1}, \\ \varphi_{u_{RefKav}} &:= \varphi_{u_1} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Die Vektorsumme aller Spannungen in der Liste ist die wirksame Beschleunigungsspannung, welche dem Strahlmodell (siehe Abschnitt 4.2.7) zugeführt wird. Die Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung ist gleich der Frequenz der Spannung über dem Spalt der Referenzkavität.

$$\underline{u}_{Summe}(t) := \sum_{k=1}^{N_{Kav}} \underline{u}_k(t) \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} A_{u_{eff}}(t) &:= |\underline{u}_{Summe}(t)|, \\ f_{u_{eff}}(t) &:= f_{u_1}(t), \\ \varphi_{u_{eff}}(t) &:= \varphi_{u_{RefKav}} + \angle \underline{u}_{Summe}(t) \end{aligned} \quad (4.27)$$

4.2.6.1 Lokale Synthesizer (CavityDDS)

Das als CavityDDS bezeichnete und in Abbildung 4.16 gezeigte Teilmodell repräsentiert den lokalen Synthesizer einer einzelnen Kavität.

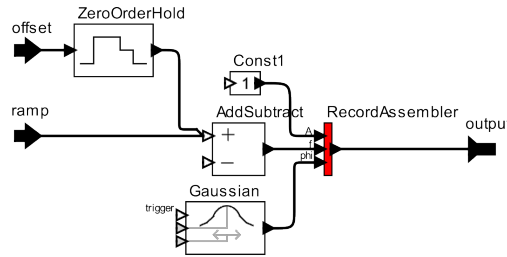


Abbildung 4.16.: Ptolemy II-Modell des lokalen Synthesizers einer Kavität

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- der (zeitkontinuierliche) Sollwert $f_{HF,Rampe}$ (frequencyRamp) der Frequenz des HF-Felds und
- der (zeitdiskrete) Frequenzkorrekturwert $\Delta f_{KS,k}$ (offsetFrequency) von der Kavitätsynchronisation (siehe Abschnitt 4.2.6.7).

Die einzige Ausgangsgröße ist das hochfrequente, harmonische Ausgangssignal des Synthesizers (output), welches als Tripel $(A_{DDS,k}, f_{DDS,k}, \varphi_{DDS,k}), k = 1, 2, \dots$ modelliert ist.

Anders als der Synthesizer für die Strahlphasenregelung (siehe Abschnitt 4.2.4) aktualisieren die lokalen Synthesizer ihre Ausgangsfrequenz deutlich häufiger, nämlich in Abständen von $1 \mu s$. Da das Abtastintervall ebenso groß ist wie die Simulationsschrittweite, wurde auf eine Modellierung dieses Abtastprozesses verzichtet (siehe auch Kapitel 5.3.2).

Die Amplitude des Ausgangssignal ist 1^{21} . Seine Phase ist ein Rauschsignal mit einem Mittelwert von 0 und einer durch den Parameter phaseNoise gegebenen Standardabweichung. Auch hier sei auf Herleitung der angenommenen Standardabweichung in Anhang B.1.3 und auf die in den Kapiteln 5.3.7 und 5.4.2 vorgestellten Simulationen des rauschbehafteten Systems verwiesen.

²¹ In der Realität beträgt die Amplitude der Ausgangsspannung der Synthesizer 316 mV [Har11, S. 69]. Der im Modell verwendete Wert ist ohne Belang, weil die Amplitude des Signals im Modulator ohnehin neu gesetzt wird.

4.2.6.2 Lokaler Sollspannungsgeber (ControlAttachment)

Das (in Anlehnung an [Har11, S. 67]) als *ControlAttachment* bezeichnete Teilmodell errechnet aus dem Sollwert der von allen Kavitäten gemeinsam erzeugten Beschleunigungsspannung den Sollwert der Spannung über dem Spalt einer einzelnen Kavität. Dies geschieht unter der Maßgabe, dass zu jedem Zeitpunkt möglichst wenige Kavitäten aktiv sein sollen, um die Impedanzen für den Strahlstrom zu minimieren (siehe Kapitel 2.2.3).

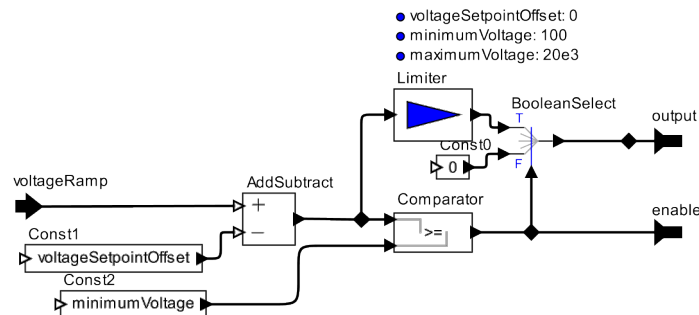


Abbildung 4.17.: Ptolemy II-Modell des lokalen Sollspannungsgebers einer Kavität

Die einzige Eingangsgröße des Teilmodells ist die Sollspannungs-Rampe \hat{u}_{Rampe} (voltageRamp). Die Ausgangsgrößen sind

- der Sollwert $\hat{u}_{soll,k}$ der Spannung über dem Spalt der zugehörigen Kavität (output) und
- ein Freigabesignal (enable), welches darüber entscheidet, ob die Kavität kurzgeschlossen ist oder nicht.

Pro Kavität ist eine Minimalspannung (Parameter minimumVoltage) und eine Maximalspannung (Parameter maximumVoltage) definiert. Die erste Kavität ist niemals kurzgeschlossen. Die k -te Kavität ist nur dann nicht kurzgeschlossen, wenn die Summe der Maximalspannungen von $k - 1$ Kavitäten nicht ausreicht, um den Sollwert der Gesamtspannung zu erreichen. Dieser Schwellwert (die Summe der Maximalspannungen der zuvor freizugebenden Kavitäten) wird im Parameter voltageSetpointOffset festgelegt. Der Sollwert der Kavitätenspannung jeder einzelnen Kavität ist auf den Bereich zwischen Minimal- und Maximalspannung begrenzt. Die Minimalspannung beträgt für die in Kapitel 2.2 beschriebenen Kavitäten 100 V, die Maximalspannung 20 kV [FAIR-BTR, S. 359, S. 419].

4.2.6.3 Modulator, Treiberverstärker und Tetrode (Generator)

Das als Generator bezeichnete Teilmodell repräsentiert die zur Ansteuerung der eigentlichen Kavität verwendete Reihenschaltung aus Modulator, Treiberverstärker und Tetrode. Diese ist als ideale gesteuerte Stromquelle modelliert. In der Praxis hat jede Stromquelle einen Innenwiderstand; in dem hier beschriebenen Modell wird davon ausgegangen, dass dieser in die Parameter der Kavität (siehe Abschnitt 4.2.6.4) einbezogen ist.

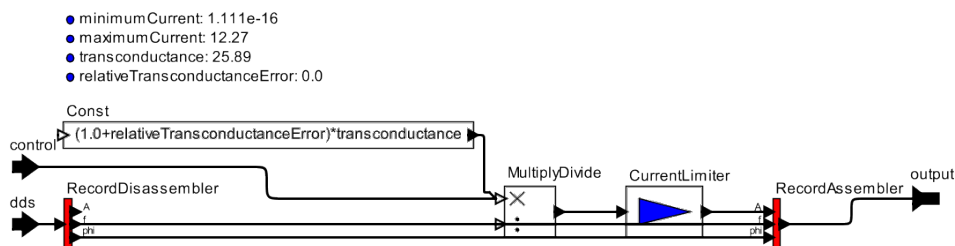


Abbildung 4.18.: Ptolemy II-Modell der Reihenschaltung von Modulator, Treiberverstärker und Tetrode

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- das Ausgangssignal des lokalen Synthesizers (siehe Abschnitt 4.2.6.1), modelliert als Tripel $(A_{DDS,k}, f_{DDS,k}, \varphi_{DDS,k})$ (dds) und

- die Steuerspannung $u_{AR,k}$ (control) der Amplitudenregelung (siehe Abschnitt 4.2.6.6).

Die Ausgangsgröße ist der hochfrequente, harmonische Anregungsstrom i_A (output) für die Kavität (siehe Abschnitt 4.2.6.4), welcher als Tripel $(A_{i_A}, f_{i_A}, \varphi_{i_A})$ modelliert ist.

Die Amplitude des Ausgangsstroms ist das Produkt aus der Steuerspannung und einer konstanten Steilheit (Parameter transconductance) von typisch $25,89\text{ S}^{22}$. Die Frequenzabhängigkeit des Leitwerts [Har11, S. 71] wird also vernachlässigt; dass dies gerechtfertigt ist, zeigen die Ergebnisse in Kapitel 5.3.3.4 [Spi+12a]. Der Parameter `relativeTransconductanceError` dient der Modellierung statischer Parameterabweichungen der Kette Modulator–Treiber–Tetrode. Frequenz und Phase des Ausgangsstroms sind gleich den entsprechenden Werten des Synthesizer-Signals. Der Ausgangsstrom ist im Modell begrenzt; zwei Parameter (`minimumCurrent` und `maximumCurrent`) geben den minimalen und den maximalen Wert an. Die Begrenzung nach unten auf einen Wert knapp über Null hat hauptsächlich den Zweck, zu verhindern, dass der Strom Null oder negativ wird, was nicht sinnvoll wäre und numerische Probleme in der Simulation zur Folge haben könnte. Die Begrenzung nach oben auf $12,27\text{ A}^{23}$ bewirkt, dass die Amplitudenregelung die gewünschte Sollspannung nicht unter allen Umständen herstellen kann, sondern nur bei einer nicht zu stark verstimmtten Kavität. In der Realität ist der Anregungsstrom dadurch begrenzt, dass die Amplitudenregelung ein Sättigungsverhalten zeigt [Har11, S. 68].

Mit dem Nominalwert $G_{Generator,k}$ der konstanten Steilheit, der relativen Abweichung $e_{G,k}$ der tatsächlichen Steilheit von diesem Nominalwert sowie dem minimalen und maximalen Ausgangsstrom i_{min} bzw. i_{max} gilt für das Ausgangssignal:

$$\begin{aligned} A_{i_{A,k}}(t) &:= \min \left(\max \left((1 + e_{G,k}) \cdot G_{Generator,k} \cdot u_{AR,k}, i_{min} \right), i_{max} \right), \\ f_{i_{A,k}}(t) &:= f_{DDS,k}, \\ \varphi_{i_{A,k}}(t) &:= \varphi_{DDS,k} \end{aligned} \tag{4.28}$$

4.2.6.4 Die eigentlichen Ferritkern-Kavitäten (CavityPlantModel)

Das als `CavityPlantModel` bezeichnete Teilmodell repräsentiert die eigentliche Kavität. Diese ist als RLC-Parallelschwingkreis modelliert (siehe Kapitel 2.2.1). In dem hier beschriebenen Modell wird (wie auch in der Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11]) davon ausgegangen, dass etwaige Innenwiderstände, Parasitärkapazitäten und -impedanzen von Modulator, Treiberverstärker, Tetrode (siehe Abschnitt 4.2.6.3) oder Zuleitungen bereits in die Parameter der Kavität einbezogen sind.

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- der Ausgangsstrom des Generator-Modells (siehe Abschnitt 4.2.6.3), modelliert als Tripel $(A_{i_{A,k}}, f_{i_{A,k}}, \varphi_{i_{A,k}})$ (generator),
- die Stellgröße $f_{RR,k}$ (bias) der Eigenfrequenzregelung (das ist nicht der Vormagnetisierungsstrom, siehe Abschnitt 4.2.6.5) und
- das Freigabesignal (enable) des Sollspannungsgebers (siehe Abschnitt 4.2.6.2).

Die Ausgangsgröße ist die über dem Spalt der Kavität abfallende hochfrequente, harmonische Spannung $u_{Spalt,k}$ (gap), welche als Tripel $(A_{u_{Spalt,k}}, f_{u_{Spalt,k}}, \varphi_{u_{Spalt,k}})$ modelliert ist.

Für die Werte der Elemente im elektrischen Ersatzschaltbild gilt: Der Widerstand (Parameter `cavityResistance`) ist konstant und beträgt typisch $2,296\text{ k}\Omega^{24}$. Die Induktivität wird abhängig von der gewünschten Resonanzfrequenz berechnet. Die Kapazität (Parameter `cavityCapacitance`) ist konstant und beträgt typisch 740 pF [Har11, S. 16]. Die Parameter `relativeResistanceError`, `relativeInductanceError` und `relativeCapacitanceError` dienen der Modellierung statischer Parameterabweichungen der Kavitäten. Die Spannungs- und Frequenzabhängigkeit des Widerstands [Har11, S. 46f.] wird also vernachlässigt. Das ist gerechtfertigt, da mit zunehmender Spannung die Frequenzabhängigkeit und mit zunehmender Frequenz die Spannungsabhängigkeit immer geringer ausgeprägt sind und bei hoher Spannung und hoher Frequenz der Widerstand annähernd konstant ist [Har11, S. 46f.]. In diesem Bereich werden die Kavitäten aber meist betrieben. Außerdem gilt die von Uta Hartel [Har11,

²² Der konkrete Wert ist in Anhang B.1.4.1 hergeleitet und begründet.

²³ Der konkrete Wert ist in Anhang B.1.4.1 hergeleitet und begründet.

²⁴ Der konkrete Wert ist in Anhang B.1.4.2 hergeleitet und begründet.

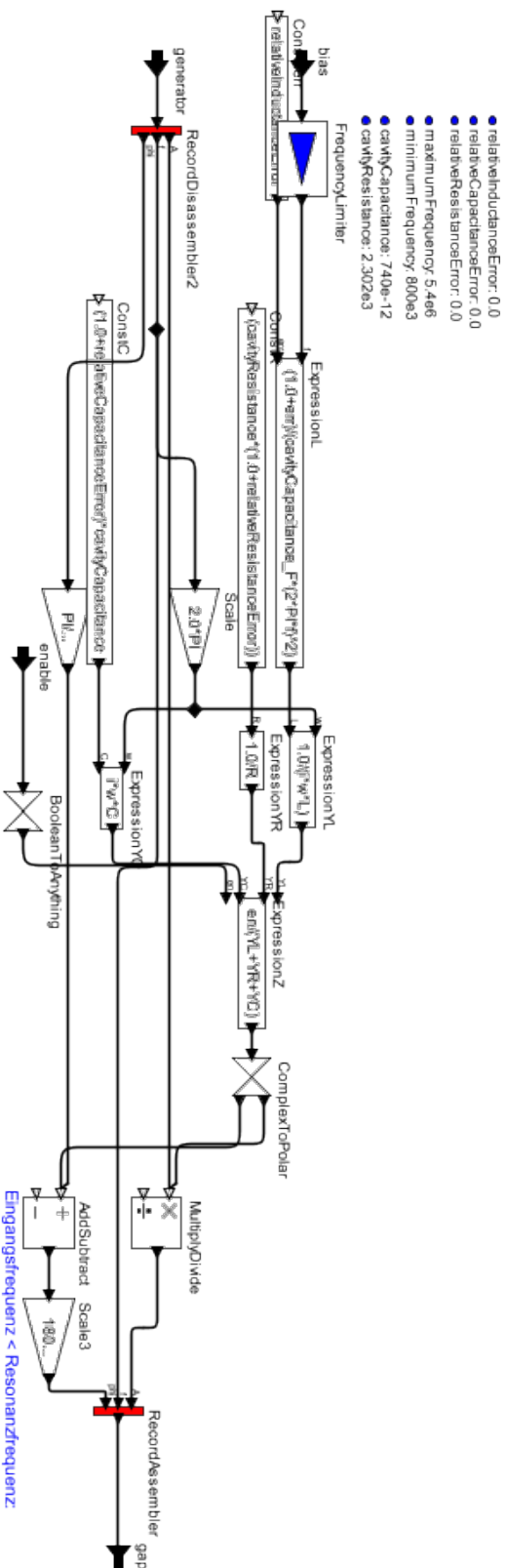


Abbildung 4.19.: Ptolemy II-Modell einer Ferritkernkavität

Eingangsfrequenz > Resonanzfrequenz
 induktives Verhalten --> Spannung eilt Strom voraus --> negative Phasendifferenz

Eingangsfrequenz = Resonanzfrequenz
 ohmsches Verhalten --> keine Phasendifferenz

Eingangsfrequenz < Resonanzfrequenz
 kapazitives Verhalten --> Spannung eilt Strom nach --> positive Phasendifferenz

S. 46f] ausgearbeitete Modellgleichung für den Widerstand nur bei Spannungen bis 10 kV und ist nicht ohne weiteres auf höhere Spannungen verallgemeinerbar. Im *SIS100* wird die maximale Spannung pro Kavität jedoch 20 kV betragen [FAIR-BTR, S. 359, S. 419]. Die in Kapitel 5.3.3.2 enthaltenen und auf der ICAP 2012 [Spi+12a] vorgestellten Ergebnisse bestätigen, dass die Vernachlässigung der Spannungs- und Frequenzabhängigkeit gerechtfertigt ist.

Die Resonanzfrequenz der Kavitäten ist begrenzt; der Parameter `minimumFrequency` gibt die minimale Resonanzfrequenz (800 kHz [FAIR-BTR, S. 502]) und der Parameter `maximumFrequency` die maximale Resonanzfrequenz (5,4 MHz [FAIR-BTR, S. 502]) an. In der Realität ergibt sich diese Begrenzung durch die Begrenzung des Vormagnetisierungsstroms [Har11, S. 75].

Die Frequenz der Ausgangsspannung ist gleich der des Anregungsstroms. Amplitude und Phase der Ausgangsspannung ergeben sich aus dem Produkt der komplexen Impedanz der Kavität mit dem Anregungsstrom. Ist die Kavität kurzgeschlossen (`enable = 0`), so ist die Impedanz und damit auch die Amplitude der Ausgangsspannung Null. Folgende Gleichungen beschreiben das Verhalten dieses Teilmodells:

$$f_{\text{Resonanz},k}(t) := \max \left(\min \left(f_{\text{RFR},k}, f_{\text{max}} \right), f_{\text{min}} \right) \quad (4.29)$$

$$L_{\text{Kav},k}(t) := \frac{1 + e_{L,k}}{2 \cdot \pi \cdot f_{\text{Resonanz},k}(t) \cdot C_{\text{Kav},k}^2} \quad (4.30)$$

$$Y_{R,k} := \left((1 + e_{R,k}) \cdot R_{\text{Kav},k} \right)^{-1} \quad (4.31)$$

$$\underline{Y}_{L,k}(t) := \left(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{i_{A,k}} \cdot L_{\text{Kav},k} \right)^{-1} \quad (4.32)$$

$$\underline{Y}_{C,k}(t) := j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{i_{A,k}}(t) \cdot (1 + e_{C,k}) \cdot C_{\text{Kav},k} \quad (4.33)$$

$$\underline{Y}_{\text{ges},k}(t) := Y_{R,k} + \underline{Y}_{L,k}(t) + \underline{Y}_{C,k}(t) \quad (4.34)$$

$$\underline{Z}_{\text{ges},k}(t) := \begin{cases} \underline{Y}_{\text{ges},k}(t)^{-1}, & \text{enable}_k \\ 0, & \neg \text{enable}_k \end{cases} \quad (4.35)$$

$$A_{u_{\text{Spalt},k}}(t) := \left| \underline{Z}_{\text{ges},k} \right| \cdot A_{i_{A,k}},$$

$$f_{u_{\text{Spalt},k}}(t) := f_{i_{A,k}},$$

$$\varphi_{u_{\text{Spalt},k}}(t) := \varphi_{i_{A,k}} + \angle \underline{Z}_{\text{ges},k} \quad (4.36)$$

Darin sind $R_{\text{Kav},k}$ sowie $C_{\text{Kav},k}$ die Nominalwerte des konstanten Widerstands bzw. der konstanten Kapazität und $e_{R,k}$ sowie $e_{C,k}$ die relativen Abweichungen der tatsächlichen Werte von diesen Nominalwerten. $e_{L,k}$ ist die relative Abweichung der Induktivität von dem frequenzabhängigen Idealwert. f_{min} und f_{max} sind die minimale bzw. maximale Resonanzfrequenz.

In der Realität weisen die Kavitäten eine gewisse Eigendynamik auf, welche bewirkt, dass sie Sprüngen der Sollamplitude nicht unmittelbar folgen [Kum08]. Diese Eigendynamik ist jedoch vernachlässigbar (siehe Kapitel 5.3.3.6, [SGK09a] und [Spi+12a]).

4.2.6.5 Resonanzfrequenz-Regelung (BiasControl)

Das als `BiasControl` bezeichnete Teilmodell repräsentiert die in Abschnitt 4.1.4.3 beschriebene Resonanzfrequenzregelung einer Kavität. Es handelt sich hierbei um einen **analogen Regelkreis**, genauer um einen *PI*-Regler mit Vorsteuerung. Die Vorsteuerung wurde als ideal angenommen, d. h. sie besitzt eine Verstärkung von 1 und keine Eigendynamik, liefert also zu jedem Zeitpunkt exakt die Ausgangsfrequenz des lokalen Synthesizers. Der Regler muss also nur diejenigen Phasenabweichungen ausregeln, die sich durch Abweichungen der Kavitätenparameter oder die Trägheit des Vormagnetisierungskreises ergeben.

Im Modell ist die Stellgröße der Resonanzfrequenz-Regelung anders als in der Realität nicht der Vormagnetisierungsstrom, sondern der Sollwert der Resonanzfrequenz, aus dem im Modell der Kavität (siehe Abschnitt 4.2.6.4) der Sollwert für die Kavitäteninduktivität berechnet wird. Dieser Ansatz wurde aus zwei Gründen gewählt:

1. Die nichtlinearen Kennlinien, welche die Frequenz des Synthesizers auf die Vorsteuerspannung, die Steuerungsspannung der Regelung auf den Vormagnetisierungsstrom und jenen auf die Kavitäteninduktivität abbilden, sind nur qualitativ bekannt.

2. Solange diese Kennlinien statisch sind, sollte es möglich sein, mittels einer passenden inversen Kennlinie im Regler die Nichtlinearität zu kompensieren.

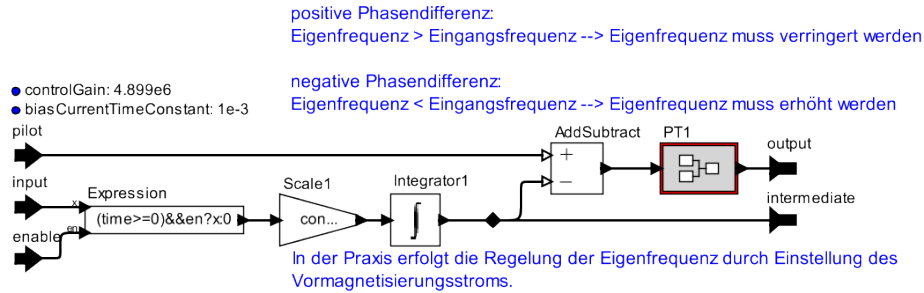


Abbildung 4.20.: Ptolemy II-Modell des lokalen Resonanzfrequenzreglers einer Kavität

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die Phasendifferenz $\varphi_{u_{\text{Spalt}}, i_{A,k}}$ zwischen der über dem Spalt der zu regelnden Kavität (siehe Abschnitt 4.2.6.4) abfallenden Spannung und ihrem Anregungsstrom,
- die von einem idealen Frequenzdetektor (siehe Abschnitt 4.2.2) gemessene Frequenz $f_{\text{DDS},k}$ des lokalen Synthesizers sowie
- das Freigabesignal (enable) des Sollspannungsgebers (siehe Abschnitt 4.2.6.2).

Die Ausgangsgröße ist die Stellgröße $f_{\text{RFR},k}$. Alle Größen sind zeitkontinuierlich. Das Signal enable ist in der Praxis kein Eingang des Reglers und wurde im Modell nur eingefügt, um möglichst einfach nachbilden zu können, dass die Regelung bei kurzgeschlossener Kavität ($\text{enable} = 0$) nicht arbeiten kann.

Die Phasendifferenz zwischen Kavitätenspannung und Synthesizer-Signal soll weggeregelt werden. Der eigentliche Regler ist als Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich modelliert: sein Eingangssignal ist die Phasendifferenz und sein Ausgangssignal wird von der Vorsteuer-Frequenz abgezogen, weil eine positive Phasendifferenz bedeutet, dass die Resonanzfrequenz zu hoch ist²⁵. Die beiden Parameter des Reglers sind die konstanten Verstärkungen des P- und des I-Anteils (Parameter integralGain bzw. proportionalGain) von typisch $1,384 \cdot 10^3 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ bzw. $4,149 \cdot 10^6 \frac{\text{Hz}}{\circ \cdot \text{s}}$ ²⁶.

Ein nachgeschaltetes PT_1 -Glied mit einer Verstärkung von 1 modelliert die Trägheit des Vormagnetisierungskreises [Har11, S. 75f.] Die konstante Zeitkonstante des PT_1 -Glieds (typisch 1 ms²⁷) definiert der Parameter biasCurrentTimeConstant. Zu Beginn der Simulation ist die Stellgröße gleich dem Anfangswert der Frequenz des HF-Felds. Die Regelung wird erst zu einem Zeitpunkt $t \geq 0$ eingeschaltet, zu dem die Kavität nicht mehr kurzgeschlossen ist; zuvor ist lediglich die Vorsteuerung aktiv.

Die Übertragungsfunktion der Vorsteuerung (im Laplace-Bereich) ist also

$$G_{\text{RFVS},k}(s) = \frac{1}{T_{\text{VMS},k} \cdot s + 1} \quad (4.37)$$

und die der Regelung ist

$$G_{\text{RFR},k}(s) = \frac{1}{T_{\text{VMS},k} \cdot s + 1} \cdot \frac{K_{\text{PRFR},k} \cdot s + K_{\text{IRFR},k}}{s} \quad (4.38)$$

²⁵ Eine positive Phasendifferenz bedeutet, dass die über dem Spalt der Kavität abfallende Spannung dem Anregungsstrom nacheilt, denn der Anregungsstrom ist mit dem Signal des lokalen Synthesizers phasengleich. Das bedeutet wiederum, dass die Kavität kapazitives Verhalten zeigt, der kapazitive Leitwert also überwiegt, was dann der Fall ist, wenn die Frequenz des Anregungsstroms über der Resonanzfrequenz liegt. Umgekehrt bedeutet eine negative Phasendifferenz, dass der induktive Leitwert überwiegt, folglich die Frequenz des Anregungsstroms unterhalb der Resonanzfrequenz liegt.

²⁶ Die konkreten Werte sind in Anhang B.1.4.3 hergeleitet und begründet.

²⁷ Der konkrete Wert ist in Anhang B.1.4.3 begründet.

Darin ist $T_{VMS,k}$ die Zeitkonstante des Vormagnetisierungsstroms und $K_{P,RFR,k}$ und $K_{I,RFR,k}$ die Verstärkung des P - bzw. des I -Zweigs des Reglers.

Die Signallaufzeiten von und zur Kavität sind sehr viel kleiner als die Zeitkonstante der Regelung und werden im Modell deshalb vernachlässigt.

4.2.6.6 Amplituden-Regelung (AmplitudeControl)

Das als **AmplitudeControl** bezeichnete Teilmodell repräsentiert die in Abschnitt 4.2.6.6 beschriebene Resonanzfrequenzregelung einer Kavität. Es handelt sich hierbei um einen **analogen Regelkreis**. Da ein explizites Lösungsverfahren für die Differentialgleichungen des Modells zum Einsatz kommt, musste der proportionale Anteil des PPT_1 -Reglers vernachlässigt werden, um die Entstehung einer algebraischen Schleife zu vermeiden (siehe Kapitel 3.2.4.3); es handelt sich also um einen PT_1 -Regler. Diese Vereinfachung ist vertretbar, wenn man bedenkt, dass die Spannungsrampen immer stetig verlaufen und sich deshalb im Betrieb üblicherweise keine Amplitudensprünge ergeben.

Im Modell wird die Amplitude der Kavitätsspannung direkt zur Regelung herangezogen (und nicht, wie in der Realität, die über einen Spannungsteiler gemessene Spannung). Die Reglerverstärkung fällt deshalb entsprechend niedriger aus als in der Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11, S. 53f., S. 68ff.] angegeben.

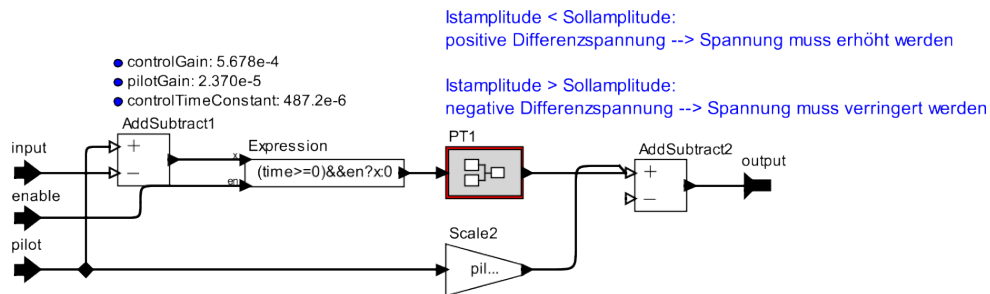


Abbildung 4.21.: Ptolemy II-Modell des lokalen Amplitudenreglers einer Kavität

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die von einem idealen Amplitudendetektor (siehe Abschnitt 4.2.2) gemessene Amplitude \hat{u}_{Spalt} der über dem Spalt der zu regelnden Kavität (siehe Abschnitt 4.2.6.4) abfallende Spannung und
- die Sollspannung $\hat{u}_{soll,k}$ vom Sollspannungsgeber (siehe Abschnitt 4.2.6.2) sowie
- das Freigabesignal (enable) des Sollspannungsgebers (siehe Abschnitt 4.2.6.2).

Die Ausgangsgröße ist die Stellgröße $u_{AR,k}$, die Steuerspannung des Modulators (siehe Abschnitt 4.2.6.3). Alle Größen sind zeitkontinuierlich. Das Signal **enable** ist in der Praxis kein Eingang des Reglers und wurde im Modell nur eingefügt, um numerische Probleme (beim Vergleich des Sollwerts mit 0) zu vermeiden.

Die Ist-Amplitude soll auf den Sollwert eingeregelt werden. Die Differenz zwischen Soll- und Ist-Amplitude ist die Eingangsgröße des PT_1 -Reglers. Dessen Verstärkung (Parameter **controlGain**) beträgt typisch $0,0005678$ ²⁸ und seine Zeitkonstante (Parameter **controlTimeConstant**) $487,2\mu s$ [Har11, S. 53]. Die Soll-Amplitude wird außerdem mit dem Verstärkungsfaktor der Vorsteuerung (Parameter **pilotGain**) von typisch $0,0000237$ ²⁹ multipliziert. Das Ergebnis wird zum Ausgangssignal des PT_1 -Glieds hinzuaddiert, wodurch sich die Gesamtstellgröße ergibt. Die Störgrößenregelung wird erst zu einem Zeitpunkt $t \geq 0$ eingeschaltet, zu dem die Kavität nicht mehr kurzgeschlossen ist; zuvor ist lediglich die Vorsteuerung aktiv. Bei kurzgeschlossener Kavität ist die Sollspannung Null.

Die Übertragungsfunktion der Vorsteuerung (im Laplace-Bereich) ist also

$$G_{AVS,k}(s) = K_{AVS,k} \quad (4.39)$$

²⁸ Der konkrete Wert ist in Anhang B.1.4.3 hergeleitet und begründet.

²⁹ Der konkrete Wert ist in Anhang B.1.4.3 hergeleitet und begründet.

und die der Regelung ist

$$G_{AR,k}(s) = \frac{K_{AR,k}}{T_{AR,k} \cdot s + 1} \quad (4.40)$$

Darin ist $T_{AR,k}$ die Zeitkonstante des PT_1 -Reglers und $K_{AR,k}$ seine Verstärkung; $K_{AVS,k}$ ist die Verstärkung der Vorsteuerung.

Die Signallaufzeiten von und zur Kavität sind sehr viel kleiner als die Zeitkonstante der Regelung und werden im Modell deshalb vernachlässigt.

4.2.6.7 DSP-System für die Kavitätsynchronisation (CavityDSP)

Das als CavityDSP bezeichnete und in Abbildung 4.22 dargestellte Teilmodell repräsentiert die in Abschnitt 4.1.5 beschriebene Kavitäten-DSP-Einheit.

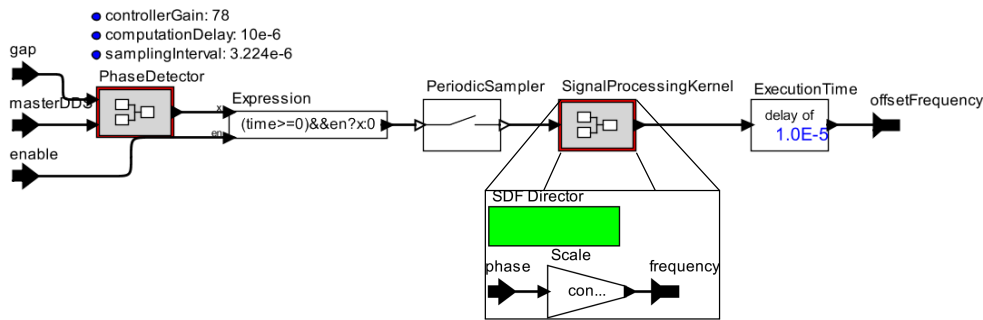


Abbildung 4.22.: Ptolemy II-Modell der lokalen Signalverarbeitungseinheit für eine Kavität

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die über dem Spalt der zu regelnden Kavität (siehe Abschnitt 4.2.6) abfallende Spannung $u_{Spalt,k}$, modelliert als Tripel $(A_{u_{Spalt,k}}, f_{u_{Spalt,k}}, \varphi_{u_{Spalt,k}})$ (*gap*),
- das Ausgangssignal des Master-Synthesizers für die Strahlphasenregelung (siehe Abschnitt 4.2.4), modelliert als Tripel $(A_{MasterDDS}, f_{MasterDDS}, \varphi_{MasterDDS})$ (*masterDDS*) und
- das Freigabesignal (*enable*) des Sollspannungsgebers (siehe Abschnitt 4.2.6.2).

Alle diese Größen sind zeitkontinuierlich. Das Signal *enable* ist in der Praxis kein Eingang des Reglers und wurde im Modell nur eingefügt, um möglichst einfach nachbilden zu können, dass die Regelung bei kurzgeschlossener Kavität ($enable = 0$) nicht arbeiten kann. Die Ausgangsgröße ist die errechnete Frequenzkorrektur Δf_{KS} (*offsetFrequency*) für den Strahlphasen-Synthesizer (siehe Abschnitt 4.2.4). Diese Größe ist zeitdiskret.

Die Funktionsweise der Kavitätsynchronisation ist in Kapitel 2.6.1 und die zugehörige Signalverarbeitung im Detail in Abschnitt 4.1.5 beschrieben. Diese Beschreibung soll hier nicht wiederholt und stattdessen nur auf die Umsetzung im Modell eingegangen werden. Im Modell berechnet ein Phasendetektor von der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Art die Phasendifferenz $\varphi_{Spalt,MasterDDS}(t)$ zwischen der tatsächlichen Kavitätenspannung und dem Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers. Diese zeitkontinuierliche Phasendifferenz wird abgetastet; der Parameter *dspSamplingInterval* gibt das Abtastintervall an, welches in der gegenwärtigen Implementierung $3,224 \mu s$ beträgt (siehe Abschnitt 4.1.5.1). Die Kavitätsynchronisation wird erst zu einem Zeitpunkt $t \geq 0$ eingeschaltet, zu dem die Kavität nicht mehr kurzgeschlossen ist; alle früheren Abtastwerte erhalten den Wert 0. Für die zeitdiskrete Größe $\delta[n]$ als Ergebnis des Abtastvorgangs gilt somit

$$\delta[n] := \begin{cases} \varphi_{Spalt,MasterDDS,k}(t_0 + n \cdot T_{abt}), & t_0 + n \cdot T_{abt} \geq 0 \wedge enable \\ 0, & \text{andernfalls.} \end{cases} \quad (4.41)$$

Dabei ist T_{abt} das Abtastintervall der Phasendifferenz.

Das Eintreffen eines neuen Abtastwerts stößt jeweils die Berechnung eines neuen Frequenzkorrekturwerts an. Der Ausgangswert $\Delta f[n]$ ergibt sich aus der Multiplikation der abgetasteten Phasendifferenz $\delta[n]$ mit dem Reglerverstärkungsfaktor $G_{KS,k}$ (Parameter `dspGain`) von typisch $78 \frac{\text{Hz}}{\circ}$.

$$\Delta f[n] := G_{KS,k} \cdot \delta[n] \quad (4.42)$$

Die Totzeit T_T der Signalverarbeitung ist durch den Parameter `dspComputationDelay` gegeben und als zeitdiskretes Verzögerungsglied modelliert. Diese Totzeit setzt sich zusammen aus

- der Signallaufzeit von der Kavität bzw. vom Synthesizer zur Signalverarbeitungseinheit,
- etwaigen Latenzen der analogen Vorverarbeitung und der A/D-Wandler (siehe Kapitel 4.1.5.1),
- der Rechenzeit der beteiligten Funktionseinheiten,
- der Latenzzeit der Datenübertragung zwischen den einzelnen Komponenten der Signalverarbeitungseinheit sowie
- der Latenzzeit der optischen Datenübertragung innerhalb des Versorgungsraums.

Als Summe der genannten Zeiten werden pauschal $10 \mu\text{s}$ veranschlagt [Kli05; Kli+07]. Auf den Einfluss von Abweichungen von diesem Wert geht Kapitel 5.5.1.1 ein.

4.2.7 Strahlmodell (Beam)

Das als Beam bezeichnete Teilmodell enthält die longitudinale Strahldynamik. In der vorliegenden Arbeit werden lediglich **kohärente, longitudinale Diploschwingungen** betrachtet und auch nur Schwingungsmoden, die von allen Bunches gleichförmig ausgeführt werden (siehe Kapitel 2.5.8.1), denn auf die Dämpfung dieser Schwingungsmoden sind die untersuchten Regelsysteme ausgelegt. Zur Betrachtung dieser Moden genügt ein **Makroteilchen-Modell**, um die Bewegung des **Schwerpunkts** eines Bunch im Phasenraum zu simulieren [Kli07]; es wird angenommen, dass alle anderen Bunches die gleiche Bewegung ausführen. Die Bewegung der einzelnen Teilchen innerhalb des Bunch wird nicht simuliert.

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die wirksame Beschleunigungsspannung u_{eff} über allen Kavitäten (siehe Abschnitt 4.2.6), modelliert als Tripel $(A_{u_{eff}}, f_{u_{eff}}, \varphi_{u_{eff}})$ (`effectiveGap`), sowie zur Berechnung des synchronen Teilchens
- das Signal des Referenz-Synthesizers (siehe Abschnitt 4.2.5), modelliert als Tripel $(A_{RefDDS}, f_{RefDDS}, \varphi_{RefDDS})$ (`referenceDDS`),
- die Sollspannungs-Rampe \hat{u}_{Rampe} (`voltageRamp`) und
- die zeitliche Ableitung der magnetischen Flussdichte \dot{B} (`magneticFluxDerivative`).

Die Ausgangsgrößen sind

- die synchrone Phase φ_{syn} (`synchronousPhase`),
- die Abweichung $\Delta\varphi$ der Strahlphase von der synchronen Phase (`phaseDeviation`),
- die Synchrotronfrequenz f_S (`synchrotronFrequency`) und
- die **Grundschiwingung** des Strahlstroms i_{Strahl} , modelliert als Tripel $(A_{i_{Strahl}}, f_{i_{Strahl}}, \varphi_{i_{Strahl}})$ (`beam`).

Alle genannten Größen sind zeitkontinuierlich.

Das Modell enthält zwei Untermodelle. Diese repräsentieren das synchrone Teilchen (`SynchronousParticle`, siehe Abschnitt 4.2.7.1) und den Bunch-Schwerpunkt (`BunchCenter`, siehe Abschnitt 4.2.7.2). Auf diese Weise ist es leicht möglich, diese Teilmodelle gegen alternative Beschreibungen auszutauschen, ohne Änderungen an anderer Stelle vornehmen zu müssen. Das Untermodell, welches das synchrone Teilchen repräsentiert, liefert die Umlauffrequenz $f_{U,syn}$, den Phasenschlupffaktor η_{syn} , die synchrone Phase φ_{syn} , die Geschwindigkeit β_{syn} , den

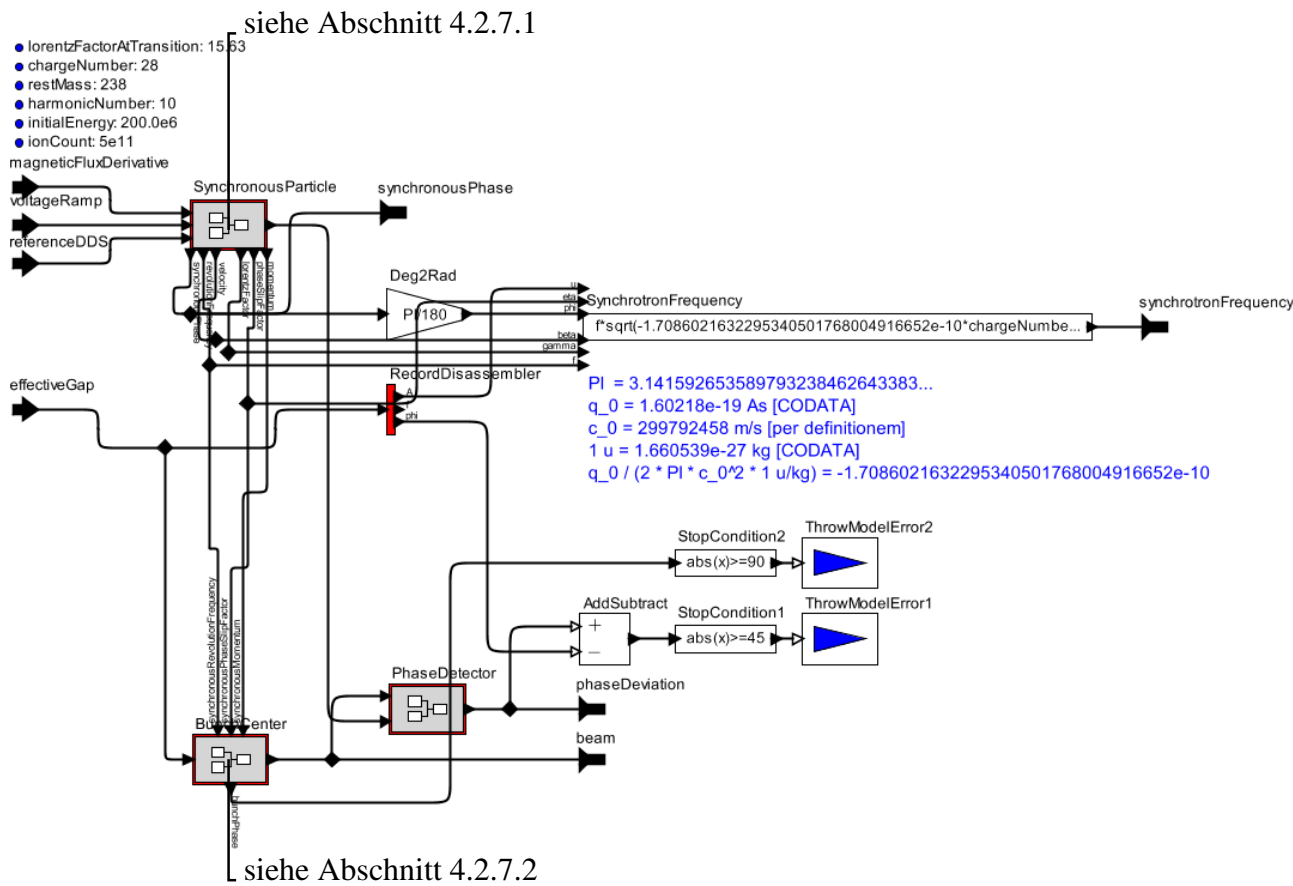


Abbildung 4.23.: Ptolemy II-Strahlmodell

Lorentzfaktor γ_{syn} und den Impuls p_{syn} des synchronen Teilchens sowie die Grundschiwingung des Strahlstroms i_{syn} (modelliert als Tripel $(A_{i_{syn}}, f_{i_{syn}}, \varphi_{i_{syn}})$), der von dem synchronen Teilchen allein hervorgerufen wird. Das Untermodell, welches den Bunchschwerpunkt repräsentiert, liefert die Strahlphase φ_{Bunch} und die Grundschiwingung des Strahlstroms i_{Strahl} (modelliert als Tripel $(A_{i_{Strahl}}, f_{i_{Strahl}}, \varphi_{i_{Strahl}})$).

Im Modell ist die Ladung der einzelnen Teilchen als Ladungszahl z (Parameter `chargeNumber`) und die Ruhemasse als Massenzahl a (Parameter `restMass`) angegeben; mit der Elementarladung q_e ³⁰ und der atomaren Masseneinheit m_U ³¹ gilt für die Ladung q bzw. für die Ruhemasse m_R :

$$q = z \cdot q_e \quad (4.43)$$

$$m_R = a \cdot m_U \quad (4.44)$$

Die Synchrotronfrequenz f_S wird gemäß Gleichung 2.71 berechnet. Die Frequenz der kohärenten Dipolschwingungen kann abhängig von der „Auslenkung“ des Bunchschwerpunkts davon abweichen (siehe Kapitel 2.5.7.3). Mit der Abkürzung $K_{f_S} = -\frac{q_e}{2 \cdot \pi \cdot m_U \cdot c_0^2} = -1,70860216 \cdot 10^{-10} \frac{C}{J}$ und der Harmonischenzahl h lautet die Gleichung für die Synchrotronfrequenz

$$f_S = f_{U,syn} \cdot \sqrt{K_{f_S} \cdot \frac{h \cdot \eta_{syn} \cdot z \cdot A_{u_{eff}} \cdot \cos(\varphi_{syn})}{\beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot a}} \quad (4.45)$$

Ein Phasendetektor des in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Typs liefert die Phasendifferenz $\varphi_{Strahl,syn}$ zwischen dem Bunchschwerpunkt und dem synchronen Teilchen.

$$\Delta\varphi := \varphi_{Strahl,syn} \quad (4.46)$$

Die Simulation wird abgebrochen, wenn $|\varphi_{Strahl,syn} - \varphi_{u_{eff}}| \geq 45^\circ$. Die Phasenlage $\varphi_{u_{eff}}$ der wirksamen Beschleunigungsspannung geht nicht in die Berechnung des vom synchronen Teilchen hervorgerufenen „Stroms“ ein und muss deshalb von der Phasendifferenz abgezogen werden. Die Simulation wird auch abgebrochen, wenn $|\varphi_{Bunch}| \geq 90^\circ$. Diese beiden Grenzwerte wurden willkürlich gewählt. Es wird angenommen, dass zumindest ein Teil des Bunchs den Bucket verlässt und verloren geht, wenn sie überschritten werden.

Der Strahlstrom wird im Modell derzeit vernachlässigt, kann aber zukünftig herangezogen werden, um die Wirkung des Strahlstroms³² auf die hier betrachteten Regelsysteme zu untersuchen. Modelliert ist nur seine Grundschiwingung, deren Frequenz derjenigen des HF-Felds entspricht. In der Realität ist der Strahlstrom keine schmalbandige Größe, sondern enthält Komponenten sowohl mit niedrigerer als auch mit höherer Frequenz, nämlich die Umlauffrequenz und deren ganzzahlige Vielfache.

4.2.7.1 Synchrones Teilchen (SynchronousParticle)

Das als `SynchronousParticle` bezeichnete und in Abbildung 4.24 dargestellte Teilmodell repräsentiert das synchrone Teilchen.

Durch die Abtastung der Frequenzrampe in den Synthesizern (siehe Abschnitt 4.2.4) und in Folge der Eingriffe der Kavitätsynchronisation und der Strahlphasenregelung ändert sich die Frequenz der Beschleunigungsspannung sprunghaft zu diskreten Zeitpunkten. Da sich die Umlauffrequenz der zu beschleunigenden Teilchen nicht sprunghaft ändern kann³³, ist die Frequenz der Beschleunigungsspannung nicht jederzeit ein ganzzahliges Vielfaches der Umlauffrequenz, d. h. die in Kapitel 2.5.3 genannten Bedingungen für den synchronen Betrieb sind im Allgemeinen nicht erfüllt. Das wirft die Frage nach einer für diesen Fall geeigneten Definition des synchronen Teilchens auf.

Naheliegender wäre die Forderung, das synchrone Teilchen solle der Frequenzrampe folgen, d. h. das h -fache³⁴ seiner Umlauffrequenz sollte stets gleich dem Sollwert der Frequenz des HF-Felds sein. In der Praxis ist diese

³⁰ $q_e = 1,60218 \cdot 10^{-19} C$

³¹ $m_U = 1,660539 \cdot 10^{-27} kg$

³² englisch *beam loading*

³³ Das würde eine sprunghafte Änderung der Teilchenenergie bedeuten.

³⁴ h ist die Harmonischenzahl.

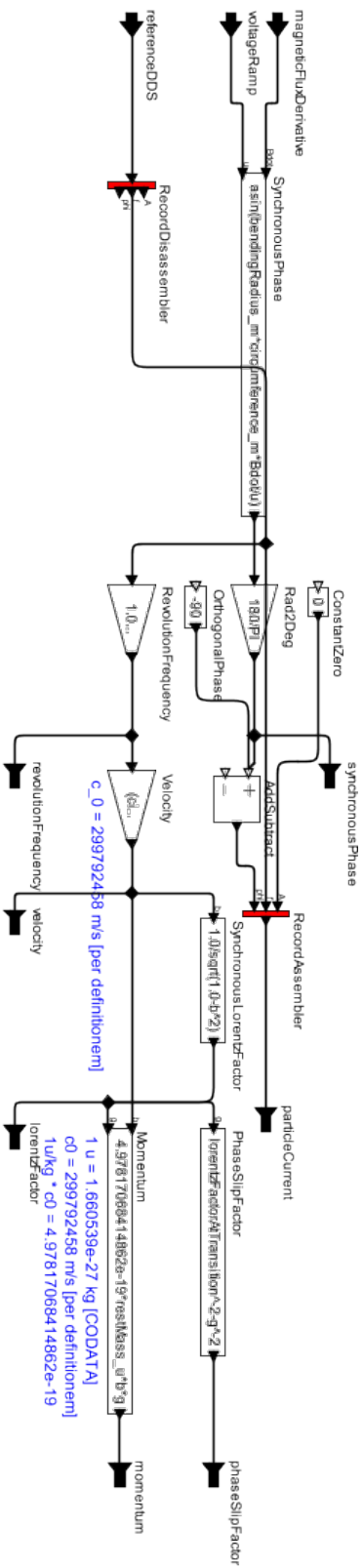


Abbildung 4.24.: Ptolemy II-Modell des synchronen Teilchens

Definition jedoch problematisch: Die Frequenzrampe $f_{HF,Rampe}(t)$ wird in den Synthesizern abgetastet (siehe Abschnitt 4.2.4); für die abgetastete Rampe $f_{abgetastet}$ gilt mit dem Abtastintervall T_{abt} und dem Startzeitpunkt t_0 der Simulation

$$\begin{aligned} f_{abgetastet}[n] &= f_{HF,Rampe}(t_0 + n \cdot T_{abt}) \\ \Rightarrow f_{abgetastet}(t) &= f_{abgetastet} \left[\left\lfloor \frac{t - t_0}{T_{abt}} \right\rfloor \right] \\ &= f_{HF,Rampe} \left(\left\lfloor \frac{t - t_0}{T_{abt}} \right\rfloor \cdot T_{abt} \right) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Während des Beschleunigungsvorgangs steigt die Frequenz des HF-Felds monoton an. Die abgetastete Frequenz ist also kleiner als die oder höchstens gleich der nicht abgetasteten Frequenz. Somit wächst die Phasendifferenz zwischen der Beschleunigungsspannung und dem synchronen Teilchen gemäß Gleichung 3.11³⁵ ebenfalls monoton. Dieses Ergebnis ist physikalisch nicht sinnvoll.

Ein anderer möglicher Ansatz wäre es, die Umlauffrequenz des synchronen Teilchens aus der magnetischen Flussdichte in den Ablenkmagneten zu errechnen. Hierzu stellt man Gleichung 2.39³⁶ um und erhält

$$\beta = \frac{q \cdot r \cdot B}{\sqrt{(m \cdot c_0)^2 + (q \cdot r \cdot B)^2}}. \quad (4.48)$$

Eingesetzt in Gleichung 2.40³⁷ ergibt sich

$$f_U = \frac{q \cdot r \cdot B \cdot c_0}{L \cdot \sqrt{(m \cdot c_0)^2 + (q \cdot r \cdot B)^2}} \quad (4.49)$$

Auch dieser Ansatz bringt jedoch das Problem mit sich, dass der Sollwert der magnetischen Flussdichte im Modell eine zeitkontinuierliche Größe ist, die Frequenzrampe aber in den Synthesizern (siehe Abschnitt 4.2.4) abgetastet wird. Zudem akkumulieren sich numerische Rundungsfehler im Laufe der Zeit. Beide Effekte bewirken eine mit der Zeit anwachsende Phasendifferenz zwischen der Beschleunigungsspannung und dem synchronen Teilchen, was kein sinnvolles Ergebnis darstellt.

In dem hier beschriebenen Modell wurde das synchrone Teilchen so definiert, dass das h -fache seiner Umlauffrequenz der Frequenz des unregulierten Referenz-Synthesizers (siehe Abschnitt 4.2.5) und seine Phase der synchronen Phase entspricht. Die tatsächliche Phasenlage der wirksamen Beschleunigungsspannung wird dabei nicht berücksichtigt; im übergeordneten Strahlmodell wird das korrigiert. Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind folglich

- das Signal des Referenz-Synthesizers (siehe Abschnitt 4.2.5), modelliert als Tripel $(A_{RefDDS}, f_{RefDDS}, \varphi_{RefDDS})$ (referenceDDS),
- die Sollspannungs-Rampe \hat{u}_{Rampe} (voltageRamp) und
- die zeitliche Ableitung \dot{B} der magnetischen Flussdichte (magneticFluxDerivative) vom Kontrollsystem (siehe Abschnitt 4.2.3).

Die Ausgangsgrößen sind

- die synchrone Phase φ_{syn} (synchronousPhase),
- der Quotient β aus der Geschwindigkeit des synchronen Teilchens und der Lichtgeschwindigkeit (velocity),

³⁵ Zur Erinnerung: Gleichung 3.11 für die Phasendifferenz $\varphi_{x,y}$ zwischen zwei Signalen x und y lautet

$$\varphi_{x,y}(t) = \varphi_x(t) - \varphi_y(t) + \int_{-\infty}^t 2 \cdot \pi \cdot (f_y(\tau) - f_x(\tau)) d\tau.$$

³⁶ Zur Erinnerung: Gleichung 2.39 für die magnetische Flussdichte lautet

$$B = \frac{\beta \cdot \gamma \cdot m_R \cdot c_0}{q \cdot r}.$$

³⁷ Zur Erinnerung: Gleichung 2.40 für die Umlauffrequenz lautet

$$f_U = \frac{\beta \cdot c_0}{L}.$$

- die Umlauffrequenz $f_{U, syn}$ (revolutionFrequency),
- der Impuls p_{syn} (momentum),
- der Lorentz-Faktor γ_{syn} (lorentzFactor) und
- der Phasenschlupffaktor η_{syn} (phaseSlipFactor) des synchronen Teilchens sowie
- die **Grundschwingung** des Strahlstroms i_{syn} , welcher durch das synchrone Teilchen verursacht wird (particleCurrent), modelliert als Tripel $(A_{i_{syn}}, f_{i_{syn}}, \varphi_{i_{syn}})$.

Alle genannten Größen sind zeitkontinuierlich.

Aus den Momentanwerten der Sollspannung $\hat{u}_{Rampe}(t)$ und der zeitlichen Ableitung der magnetischen Flussdichte $\dot{B}(t)$ wird die synchrone Phase gemäß Gleichung 2.55 berechnet. Dabei ist L der Umfang der Sollflugbahn (globaler Parameter circumference) und r der Bahnradius in den Ablenkmagneten (globaler Parameter bendingRadius).

$$\varphi_{syn}(t) := \arcsin \left(\frac{L \cdot r \cdot \dot{B}(t)}{\hat{u}_{Rampe}(t)} \right) \quad (4.50)$$

Die Umlauffrequenz $f_{U, syn}(t)$ ist die Ausgangsfrequenz $f_{Ref DDS}(t)$ des Referenz-Synthesizers, geteilt durch die Harmonischenzahl h (Parameter harmonicNumber).

$$f_{U, syn}(t) := \frac{f_{Ref DDS}(t)}{h} \quad (4.51)$$

Aus der Umlauffrequenz wird die Geschwindigkeit des synchronen Teilchens berechnet, indem Gleichung 2.40 nach β umgestellt wird. Daraus wird mit Gleichung 2.32 der Lorentz-Faktor $\gamma_{syn}(t)$ und aus diesem wiederum der Phasenschlupffaktor $\eta_{syn}(t)$ nach Gleichung 2.60 berechnet. Dabei ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit³⁸ und γ_T der Lorentzfaktor bei Transitionsenergie (Parameter lorentzFactorAtTransition).

$$\beta_{syn}(t) := \frac{f_{U, syn}(t) \cdot L}{c_0} \quad (4.52)$$

$$\gamma_{syn}(t) := \sqrt{1 - \beta_{syn}(t)^2}^{-1} \quad (4.53)$$

$$\eta_{syn}(t) := \gamma_T^{-2} - \gamma_{syn}(t)^{-2} \quad (4.54)$$

Der Impuls $p_{syn}(t)$ ergibt sich gemäß Gleichung 2.34 aus der Massenzahl a (Parameter restMass), der Teilchengeschwindigkeit und dem Lorentzfaktor. Mit der Abkürzung $K_p = m_U \cdot c_0 = 4,97817068 \cdot 10^{-19} \text{ Ns}$ ist

$$p_{syn}(t) := K_p \cdot \beta_{syn}(t) \cdot \gamma_{syn}(t) \cdot a. \quad (4.55)$$

Die Amplitude $A_{i_{syn}}$ des Strahlstroms, welcher durch das synchrone Teilchen allein hervorgerufen wird, ist 0, da das synchrone Teilchen nur eine fiktive Referenz darstellt. Die Phase $\varphi_{i_{syn}}$ ist gegenüber der synchronen Phase um -90° verschoben, weil der Strom, wäre er denn von 0 verschieden, bei $\varphi_{syn} = 0$ im positiven Nulldurchgang der Ausgangsspannung des Referenz-Synthesizers sein Maximum hätte. Für die Grundschwingung des Stroms gilt also:

$$\begin{aligned} A_{i_{syn}} &:= 0, \\ f_{i_{syn}}(t) &:= h \cdot f_{U, syn}(t) = f_{reference}(t), \\ \varphi_{i_{syn}}(t) &:= \varphi_{syn}(t) - 90^\circ \end{aligned} \quad (4.56)$$

Die Ausgangsfrequenz des Referenz-Synthesizers ist das Ergebnis eines Abtastprozesses (siehe Abschnitt 4.2.5) und ist daher nicht stetig (sie ändert sich zu diskreten Zeitpunkten sprunghaft). Gleiches gilt gemäß Gleichung 4.51 auch für die Umlauffrequenz des synchronen Teilchens, d. h. es gewinnt in infinitesimal kurzer Zeit an Energie. Die magnetische Flussdichte verläuft stückweise linear, ihre zeitliche Ableitung ist also nicht stetig. Gleiches gilt gemäß Gleichung 4.50 auch für die synchrone Phase, d. h. das synchrone Teilchen verändert seinen Aufenthaltsort sprunghaft. Beides ist für ein reales Teilchen physikalisch unmöglich. Das synchrone Teilchen ist jedoch nur eine fiktive Referenz und unterliegt deshalb solchen Einschränkungen nicht.

³⁸ $c_0 = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

4.2.7.2 Makroteilchen (BunchCenter)

Das als BunchCenter bezeichnete Teilmodell repräsentiert den Schwerpunkt eines Bunch. Da in der vorliegenden Arbeit nur Schwingungsmoden betrachtet werden, die von allen Bunches gleichförmig ausgeführt werden, gibt es nur eine Instanz dieses Teilmodells. Anders als das synchrone Teilchen, welches eine fiktive Referenz darstellt (siehe Abschnitt 4.2.7.1), können die Teilchen im Bunch ihre Geschwindigkeit (bzw. ihre Umlauffrequenz) und ihren Aufenthaltsort (bzw. ihre auf die Beschleunigungsspannung bezogene Phase) nicht sprunghaft ändern.

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die wirksame Beschleunigungsspannung u_{eff} aller Kavitäten (siehe Abschnitt 4.2.6), modelliert als Tripel $(A_{u_{eff}}, f_{u_{eff}}, \varphi_{u_{eff}})$ (effectiveGap),
- die Umlauffrequenz $f_{U,syn}$ (synchronousRevolutionFrequency),
- der Impuls p_{syn} (synchronousMomentum) und
- der Phasenschlupffaktor η_{syn} (synchronousPhaseSlipFactor) des synchronen Teilchens.

Die Ausgangsgrößen sind

- die Strahlphase φ_{Bunch} (bunchPhase) und
- die **Grundschwingung** des Strahlstroms i_{Strahl} , modelliert als Tripel $(A_{i_{Strahl}}, f_{i_{Strahl}}, \varphi_{i_{Strahl}})$ (beamCurrent).

Alle genannten Größen sind zeitkontinuierlich.

Ein Phasendetektor des in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Typs dient der Berechnung der Phasendifferenz $\varphi_{Strahl,eff}$ zwischen Strahlstrom und wirksamer Beschleunigungsspannung. Für die Strahlphase φ_{Bunch} gilt

$$\varphi_{Bunch}(t) = \varphi_{Strahl,eff}(t) + 90^\circ, \quad (4.57)$$

weil ein sinusförmiger (nicht kosinusförmiger!) Verlauf des Stroms angenommen wird und das Maximum des Stroms mit dem Bunchschwerpunkt zusammenfällt. Aus der Amplitude $A_{u_{eff}}$ der wirksamen Beschleunigungsspannung und dieser Phasendifferenz wird der Energiegewinn ΔW pro Umlauf und Nukleon berechnet. Dabei ist z die Ladungszahl (Parameter chargeNumber) und a die Massenzahl (Parameter restMass).

$$\Delta W(t) := \frac{z}{a} \cdot A_{eff}(t) \cdot \sin(\varphi_{bunch}(t)) \quad (4.58)$$

Die zeitliche Ableitung \dot{W} der **kinetischen Energie pro Nukleon** ergibt sich durch Multiplikation dieses Energiegewinns mit der Umlauffrequenz des Bunchschwerpunkts (siehe Gleichung 4.65). Der Anfangswert W_0 der kinetischen Energie ist durch den Parameter initialEnergy gegeben.

$$\begin{aligned} W_{kin}(t_0) &:= W_0, \\ \frac{d}{dt} W_{kin} &:= \Delta W(t) \cdot f_U(t) \end{aligned} \quad (4.59)$$

Durch Umstellen von Gleichung 2.36 nach dem Lorentzfaktor γ wird dieser berechnet und durch Umstellen von Gleichung 2.32 nach β die Geschwindigkeit des Bunchschwerpunkts: Mit der Abkürzung $K_\gamma = (m_U \cdot c_0^2)^{-1} = 6,700535525 \cdot 10^9 \text{ J}^{-1}$ ist

$$\gamma(t) := 1 + K_\gamma \cdot W_{kin}(t), \quad (4.60)$$

$$\beta(t) := \sqrt{1 - \gamma(t)^{-2}}. \quad (4.61)$$

Da W_{kin} die **Energie pro Nukleon** ist, tritt die Massenzahl a hier nicht auf. Der Impuls $p(t)$ ergibt sich gemäß Gleichung 2.34 aus der Massenzahl a (Parameter restMass), der Teilchengeschwindigkeit und dem Lorentzfaktor. Mit der Abkürzung $K_p = m_U \cdot c_0 = 4,97817068 \cdot 10^{-19} \text{ Ns}$ ist

$$p(t) := K_p \cdot \beta(t) \cdot \gamma(t) \cdot a. \quad (4.62)$$

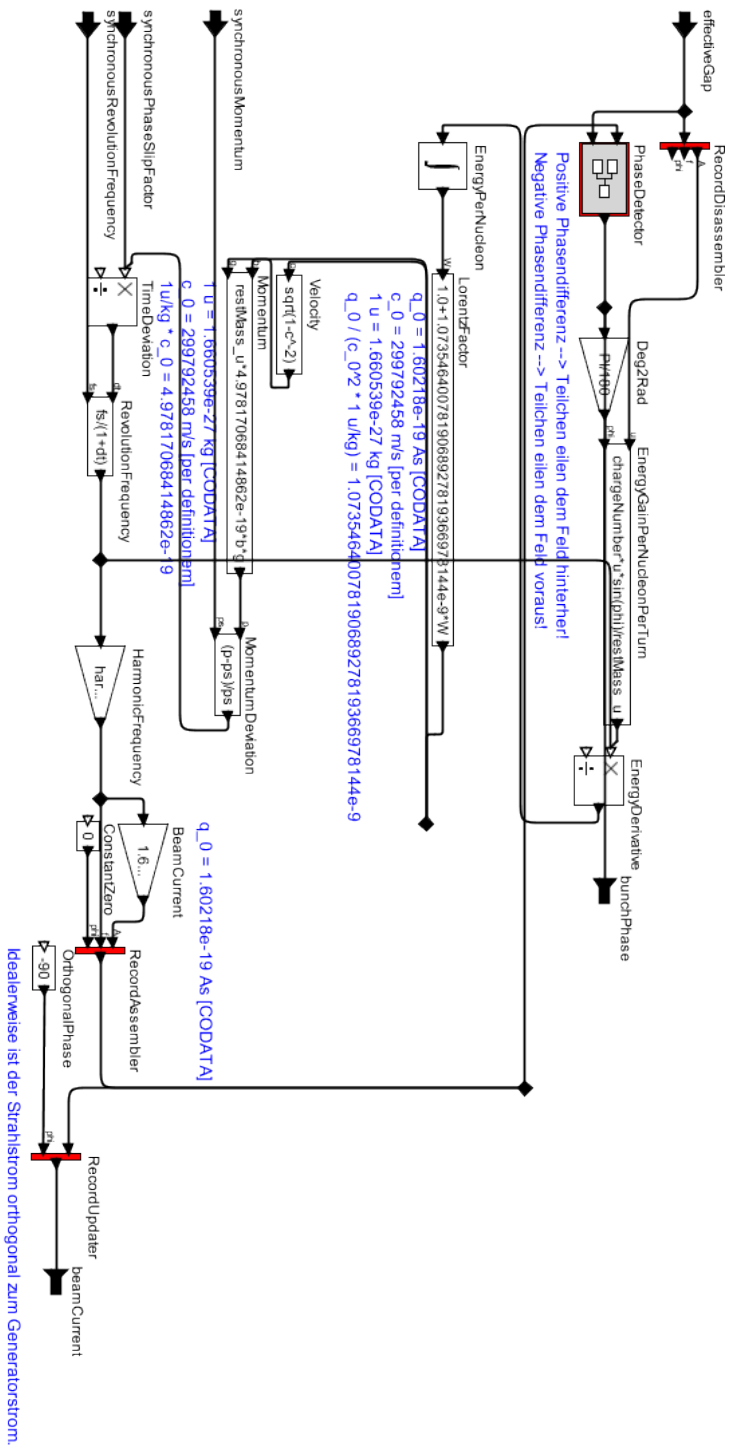


Abbildung 4.25.: Ptolemy II-Modell des Makroteilchens im Bunchschwerpunkt

Die Umlauffrequenz des Bunchschwerpunkts wird mittels des Impulses p_{syn} und der Umlauffrequenz $f_{U,syn}$ des synchronen Teilchens sowie des Phasenschlupffaktors η aus dem Impuls p berechnet.

$$\frac{\Delta p}{p} := \frac{p - p_{syn}}{p_{syn}} \quad (4.63)$$

$$\frac{\Delta T}{T} := \eta \cdot \frac{\Delta p}{p} \quad (4.64)$$

$$f_U := \frac{f_{U,syn}}{1 + \frac{\Delta T}{T}} \quad (4.65)$$

Die Amplitude $A_{i_{Strahl}}$ des Strahlstroms ist das Produkt aus der Teilchenzahl N_{Ionen} (Parameter `ionCount`), der Ladung $q = z \cdot q_e$ jedes einzelnen Teilchens und der Umlauffrequenz. Die Frequenz $f_{i_{Strahl}}$ des Strahlstroms ist das h -fache der Umlauffrequenz, wobei h die Harmonischenzahl (Parameter `harmonicNumber`) ist. Die Phase $\varphi_{i_{Strahl}}$ beträgt -90° , weil der Strom gegenüber der Beschleunigungsspannung um 90° verschoben ist. Für die Grundschiwingung des Stroms gilt also:

$$\begin{aligned} A_{i_{Strahl}}(t) &:= z \cdot q_e \cdot N_{Ionen} \cdot f_U(t), \\ f_{i_{Strahl}}(t) &:= h \cdot f_U(t), \\ \varphi_{i_{Strahl}} &:= -90^\circ \end{aligned} \quad (4.66)$$

Es sei nicht verschwiegen, dass diese Modellierung numerisch etwas problematisch ist. Insbesondere wird in Gleichung 4.63 der Wert p_{syn} vom fast gleich großen Wert p abgezogen, und in Gleichung 4.65 wird der sehr kleine Wert $\frac{\Delta T}{T}$ zu dem vergleichsweise großen Wert 1 addiert. In beiden Fällen kann es — bedingt durch die endlich genaue Zahlendarstellung im Rechner — zu einem Verlust an Rechengenauigkeit kommen [Kre06, S. 782, S. 785]³⁹.

Zu Beginn der Simulation sind die magnetische Flussdichte und die Frequenz des HF-Felds zunächst konstant, es findet also keine Beschleunigung statt. Das Makroteilchen befindet sich zu Beginn der Simulation exakt im positiven Nulldurchgang des **Sollverlaufs** der Beschleunigungsspannung. Durch Parameterabweichungen der Kavitäten kann die **tatsächlich wirksame Beschleunigungsspannung** jedoch gegenüber dem Sollverlauf phasenverschoben sein, wodurch sich sofort eine Schwingung der Strahlphase ergibt.

4.2.8 Strahlstromsensor (BPM)

Das Strahlmodell selbst (siehe Abschnitt 4.2.7) gibt bereits ein Signal aus, welches der **Grundschiwingung des Strahlstroms** entspricht. Das als BPM bezeichnete Teilmodell hat deshalb lediglich den Zweck, dem Strahlstrom-Signal Phasenrauschen hinzuzufügen. In der Praxis ist das Strahlstromsignal des Strahlagesensors stark verrauscht. Dieses Signal wird von der Strahlphasenregelung herangezogen, um die Strahlphase zu bestimmen. Im Phasendetektor bewirkt das Rauschen der Abtastwerte ein Rauschen der detektierten Phase⁴⁰. Aus diesem Grund wird das Rauschsignal zur Phase des Strahlstrom-Signals hinzuaddiert.

Die Eingangsgröße (input) ist die Grundschiwingung des **tatsächlichen Strahlstroms** i_{Strahl} . Die Ausgangsgröße (output) ist die Grundschiwingung des **gemessenen Strahlstroms** $i_{Strahl,mess}$. Das Tripel $(A_{i_{Strahl}}, f_{i_{Strahl}}, \varphi_{i_{Strahl}})$ beschreibt die Eingangs- und $(A_{i_{Strahl,mess}}, f_{i_{Strahl,mess}}, \varphi_{i_{Strahl,mess}})$ die Ausgangsgröße. Der Parameter `measurementNoise` gibt die Standardabweichung des Rauschens an. Das Teilmodell und seine Ein- und Ausgangsgrößen sind zeitkontinuierlich. Sein Verhalten lässt sich durch folgende Gleichungen beschreiben:

$$\begin{aligned} A_{i_{Strahl,mess}}(t) &:= A_{i_{Strahl}}(t), \\ f_{i_{Strahl,mess}}(t) &:= f_{i_{Strahl}}(t), \\ \varphi_{i_{Strahl,mess}}(t) &:= \varphi_{i_{Strahl}}(t) + n(t), \\ n(t) &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_\Phi^2) \end{aligned} \quad (4.67)$$

³⁹ Beispiel 1: Beim Rechnen mit drei Stellen ist $1,01 - 1,00 = 0,01 = 1,00 \cdot 10^{-2}$. Letztere Darstellung ist aber irreführend, weil sie eine Genauigkeit von drei Stellen impliziert, obwohl das Ergebnis nur eine Genauigkeit von einer Stelle besitzt. Die Rundungsfehler in der letzten Stelle der beiden Operanden führen also zu einem Fehler des Ergebnisses, der in der Größenordnung des Ergebnisses selbst liegt!

Beispiel 2: Beim Rechnen mit drei Stellen ist $1,00 + 1,23 \cdot 10^{-2} = 1,01$. Es wird nur die erste Stelle des zweiten Summanden berücksichtigt; durch das Runden auf drei Stellen gehen die beiden zusätzlichen Stellen verloren!

⁴⁰ Eine Herleitung findet sich in Anhang B.1.6.

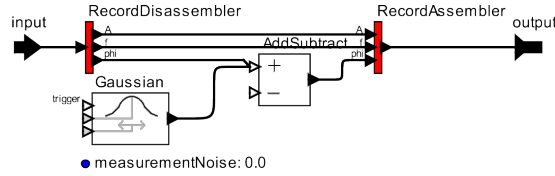


Abbildung 4.26.: Ptolemy II-Modell des Strahlstromsensors

Darin ist $n(t)$ das Rauschsignal und σ_Φ die Standardabweichung des Rauschens.

Die zu erwartende Standardabweichung des Rauschens ist in Anhang B.1.6 hergeleitet. Kapitel 5.3.7 vergleicht verschiedene Rauschursachen innerhalb des Systems und Kapitel 5.4.2 vergleicht das Verhalten des rauschbehafteten Systems mit dem rauschfreien. Tatsächlich gibt es jedoch auch systematische Störeinflüsse, die in dem hier beschriebenen Modell vernachlässigt werden, wie beispielsweise andere Spektralkomponenten des Strahlstroms als dessen Grundschiwingung.

4.2.9 DSP-System für die Strahlphasenregelung (BeamPhaseDSP)

Das als BeamPhaseDSP bezeichnete Teilmodell repräsentiert die in Abschnitt 4.1.5 beschriebene Strahlphasen-DSP-Einheit. Zwar gibt es in jedem Versorgungsraum eine Signalverarbeitung dieses Typs, doch ist immer nur eine dieser Einheiten als *Master* aktiv, während die anderen als *Stand-By-Redundanz* dienen und bei einem Ausfall des *Masters* diesen ersetzen können. Deshalb gibt es nur eine Instanz dieses Teilmodells.

Die Eingangsgrößen des Teilmodells sind

- die über dem Spalt der Referenzkavität (siehe Abschnitt 4.2.6) abfallende Spannung u_{RefKav} , modelliert als Tripel $(A_{u_{RefKav}}, f_{u_{RefKav}}, \varphi_{u_{RefKav}})$ (`gapSignal`),
- das Strahlstrom-Messsignal $i_{Strahl,mess}$, modelliert als Tripel $(A_{i_{Strahl,mess}}, f_{i_{Strahl,mess}}, \varphi_{i_{Strahl,mess}})$ vom Strahlstromsensor (siehe Abschnitt 4.2.8 (`beamSignal`), und
- den Schätzwert \tilde{f}_S der Synchrotronfrequenz (`synchrotronFrequencyEstimate`) vom Kontrollsystem (siehe Abschnitt 4.2.3).

Alle diese Größen sind zeitkontinuierlich. Die Ausgangsgrößen sind

- die errechnete Frequenzkorrektur $\Delta f_{S\Phi R}$ (`offsetFrequency`) für den Strahlphasen-Synthesizer (siehe Abschnitt 4.2.4) und
- der quantisierte Schätzwert f_Q der Synchrotronfrequenz (`quantizedSynchrotronFrequency`), der zwecks Analyse der Simulationsergebnisse ausgegeben wird.

Beide Größen sind zeitdiskret.

Die Funktionsweise der Strahlphasenregelung ist in Kapitel 2.6.2 und die zugehörige Signalverarbeitung im Detail in Abschnitt 4.1.5 beschrieben. Diese Beschreibung soll hier nicht wiederholt und stattdessen nur auf die Umsetzung im Modell eingegangen werden. Im Modell berechnet ein Phasendetektor von der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Art die Phasendifferenz $\varphi_{Strahl,RefKav}(t)$ zwischen (gemessenem) Strahlstrom und Beschleunigungsspannung. Diese zeitkontinuierliche Phasendifferenz wird abgetastet; der Parameter `samplingInterval` gibt das Abtastintervall an, welches in der gegenwärtigen Implementierung $3,224\mu s$ beträgt (siehe Abschnitt 4.1.5.1). Die Strahlphasenregelung wird erst zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet; alle früheren Abtastwerte erhalten den Wert -90° . Von den Abtastwerten wird der konstante Sollwert der Phasendifferenz abgezogen. Dieser Sollwert beträgt üblicherweise -90° , weil der Strahlstrom im steigenden Nulldurchgang der Beschleunigungsspannung sein Maximum erreichen, der Beschleunigungsspannung also um 90° voreilen sollte, solange keine Beschleunigung stattfindet.

Den Schätzwert der Synchrotronfrequenz erhält das System in der Realität in regelmäßigen Abständen vom Kontrollsystem. Im Modell ist der Schätzwert eine zeitkontinuierliche Größe, die erst abgetastet werden muss. Das Parameter `updateInterval` gibt das Abtastintervall (Standardwert ist 1 ms [Kli10a]) an. Den Einfluss dieses Parameters auf das Systemverhalten untersucht Kapitel 5.5.2.4.

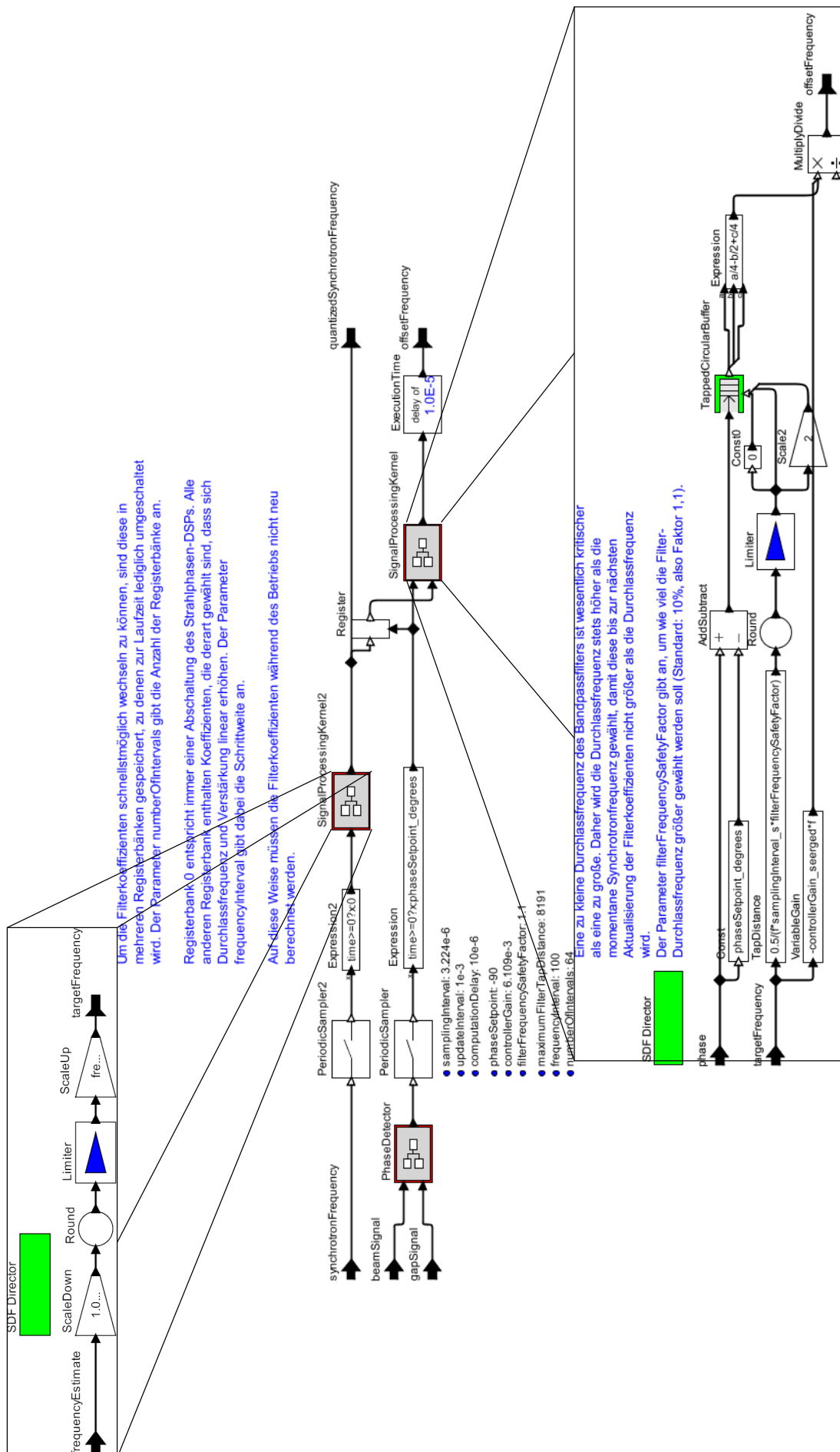


Abbildung 4.27.: Ptolemy II-Modell der Signalverarbeitungseinheit für die Strahlphasenregelung

In Abhängigkeit vom Schätzwert der Synchrotronfrequenz wird eine Registerbank mit Filterkoeffizienten und Verstärkungsfaktoren ausgewählt. Das geschieht auf die in Abschnitt 4.1.5.3 beschriebene Weise. Dabei wird angenommen, dass Registerbank Nr. 0 das Filter und damit die Strahlphasenregelung abschaltet und dass die weiteren Registerbänke Koeffizientensätze für jeweils gleich große, aufeinanderfolgende Frequenzintervalle enthalten, Registerbank Nr. k , $k = 1, 2, \dots$ also bei einer Synchrotronfrequenz zwischen dem k -fachen und dem $k + 1$ -fachen der Intervallgröße gewählt wird. Der Parameter `numberOfIntervals` gibt die Anzahl der Registerbänke an, unter denen ausgewählt werden kann; in der gegenwärtigen Implementierung gibt es 64 Registerbänke (siehe Abschnitt 4.1.5.2). Der Parameter `frequencyInterval` gibt die Intervallgröße an. Da es nur endlich viele Registerbänke gibt, wird der Schätzwert der Synchrotronfrequenz gewissermaßen **quantisiert**. Der Schätzwert der Synchrotronfrequenz wird durch die Intervallgröße geteilt und das Ergebnis auf die nächstkleinere ganze Zahl abgerundet. So ergibt sich die Nummer der zu wählenden Registerbank. Bei einem Schätzwert der Synchrotronfrequenz unterhalb der Intervallgröße wird Registerbank Nr. 0 gewählt und die Strahlphasenregelung abgeschaltet. Der quantisierte Schätzwert ergibt sich durch Multiplikation der Registerbank-Nummer mit der Intervallgröße. Für die zeitdiskreten Größen $\delta[n]$ und $f[n]$ gilt somit:

$$\delta[n] := \begin{cases} \varphi_{Strahl,RefKav}(t_0 + n \cdot T_{abt}) + 90^\circ, & t_0 + n \cdot T_{abt} \geq 0 \\ 90^\circ & \text{andernfalls} \end{cases} \quad (4.68)$$

$$f[n] := \min \left(\left\lfloor \frac{\tilde{f}_S \left(t_0 + \left\lfloor \frac{n \cdot T_{abt}}{T_{akt}} \right\rfloor \cdot T_{akt} \right)}{\Delta f_{Intervall}} \right\rfloor, N_{Intervalle} \right) \cdot \Delta f_{Intervall} \quad (4.69)$$

Dabei ist T_{abt} das Abtastintervall der Phasendifferenz, T_{akt} das Abtastintervall für den Schätzwert der Synchrotronfrequenz, $\Delta f_{Intervall}$ die Intervallgröße für die Quantisierung und $N_{Intervalle}$ die Anzahl der Intervalle.

Der Verstärkungsfaktor der Regelung soll mit der Synchrotronfrequenz linear zunehmen und ergibt sich deshalb durch Multiplikation des quantisierten Schätzwerts mit einer konstanten **spezifischen Verstärkung** G' , welche durch den Parameter `controllerGain` definiert ist. Aus Experimenten [Kli+07] ist bekannt, dass der optimale Wert für diese Konstante bei etwa $0,35 \text{ rad}^{-1}$ liegt, was in den in dem hier beschriebenen Modell verwendeten Einheiten einem Wert von $6,109 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{\text{Hz}}$ entspricht. Die Filtermittenfrequenz ergibt sich aufgrund der Überlegungen in Abschnitt 4.1.5.2 aus der Multiplikation des quantisierten Schätzwerts mit einem konstanten **Frequenzmultiplikator** χ , welcher durch den Parameter `filterFrequencyMultiplier` definiert ist. Die drei von Null verschiedenen Filterkoeffizienten haben die Werte $-0,25$, $+0,5$ und $-0,25$ und befinden sich an den Positionen 0 , p und $2 \cdot p$ im Koeffizientenvektor. Der Abstand p der Koeffizienten voneinander ergibt sich abhängig von der gewünschten Mittelfrequenz f_{Mitte} nach Gleichung 4.21⁴¹. $2 \cdot p$ muss kleiner als die Größe des Abtastwertspeichers sein. Es gilt also $0 \leq p \leq p_{max}$, wobei $p = 0$ die Filterverstärkung auf Null setzt und somit die Strahlphasenregelung deaktiviert. Der Wert p_{max} ist durch den Parameter `maximumFilterTapDistance` gegeben. In der gegenwärtigen Implementierung fasst der Abtastwertspeicher 16.384 Werte (siehe Abschnitt 4.1.5.2); somit ist $p_{max} = 8.191$.

Das Eintreffen eines neuen Abtastwerts stößt jeweils die Berechnung eines neuen Frequenzkorrekturwerts an. Die jeweils neue Phasendifferenz wird dem Speicher hinzugefügt und die älteste im Speicher enthaltene Phasendifferenz dafür gelöscht. Die drei Positionen 0 , p und $2 \cdot p$ der von Null verschiedenen Koeffizienten im Koeffizientenvektor werden berechnet und die entsprechenden Abtastwerte aus dem Speicher gelesen; dabei entspricht die Position 0 dem soeben eingetroffenen, neuesten Abtastwert und p bzw. $2 \cdot p$ entsprechend älteren Werten. Die aus dem Speicher gelesenen Werte werden mit den entsprechenden Koeffizienten multipliziert und die Summe der Produkte gebildet. Diese Summe wird mit dem Verstärkungsfaktor der Regelung multipliziert, wodurch sich eine Frequenzkorrektur für den Strahlphasen-Synthesizer ergibt. Die Berechnung des Ausgangswerts $\Delta f[n]$ erfolgt mittels folgender Gleichungen:

$$G[n] := G' \cdot f[n] \quad (4.70)$$

$$p[n] := \min \left((2 \cdot \chi \cdot f[n] \cdot T_{abt})^{-1}, p_{max} \right) \quad (4.71)$$

$$y[n] := -0,25 \cdot \delta[n] + 0,5 \cdot \delta[n - p[n]] - 0,25 \cdot \delta[n - 2 \cdot p[n]] \quad (4.72)$$

$$\Delta f[n] := G[n] \cdot y[n] \quad (4.73)$$

⁴¹ Zur Erinnerung: Gleichung 4.21 für den Abstand p zweier von Null verschiedener Filterkoeffizienten voneinander lautet $p = \lceil (2 \cdot f_{Mitte} \cdot T)^{-1} \rceil$.

In der Praxis werden die Filterkoeffizienten und der Verstärkungsfaktor G nicht in jedem Schritt neu berechnet, sondern sind in Registern gespeichert, zwischen denen abhängig vom Schätzwert der Synchrotronfrequenz umgeschaltet wird (siehe Abschnitt 4.1.5.2).

Die Totzeit T_T der Signalverarbeitung ist durch den Parameter `computationDelay` gegeben und als zeitdiskretes Verzögerungsglied modelliert. Diese Totzeit setzt sich zusammen aus

- der Signallaufzeit von der Kavität bzw. vom Strahlstromsensor zur Signalverarbeitungseinheit,
- etwaigen Latenzen der analogen Vorverarbeitung und der A/D-Wandler (siehe Kapitel 4.1.5.1),
- der Rechenzeit der beteiligten Funktionseinheiten,
- der Latenzzeit der Datenübertragung zwischen den einzelnen Komponenten der Signalverarbeitungseinheit sowie
- der Latenzzeit der optischen Datenübertragung innerhalb des Versorgungsraums.

Als Summe der genannten Zeiten werden pauschal $10\mu\text{s}$ veranschlagt [Kli05; Kli+07]. Auf den Einfluss von Abweichungen von diesem Wert geht Kapitel 5.5.2.1 ein.

4.2.10 Daten-Ein- und Ausgabe

Die Simulations-Stimuli (die Sollwert-Rampen, siehe Abschnitt 4.2.10.1) werden aus Dateien gelesen und die Simulationsergebnisse (die zeitlichen Verläufe verschiedener Größen, siehe Abschnitt 4.2.10.2) in Dateien geschrieben. Das ermöglicht einen nicht-interaktiven, so genannten *headless* Betrieb, in welchem ohne menschlichen Eingriff zahlreiche verschiedene Parametersätze simuliert werden können. Sowohl die Ein- als auch die Ausgabedateien genügen GSI-internen Standards [KZ11]. Konkret handelt es sich um Dateien im so genannten **Column File**-Format [KZ11, S. 9]. Dabei handelt es sich um ein für Menschen lesbares Textdateiformat, welches auf dem CSV⁴²-Format [RFC4180] aufbaut. Dateien in diesem Format enthalten tabellarische Daten und sind in Zeilen und diese wiederum in Spalten gegliedert.

4.2.10.1 Benötigte Eingangswerte

Die Eingangswerte der Simulation sind die zeitlichen Verläufe der Sollwerte der Frequenz des HF-Felds, der HF-Beschleunigungsspannung, der magnetischen Flussdichte und der Synchrotronfrequenz. Diese Größen werden im Teilmodell `CentralControlSystem` (siehe Abschnitt 4.2.3) aus einer Datei im *Column-File*-Format eingelesen. Im Modell wird die zeitliche Ableitung der magnetischen Flussdichte benötigt. Die Datei enthält die zeitliche Ableitung aller genannten Größen. Im Modell werden diese dann — ausgehend von den durch die Parameter `initialFrequency`, `initialFrequencyEstimate` und `initialVoltage` definierten Anfangswerte für die Frequenz des HF-Felds, den Schätzwert der Synchrotronfrequenz bzw. die Beschleunigungsspannung — integriert. Diese etwas unintuitive Lösung wurde gewählt, weil sie in *Ptolemy II* leichter umzusetzen war als mögliche Alternativen. Es ergibt sich ein stetiger und stückweise linearer Verlauf der Rampen bzw. ein stückweise konstanter Verlauf ihrer zeitlichen Ableitungen.

Die ersten vier Zeilen der Eingabedatei enthalten den Dateikopf und werden ignoriert. Es findet keine Sinnhaftigkeitsprüfung der darin enthaltenen Werte statt. Der Dateikopf ist immer gleich. In jeder weiteren Zeile erwartet *Ptolemy II* fünf Zahlenwerte in den ersten fünf Spalten.

- Die erste Spalte wird als Simulationszeitpunkt t des jeweils nächsten Stützstelle interpretiert. Zu jenem Zeitpunkt ändern sich die zeitlichen Ableitungen der Rampen; bis dahin bleiben sie konstant.
- Die zweite Spalte wird als zeitliche Ableitung \dot{f}_{HF} der Frequenz des HF-Felds (in $\frac{\text{Hz}}{\text{s}}$) interpretiert, die ab dem in der ersten Spalte enthaltenen Zeitpunkt bis zur nächsten Stützstelle gilt.
- Die dritte Spalte wird als zeitliche Ableitung \dot{u} der Beschleunigungsspannung (in $\frac{\text{V}}{\text{s}}$) interpretiert, die ab dem in der ersten Spalte enthaltenen Zeitpunkt bis zur nächsten Stützstelle gilt.

⁴² Abkürzung für *character-separated values*

- Die vierte Spalte wird als zeitliche Ableitung \dot{B} der magnetischen Flussdichte (in $\frac{T}{s}$) interpretiert, die ab dem in der ersten Spalte enthaltenen Zeitpunkt bis zur nächsten Stützstelle gilt.
- Die fünfte Spalte wird als zeitliche Ableitung \dot{f}_S des Schätzwerts der Synchrotronfrequenz (in $\frac{Hz}{s}$) interpretiert, die ab dem in der ersten Spalte enthaltenen Zeitpunkt bis zur nächsten Stützstelle gilt.

Alle weiteren Spalten werden ignoriert.

Aus den Stützstellen $t[n]$ und -werten ($\dot{f}_{HF}[n]$, $\dot{u}[n]$, $\dot{B}[n]$, $\dot{f}_S[n]$) können die Rampen gemäß folgender Gleichungen rekonstruiert werden:

$$f_{HF,Rampe}(t) = \begin{cases} f_{HF,0}, & t \leq t[1] \\ f_{HF,Rampe}(t[n]) + \dot{f}_{HF} \cdot (t - t[n]), & t[n] \leq t \leq t[n+1] \end{cases} \quad (4.74)$$

$$\hat{u}_{Rampe}(t) = \begin{cases} \hat{u}_0, & t \leq t[1] \\ \hat{u}_{Rampe}(t[n]) + \dot{u} \cdot (t - t[n]), & t[n] \leq t \leq t[n+1] \end{cases} \quad (4.75)$$

$$\dot{B}_{Rampe}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t[1] \\ \dot{B}(t[n]), & t[n] \leq t \leq t[n+1] \end{cases} \quad (4.76)$$

$$\tilde{f}_{S,Rampe}(t) = \begin{cases} \tilde{f}_{S,0}, & t \leq t[1] \\ \tilde{f}_{S,Rampe}(t[n]) + \dot{f}_S \cdot (t - t[n]), & t[n] \leq t \leq t[n+1] \end{cases} \quad (4.77)$$

$$(4.78)$$

Dabei sind $f_{HF,0}$, \hat{u}_0 und $\tilde{f}_{S,0}$ die Anfangswerte der jeweiligen Größe.

4.2.10.2 Erzeugte Ausgabewerte

In der Simulation lässt sich jede beliebige Größe beobachten und der zeitliche Verlauf jeder Größe kann aufgezeichnet werden. Um die erzeugten Ergebnisdateien jedoch nicht zu groß werden zu lassen, wurden für die in Kapitel 5 beschriebenen Analysen nur folgende Größen ausgewählt:

1. Die Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (siehe Abschnitt 4.2.7)
2. Die synchrone Phase (siehe Abschnitt 4.2.7.1)
3. Die Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (siehe Abschnitt 4.2.6) sowie
4. deren Frequenz und
5. deren Phase
6. Die Ausgangsfrequenz des Referenz-Synthesizers (siehe Abschnitt 4.2.5) sowie
7. die des Synthesizers für die Strahlphasenregelung (siehe Abschnitt 4.2.4)
8. Die Synchrotronfrequenz (siehe Abschnitt 4.2.7) sowie
9. deren in der Strahlphasen-DSP-Einheit quantisierter Schätzwert (siehe Abschnitt 4.2.9)

In jedem Fall genügt es, die **Zustandsvariablen** des Systems, also die Ausgangssignale aller Integrationsglieder, aufzuzeichnen. Eine Liste aller Integrationsglieder des Modells enthält Anhang B.3.

Diese Größen werden in eine Datei im so genannten *Column-File-Format* geschrieben. Die ersten vier Zeilen der Ausgabedatei erhalten den stets gleichen Dateikopf. In jeder weiteren Zeile wird die aktuelle Simulationszeit in der ersten Spalte und die vorstehend genannten Größen in genau dieser Reihenfolge in neun weiteren Spalten gespeichert.

5 Modellgestützte Analyse

Mit Hilfe des in Kapitel 4.2 vorgestellten Modells wurde das System durch zahlreiche Simulationsexperimente analysiert. Bei der Durchführung der Simulationen, deren Ergebnisse in diesem Kapitel vorgestellt werden, haben auch **Christian Althoff** und **Deniz Çiçek** mitgewirkt.

5.1 Betriebsszenarien

Um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, wurden zwei Betriebsszenarien definiert, die allen in diesem Kapitel vorgestellten Simulationen zu Grunde liegen:

1. Beschleunigung von $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen von $200 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$ auf $1,5 \frac{\text{GeV}}{\text{u}}$
2. Beschleunigung von $^1\text{H}^{1+}$ -Ionen (Protonen) von $4 \frac{\text{GeV}}{\text{u}}$ auf $28,8 \frac{\text{GeV}}{\text{u}}$

Diese zwei Szenarien stellen die Extremfälle hinsichtlich des Ladungs-Massen-Verhältnisses der zu beschleunigenen Teilchen dar. Alle anderen in Frage kommenden Ionenarten liegen dazwischen. Die maximal auftretende Synchrotronfrequenz ist gemäß Gleichung 2.71 proportional zur Wurzel des Ladungs-zu-Massen-Verhältnisses $\frac{q}{m_R}$. Je größer das Ladungs-Massen-Verhältnis, desto stärker werden die Teilchen beschleunigt und desto rascher ändert sich folglich — vor allem zu Beginn der Beschleunigung — die Umlauffrequenz. Je höher die Synchrotronfrequenz und je rascher sich die Umlauffrequenz ändert, desto schneller müssen die in dieser Arbeit betrachteten Regelsysteme reagieren. $^{238}\text{U}^{28+}$ ist das so genannte **Referenz-Ion** für das FAIR-Projekt [Sch+04].

Wenn alle Kavitäten exakt gleiche Parameter hätten, wären auch ihre Kavitätenspannungen phasengleich. Die verteilte Kavitätensynchronisation würde dann nicht benötigt; die errechneten Frequenzkorrekturen wären für alle Kavitäten gleich. Um das Zusammenspiel von Kavitätensynchronisation und Strahlphasenregelung in Simulationen beobachten zu können, wurden den einzelnen Kavitäten daher Parameterabweichungen zugewiesen [Kli07]. Diese Parameterabweichungen wurden einmalig als gleichverteilte Zufallszahlen im Bereich von $\pm 20\%$ um den Nennwert des jeweiligen Parameters erzeugt. Tabelle 5.1 führt die Parameterabweichungen der Regelstrecke und Tabelle 5.2 die der analogen Regelkreise auf. Diese Werte gelten für alle Simulationsexperimente, deren Ergebnisse in diesem Kapitel vorgestellt werden, soweit nichts anderes angegeben ist.

Tabelle 5.1.: Parameterabweichungen der einzelnen Kavitäten im Referenzszenario

Kavität Nr.	Relative Abweichung [%] des / der			
	Widerstands	Kavitäten- Induktivität	Kapazität	Generator- Steilheit
1	+7,26	+3,80	+13,21	−1,55
2	+13,00	−8,42	−5,13	−17,98
3	−10,17	−18,73	+7,72	−17,89
4	−5,71	−16,15	+6,38	+11,99
5	−7,55	+4,06	−15,53	+16,93
6	−3,51	+12,52	+16,94	−3,83
7	+18,21	−8,12	+10,50	+18,09
8	−12,28	+13,73	−11,21	+19,71
9	+16,97	−6,65	−8,24	−14,19
10	+1,46	−1,03	+14,52	+10,41
11	−7,82	+19,28	+6,64	+15,86
12	−4,99	−13,45	−0,68	−12,35
13	+4,33	−4,88	−4,99	+1,76
14	−14,87	−8,12	−4,94	−3,48

Tabelle 5.2.: Parameterabweichungen der einzelnen analogen Regler im Referenzszenario

Kavität Nr.	Amplitudenregelung			Resonanzfrequenzregelung		
	Zeitkonstante [μs]	Verstärkung der Regelung ($\cdot 10^{-4}$)	Vorsteuerung ($\cdot 10^{-5}$)	Zeitkonstante [ms]	Verstärkung im P-Zweig [$\frac{\text{kHz}}{\circ}$]	Verstärkung im I-Zweig [$\frac{\text{MHz}}{\circ \cdot \text{s}}$]
1	555,4	4,671	2,209	1,158	1,377	3,657
2	490,1	5,576	2,059	1,062	1,182	3,340
3	500,0	5,508	1,933	1,118	1,180	3,465
4	558,9	4,814	2,287	1,094	1,134	3,976
5	561,7	5,449	1,899	1,091	1,278	3,988
6	579,6	4,905	2,054	1,094	1,135	3,966
7	503,7	4,992	2,065	1,178	1,219	3,908
8	519,3	4,684	1,997	1,049	1,313	3,423
9	489,7	5,058	1,925	1,069	1,195	3,825
10	571,7	5,251	2,293	1,114	1,362	4,115
11	564,6	5,251	2,111	1,159	1,179	3,832
12	498,5	5,106	2,238	1,183	1,150	3,597
13	508,8	5,059	2,186	1,186	1,293	4,004
14	574,9	4,869	1,926	1,189	1,116	3,626
Nennwerte	487,2	5,678	2,370	1,000	1,384	4,194

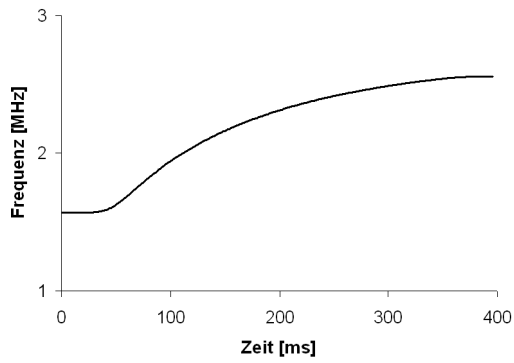
Um Simulationen desselben Szenarios, aber mit unterschiedlichen Parametern besser miteinander vergleichen zu können, wurde — soweit nichts anderes angegeben ist — das **rauschfreie** System simuliert. Auf diese Weise ist die Simulation vollkommen deterministisch.

5.1.1 Eingabedaten

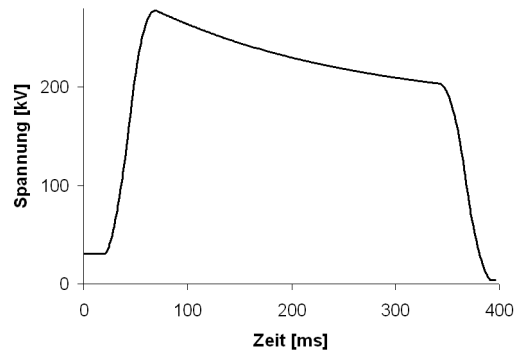
Ein Beschleunigungszyklus im *SIS100* besteht aus einer Abfolge von Vorgängen:

1. Zunächst wird die Amplitude und Phase der Beschleunigungsspannung eingestellt, um den Einschuss der Teilchen vorzubereiten. Zu diesem Zeitpunkt zirkulieren noch keine Teilchen.
2. Bei konstanter Frequenz der HF-Felder werden die im *SIS18* vorbeschleunigten Teilchen in das *SIS100* eingeschossen. Das *SIS18* durchläuft dabei vier Zyklen, in denen jeweils zwei Bunches (bei der Beschleunigung von Protonen nur ein Bunch), insgesamt also acht (bei Protonen nur vier) Bunches beschleunigt werden.
3. Die Teilchen werden bis zur Zielenergie beschleunigt.
4. Die Teilchen werden aus dem Synchrotron dem vorgesehenen Ziel, also einem der nachgeschalteten Speicherringe oder Experimentierplätze, zugeleitet.
5. Das Magnetfeld wird wieder heruntergefahren, um einen erneuten Einschuss von Teilchen zu ermöglichen. Während dieses Vorgangs zirkulieren keine Teilchen mehr.

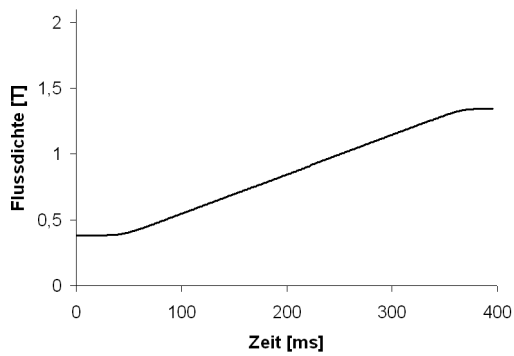
In dieser Arbeit wird nur Schritt 3 der vorstehenden Aufzählung betrachtet, da die anderen Phasen des Beschleunigungszyklus für die hier betrachteten Regelsysteme nicht relevant sind. Dabei wird angenommen, dass zu Beginn der Simulation der Einschuss der Teilchen bereits stattgefunden hat. Anders als in der Realität sind die Regelsysteme zu diesem Zeitpunkt jedoch noch nicht aktiv, damit das Einschwingverhalten der Regelungen in der Simulation beobachtet werden kann. Die Abbildungen 5.1 und 5.2 zeigen die Sollwertverläufe (siehe Kapitel 4.2.10.1) für die Beschleunigung von $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen bzw. Protonen. Der eigentliche Beschleunigungsvorgang beginnt daher erst nach einer angemessenen Zeit (20 ms bzw. 30 ms), nach der Einschwingvorgänge nach dem Einschalten der Regelsysteme abgeklungen sein sollten. Anhang B.2 enthält die konkret verwendeten Eingabewerte.



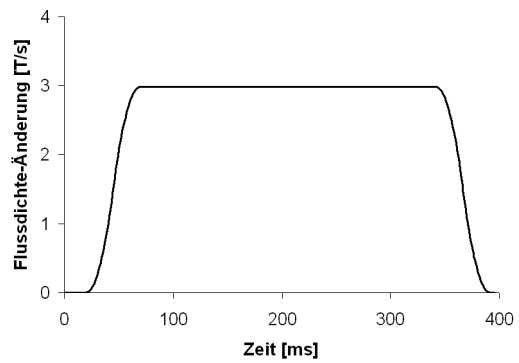
(a) Frequenz der HF-Spannung



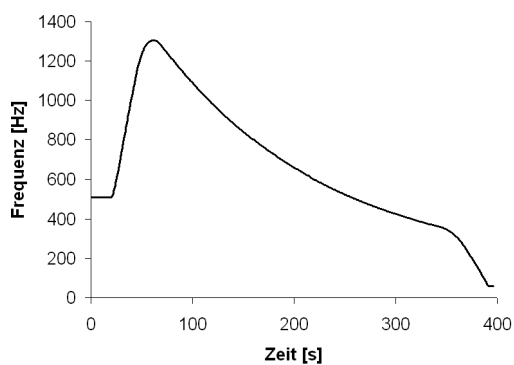
(b) Amplitude der HF-Spannung



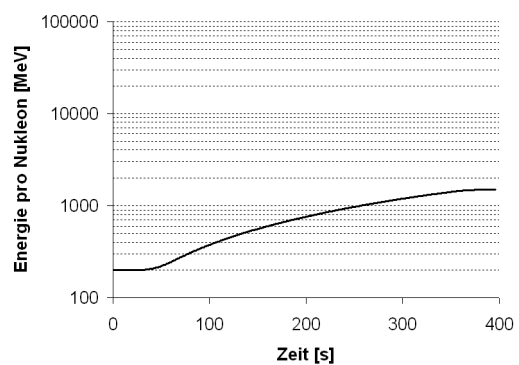
(c) Magnetische Flussdichte



(d) Zeitliche Ableitung der magnetischen Flussdichte

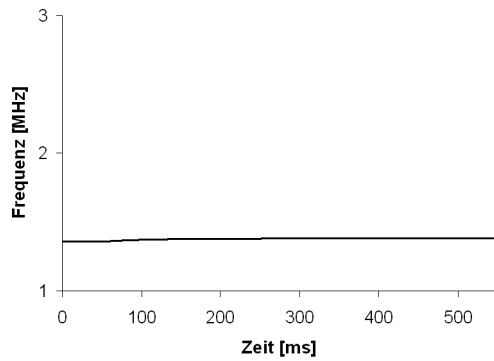


(e) Geschätzte Synchrotronfrequenz

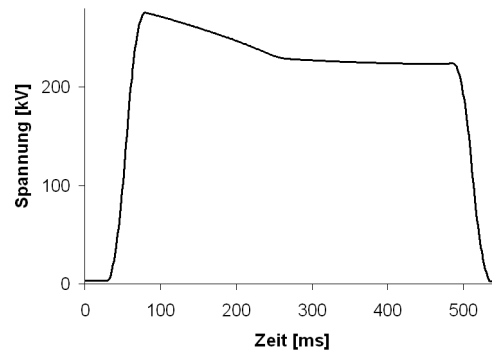


(f) Kinetische Energie pro Nukleon

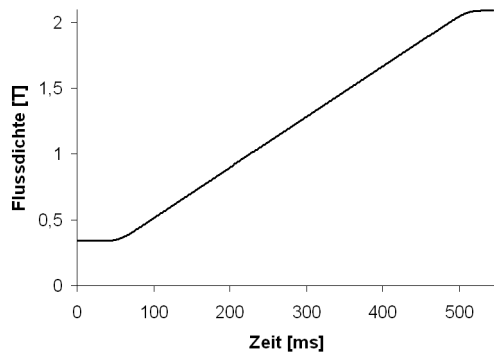
Abbildung 5.1.: Zeitlicher Verlauf der Eingaberampen für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen



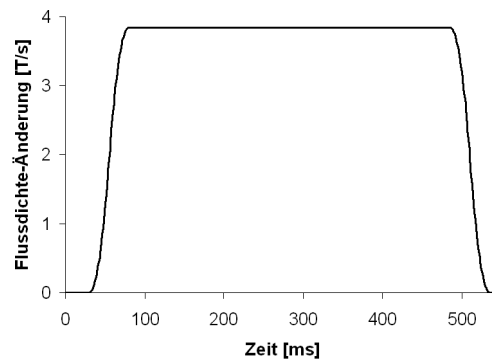
(a) Frequenz der HF-Spannung



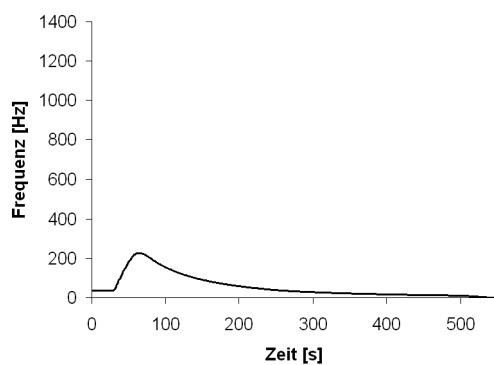
(b) Amplitude der HF-Spannung



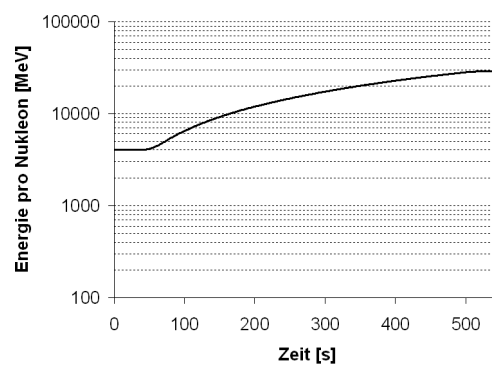
(c) Magnetische Flussdichte



(d) Zeitliche Ableitung der magnetischen Flussdichte



(e) Geschätzte Synchrotronfrequenz



(f) Kinetische Energie pro Nukleon

Abbildung 5.2.: Zeitlicher Verlauf der Eingaberampen für $^1H^{1+}$ -Ionen

5.1.2 Ausgabedaten

Die Simulation des in Kapitel 4.2 beschriebenen, jedoch rauschfreien Modells mit den Eingaberampen aus Abschnitt 5.1.1 ergibt die in den Abbildungen 5.3 bzw. 5.4 dargestellten Verläufe der Ausgangsgrößen (siehe Kapitel 4.2.10.2). Den Kavitäten wurden dabei Parameterabweichungen gemäß Tabelle 5.1 bzw. 5.2 zugewiesen.

In den Abbildungen 5.3a und 5.4a sind zu Beginn der Simulation Strahlphasenschwingungen sehr großer Amplitude zu erkennen. Diese sind darauf zurückzuführen, dass die Kavitätensynchronisation und die Resonanzfrequenzregelung der Kavitäten erst zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet werden. In der Praxis sind diese Regelsysteme natürlich schon vor dem Einschuss der Teilchen aus dem Vorbeschleuniger aktiv. Das gleichzeitige Einschalten aller Regelsysteme zum Zeitpunkt $t = 0$ führt zu starken Regeleingriffen und somit zu den in den Abbildungen 5.3e und 5.4e erkennbaren Ausschlägen der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung. Die Regeleingriffe bewirken auch das rasche Ansteigen der Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung auf den Sollwert (Abbildungen 5.3c und 5.4c) und den damit verbundenen Anstieg der Synchrotronfrequenz (Abbildungen 5.3h und 5.4h). Der quantisierte Schätzwert der Synchrotronfrequenz (Abbildungen 5.3i und 5.4i) ist für $t < 0$ Null, weil die Strahlphasenregelung zu diesem Zeitpunkt noch nicht aktiv ist.

In Abbildung 5.4a sind auch am Ende der Simulation Strahlphasenabweichungen großer Amplitude zu erkennen. Überhaupt fallen die Strahlphasenabweichungen bei der Beschleunigung von Protonen sehr viel größer aus als bei der Beschleunigung von $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Protonen bereits mit 98% der Lichtgeschwindigkeit eingeschossen werden und die Synchrotronfrequenz daher sehr kleine Werte annimmt (siehe Abbildung 5.4h); damit wird zugleich die Verstärkung der Strahlphasenregelung sehr klein (siehe Kapitel 4.2.9). Gegen Ende der Simulation fällt die Synchrotronfrequenz so stark ab, dass die Regelung ganz abgeschaltet wird (siehe Abschnitt 5.4).

5.2 Güte- und Fehlermaße

Um die Ergebnisse verschiedener Simulationsexperimente besser miteinander vergleichen zu können, werden aus denselben **Gütemaße** errechnet, die den komplexen Einfluss der verschiedenen Modellparameter auf je eine Kennzahl abbilden.

Bei der **Modellverifikation** (siehe Abschnitt 5.3) dagegen werden **Fehlermaße** benötigt, um die durch Berücksichtigung oder Nichtberücksichtigung eines Effekts entstehenden Unterschiede in den Simulationsergebnissen auf je eine Kennzahl abzubilden.

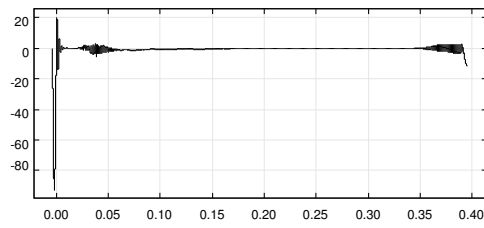
5.2.1 Gütemaße für Kavitätensynchronisation und Strahlphasenregelung

Im Laufe der vorliegenden Arbeit wurden von unterschiedlicher Seite zahlreiche verschiedene Gütemaße für die untersuchten Regelsysteme vorgeschlagen. Es stellte sich jedoch heraus, dass nahezu alle diese Gütemaße miteinander korrelieren, was nicht weiter verwundert, wenn man bedenkt, dass sie alle auf denselben wenigen Ausgangsgrößen der Simulation basieren [SGK12]. Es wurden daher nur die nachfolgend beschriebenen Gütemaße ausgewählt. Diese haben den Vorteil, anschaulich zu sein und eine konkrete physikalische Bedeutung zu haben.

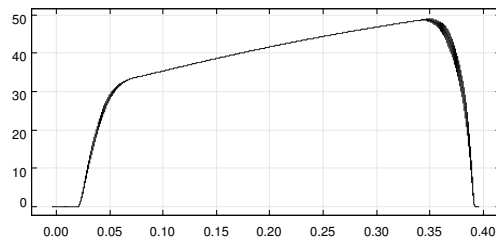
Tabelle 5.3 gibt die Werte an, welche die einzelnen Gütemaße für die in Abschnitt 5.1.2 dargestellten Szenarien annehmen.

Tabelle 5.3.: Werte der verschiedenen Gütemaße in den Referenzszenarien

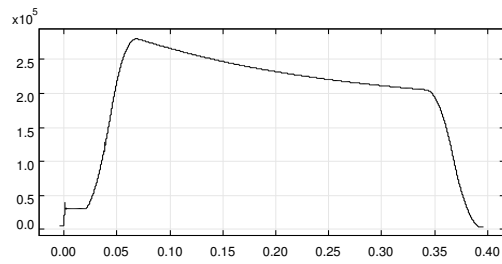
Güte- maß	Wert und Einheit	
	$^{238}\text{U}^{28+}$	$^1\text{H}^{1+}$
Maximale Abweichung der Strahlphase	4,13°	96,97°
Mittlere Abweichung der Strahlphase	0,795°	23,77°
Mittlere Abklingzeitkonstante	1,8 ms	1,0 ms
Maximaler Synchronisationsfehler	1,36°	0,663°
Mittlerer Synchronisationsfehler	0,628°	0,059°



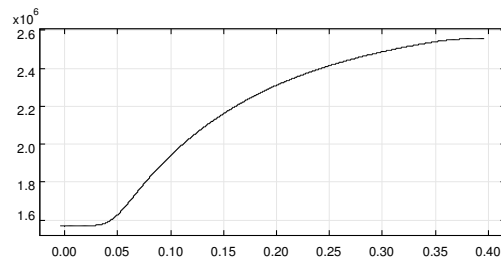
(a) Abweichung von der synchronen Phase [°]



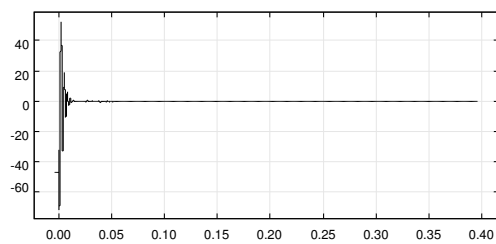
(b) Synchrone Phase [°]



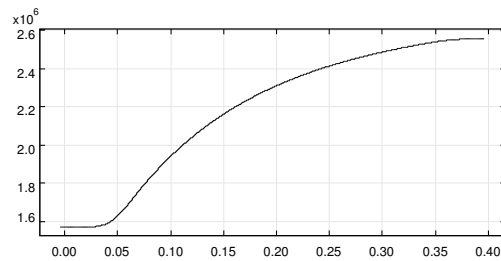
(c) Amplitude der HF-Spannung [V]



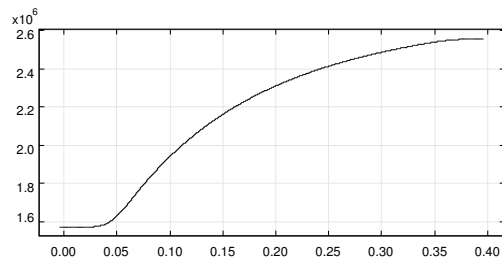
(d) Frequenz der HF-Spannung [Hz]



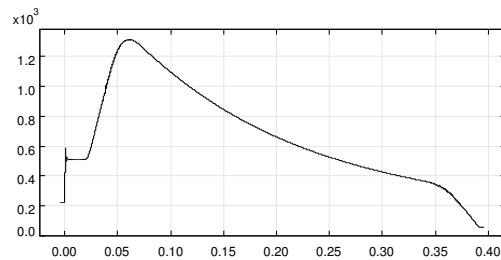
(e) Phase der HF-Spannung [°]



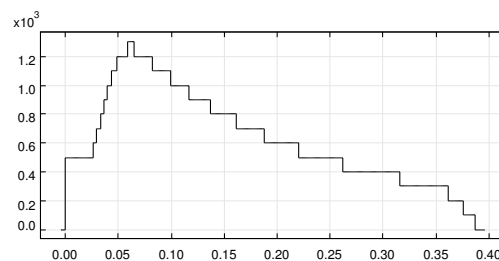
(f) Frequenz des Referenz-Synthesizers [Hz]



(g) Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers [Hz]

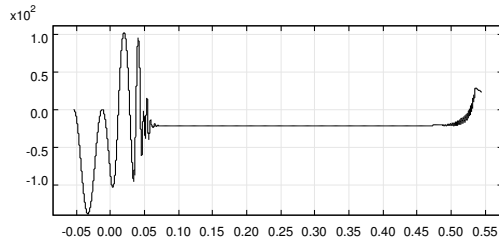


(h) Synchrotronfrequenz [Hz]

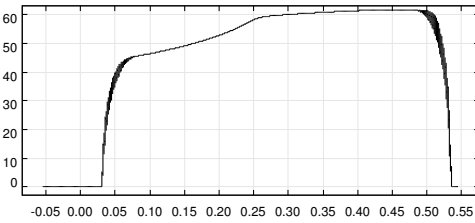


(i) Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz [Hz]

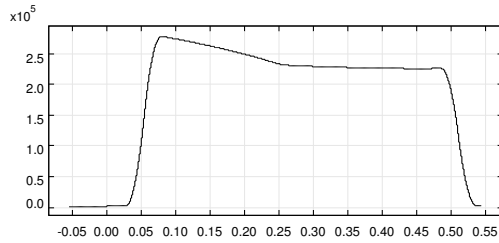
Abbildung 5.3.: Ausgabe der Simulation eines Beschleunigungszyklus für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden)



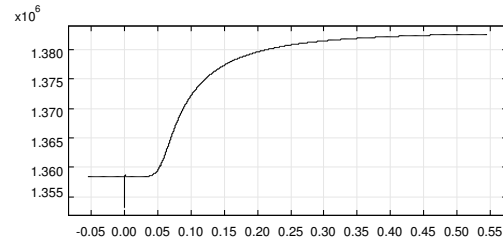
(a) Abweichung von der synchronen Phase [°]



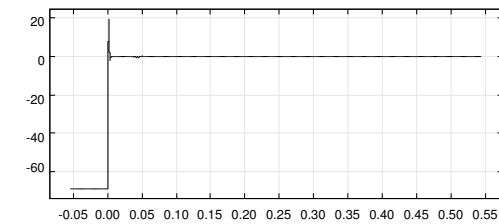
(b) Synchrone Phase [°]



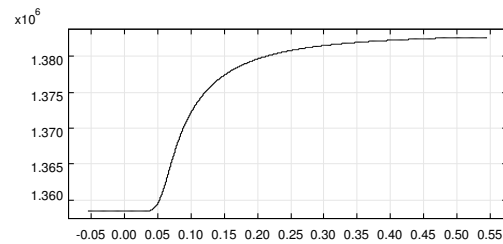
(c) Beschleunigungsspannung [V]



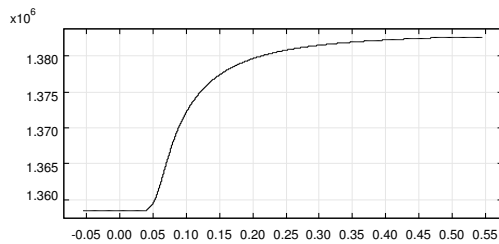
(d) Frequenz des HF-Felds [Hz]



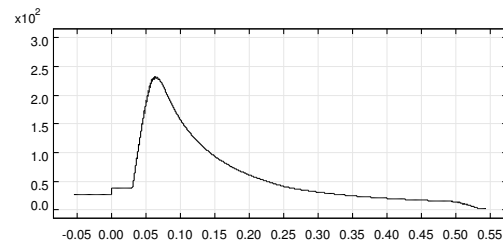
(e) Phase der HF-Beschleunigungsspannung [°]



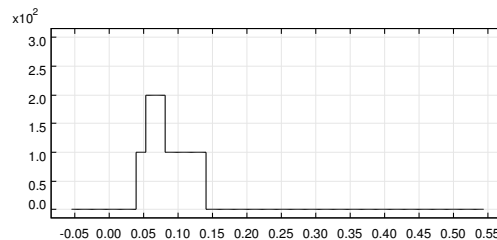
(f) Frequenz des Referenz-Synthesizers [Hz]



(g) Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers [Hz]



(h) Synchrotronfrequenz [Hz]



(i) Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz [Hz]

Abbildung 5.4.: Ausgabe der Simulation eines Beschleunigungszyklus für $^1H^{1+}$ -Ionen im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden)

5.2.1.1 Maximale Abweichung der Strahlphase

Dieses Gütemaß entspricht dem **Betragsmaximum der Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase**. Eine möglichst geringe Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase ist wünschenswert. Je kleiner die Abweichung, desto besser arbeitet die Strahlphasenregelung. Seitens der GSI wird eine maximale Abweichung von unter 5° angestrebt. Dabei ist zu beachten, dass aufgrund des im Ausgangssignal des Strahlstromsensors enthaltenen Rauschens die Strahlphase nur auf etwa 1° genau gemessen werden kann. Die Abweichung $\Delta\varphi(t)$ der Strahlphase von der synchronen Phase ist eine Ausgangsgröße der Simulation, so dass dieses Gütemaß sehr leicht berechnet werden kann:

$$\Delta\varphi_{\max} = \max_{t_1 \leq t \leq t_2} (|\Delta\varphi(t)|) \quad (5.1)$$

Nachteil dieses Gütemaßes ist, dass es den Systemzustand zu nur einem Zeitpunkt widerspiegelt.

Bei der Berechnung der maximalen Abweichung der Strahlphase nach Gleichung 5.1 werden nur die **während des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs** auftretenden Strahlphasenschwingungen berücksichtigt. Die Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase vor dem Einschalten der Strahlphasenregelung zum Zeitpunkt $t = 0$ ist offensichtlich zur Beurteilung der Regelgüte irrelevant. Nach dem Einschalten der Strahlphasenregelung benötigt diese einige Zeit, um die zum Zeitpunkt $t = 0$ bereits im Gange befindlichen Schwingungen auszuregeln. Deshalb werden auch Schwingungen, die für $t > 0$ bei der so genannten *Flat-Bottom*-Energie auftreten, nicht berücksichtigt.

Den zur Berechnung dieses Gütemaßes verwendeten Algorithmus erläutert Anhang C.2.

5.2.1.2 Mittlere Abweichung der Strahlphase

Dieses Gütemaß entspricht dem **Effektivwert der Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase**. Im Gegensatz zu der vorstehend geschilderten maximalen Abweichung erfasst dieses Gütemaß das längerfristige Verhalten des Systems; kurzzeitige Ausschläge der Strahlphase, die rasch gedämpft werden, beeinflussen das Ergebnis nur wenig. Die Abweichung $\Delta\varphi(t)$ der Strahlphase von der synchronen Phase ist eine Ausgangsgröße der Simulation, so dass dieses Gütemaß leicht berechnet werden kann:

$$\Delta\varphi_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \Delta\varphi(\tau)^2 d\tau} \quad (5.2)$$

Bei der Berechnung der mittleren Abweichung der Strahlphase nach Gleichung 5.2 werden aus den vorstehend genannten Gründen nur die **während des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs** auftretenden Strahlphasenschwingungen berücksichtigt.

Den zur Berechnung dieses Gütemaßes verwendeten Algorithmus erläutert Anhang C.2.

5.2.1.3 Mittlere Abklingzeitkonstante

Dieses Gütemaß entspricht dem **Median der Zeitkonstanten**, mit denen die zu verschiedenen Zeitpunkten während der Simulation angeregten Schwingungen abklingen. Möglichst geringe Zeitkonstanten sind wünschenswert; in jedem Fall soll die Zeitkonstante kleiner sein als die der Landau-Dämpfung (siehe Kapitel 2.5.8.2). Anders als die anderen Gütemaße wird nicht nur der Zeitraum des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs zur Bestimmung der Zeitkonstanten herangezogen. Insbesondere der Einschwingvorgang des Systems nach dem Einschalten der Regelungen zum Zeitpunkt $t = 0$ liefert zusätzliche Daten.

Die Eingaberampen (siehe Abschnitt 5.1.1) verlaufen stückweise linear, d. h. ihre zeitlichen Ableitungen sind stückweise konstant. Die Stützstellen der Rampen sind daher potentielle Unstetigkeitsstellen ihrer zeitlichen Ableitungen, wodurch zu diesen Zeitpunkten Strahlphasenschwingungen angeregt werden können. Um die Abklingzeitkonstante zu bestimmen, werden die zwischen zwei Stützstellen auftretenden Extremwerte der Strahlphasenschwingung bestimmt. Diese ergeben ein **potentiell überbestimmtes Gleichungssystem**, mittels dessen die Zeitkonstante berechnet wird (siehe Anhang C.2.3. Dabei kommen jedoch bisweilen sehr große oder sehr kleine Werte heraus. Das hat folgende Gründe:

- Auch zwischen den Stützstellen der Rampe können Strahlphasenschwingungen durch Eingriffe der beteiligten Regelsysteme angeregt werden. Diese Möglichkeit wird bei der Berechnung der Zeitkonstanten aber nicht berücksichtigt.
- Die Strahlphasenschwingung ist nichtlinear (siehe Kapitel 2.5.7.3); bei der Berechnung der Zeitkonstanten wird aber implizit ein lineares Verhalten unterstellt.
- Es treten möglicherweise nachteilige numerische Effekte auf, beispielsweise eine schlechte Konditionierung des Gleichungssystems.

Die Problematik soll nachfolgend an Hand der Auswertung einer Simulation verdeutlicht werden, in welcher die Beschleunigung von $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen simuliert wurde. Das System wurde dabei als rauschfrei angenommen; die Kavitäten hatten die in Tabelle 5.1 angegebenen Parameter und ihre Regelkreise die in Tabelle 5.2 angegebenen. Es ergeben sich zu verschiedenen Anregungszeitpunkten 204 verschiedene Zeitkonstanten. Die kleinste beträgt $935,3\,\mu\text{s}$, die größte $9,8202\,\text{s}$! Die weitaus meisten Zeitkonstanten sind vergleichsweise klein: Von den 204 Zeitkonstanten sind 123 kleiner als $2\,\text{ms}$ und 137 kleiner als $10\,\text{ms}$. Der **Ausreißertest nach Walsh** [Wal59] ergibt, dass die beiden größten Zeitkonstanten ($2,213\,\text{s}$ und $9,8202\,\text{s}$) mit 90%iger Wahrscheinlichkeit als Ausreißer einzustufen sind. Die größte der 202 verbleibenden Zeitkonstanten ist $916,4\,\text{ms}$. Es ist zu erwarten, dass die Abklingzeitkonstanten um so kleiner ausfallen, je größer die Synchrotronfrequenz ist bzw. je größer der Verstärkungsfaktor der Strahlphasenregelung ist, der aus dem Schätzwert der Synchrotronfrequenz errechnet wird. Die Nichtlinearität der Schwingung sollte sich außerdem in einer Abhängigkeit der Abklingzeitkonstante von der Amplitude niederschlagen. Die **Nullhypothese** ist dagegen, dass die Abklingzeitkonstante von diesen Größen jeweils unabhängig ist. Der **Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall** [Ken38; Dod08] zwischen der Synchrotronfrequenz und der Zeitkonstanten beträgt $-0,6348$. Zwischen dem quantisierten Schätzwert der Synchrotronfrequenz und der Zeitkonstanten ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von $-0,5841$ und zwischen der Amplitude und der Zeitkonstanten von $-0,3731$ ¹. Die Nullhypothese muss in allen drei Fällen mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von unter 1% abgelehnt werden, weil der Betrag des Korrelationskoeffizienten jeweils größer als der kritische Wert ($0,1219$ für einen Stichprobenumfang von 202 und das Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0,99$) ist [Dod08]. Wie die Streudiagramme in Abbildung 5.5 zeigen, ist die Streuung dennoch groß. Andererseits wäre zu erwarten, dass das Produkt aus der Abklingzeitkonstanten einerseits und der Synchrotronfrequenz bzw. ihrem Schätzwert (oder dem arithmetischen Mittel des Schätzwerts und des tatsächlichen Werts) näherungsweise konstant ist. Der Wert dieses Produkts schwankt jedoch zwischen Werten nahe 0 und 240.

Um aus diesen streuenden Daten einen einzelnen Kennwert zu erzeugen, wird der **Median**, der gegen Ausreißer unempfindlich ist, verwendet. Die zur Berechnung dieses Gütemaßes verwendeten Algorithmen erläutert Anhang C.2.3.

5.2.1.4 Maximaler Synchronisationsfehler

Dieses Gütemaß entspricht dem **Betragsmaximum der Phasendifferenz** zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers. Eine möglichst geringe Phasendifferenz ist wünschenswert. Je kleiner die Abweichung, desto besser arbeitet die Kavitätensynchronisation. Diese Phasendifferenz kann mit Gleichung 3.11 leicht aus der Frequenz f_{eff} und der Phasenlage φ_{eff} der wirksamen Beschleunigungsspannung und der Frequenz f_{Master} des Ausgangssignals des Strahlphasen-Synthesizers berechnet werden:

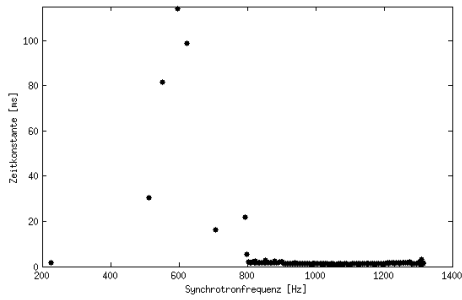
$$\Delta\varphi_{Synchronisation}(t) = \int_{t_0}^t (f_{Master}(\tau) - f_{eff}(\tau)) d\tau + \varphi_{eff}(t) \quad (5.3)$$

Die Phase des Ausgangssignals des Strahlphasen-Synthesizers ist per Definition Null (siehe Kapitel 4.2.4). Für das Betragsmaximum der Phasendifferenz aus Gleichung 5.3 im Zeitraum $[t_1; t_2]$ gilt

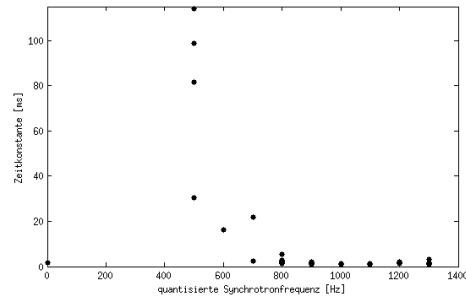
$$\Delta\varphi_{Synchronisation,max} = \max_{t_1 \leq t \leq t_2} (|\Delta\varphi_{Synchronisation}(t)|) \quad (5.4)$$

Nachteil dieses Gütemaßes ist, dass es den Systemzustand zu nur einem Zeitpunkt widerspiegelt.

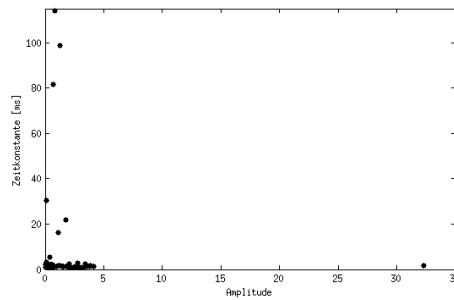
¹ Mit zunehmender Amplitude nimmt die Zeitkonstante also sogar ab!



(a) Zeitkonstante und Synchrotronfrequenz



(b) Zeitkonstante und quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz



(c) Zeitkonstante und Schwingungsamplitude

Abbildung 5.5.: Streudiagramme der Abklingzeitkonstanten longitudinaler Strahlphasenschwingungen gegenüber verschiedenen anderen Größen

Bei der Berechnung der maximalen Abweichung der Phasendifferenz nach Gleichung 5.4 werden nur die **während des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs** auftretenden Abweichungen berücksichtigt. Die Regelabweichung vor dem Einschalten der Kavitätsynchronisation zum Zeitpunkt $t = 0$ ist offensichtlich zur Beurteilung der Regelgüte irrelevant. Nach dem Einschalten der Kavitätsynchronisation benötigt diese einige Zeit, um vollständige Synchronisation zu erreichen. Deshalb werden auch Schwingungen, die für $t > 0$ bei der so genannten *Flat-Bottom*-Energie auftreten, nicht berücksichtigt.

Den zur Berechnung dieses Gütemaßes verwendeten Algorithmus erläutert Anhang C.2.4.

5.2.1.5 Mittlerer Synchronisationsfehler

Dieses Gütemaß entspricht dem **Effektivwert der Phasendifferenz** zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers. Im Gegensatz zu der vorstehend geschilderten maximalen Abweichung erfasst dieses Gütemaß das längerfristige Verhalten des Systems; kurzzeitige Ausschläge, die rasch gedämpft werden, beeinflussen das Ergebnis nur wenig. Für den Effektivwert der Phasendifferenz aus Gleichung 5.3 im Zeitraum $[t_1; t_2]$ gilt

$$\Delta\varphi_{\text{Synchronisation,eff}} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \Delta\varphi_{\text{Synchronisation}}(\tau)^2 d\tau} \quad (5.5)$$

Bei der Berechnung der mittleren Phasendifferenz nach Gleichung 5.5 werden aus den vorstehend genannten Gründen nur die **während des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs** auftretenden Strahlphasenschwingungen berücksichtigt. Den zur Berechnung dieses Gütemaßes verwendeten Algorithmus erläutert Anhang C.2.4.

5.2.2 Fehlermaße für den Vergleich von Simulationen untereinander

Zum sinnvollen Vergleich verschiedener Simulationen, denen unterschiedlich detaillierte Modelle zugrunde liegen (wie in Kapitel 5.3), werden Fehlermaße benötigt. Anhand dieser Fehlermaße kann beurteilt werden, ob ein bestimmter Effekt, der nur in einer der verglichenen Simulationen berücksichtigt wurde, einen nennenswerten Einfluß auf das Verhalten des Gesamtsystems hat.

Der **maximale Fehlerbetrag** (auch als *maximum absolute error* = *MAE* bezeichnet) ist ein anschauliches Maß. Er muss jedoch stets in den Kontext der Größe gesetzt werden, auf die er sich bezieht. Sind zwei zeitliche Verläufe $x_1(t)$ und $x_2(t)$ einer Größe gegeben, so gilt für den Fehler von Simulation 1, bezogen auf Simulation 2

$$e_{12}(t) = x_1(t) - x_2(t) \quad (5.6)$$

und für den maximalen Fehlerbetrag

$$mae_{12} = \max_t |e_{12}(t)|. \quad (5.7)$$

Der **mittlere relative Fehlerbetrag** (auch als *mean absolute percentage error* = *MAPE* bezeichnet), wird häufig verwendet (z. B. [Sam+11; Pon12]). Dieses Fehlermaß ist jedoch problematisch, wenn die Bezugsgröße den Wert 0 annehmen kann, weil der relative Fehler dann unendlich groß wäre, sofern der Fehlerbetrag an dieser Stelle nicht verschwindet. In der vorliegenden Arbeit wird dieses Fehlermaß nicht verwendet.

Der **relative Fehler-Effektivwert** (auch als *relative root-mean-square error* = *RRMSE* bezeichnet) setzt den Effektivwert des Fehlers in Bezug zum Effektivwert der jeweiligen Bezugsgröße. Der Effektivwert des Fehlers aus Gleichung 5.6 im Zeitraum $[t_A; t_E]$ ist

$$e_{eff,12} = \sqrt{\frac{1}{t_E - t_A} \int_{t_A}^{t_E} e_{12}(t)^2 dt} \quad (5.8)$$

und jener der Bezugsgröße $x_2(t)$

$$f_{eff,2} = \sqrt{\frac{1}{t_E - t_A} \int_{t_A}^{t_E} x_2(t)^2 dt} \quad (5.9)$$

Der relative Fehler-Effektivwert ist also

$$rrmse_{12} = \frac{e_{eff,12}}{f_{eff,2}}. \quad (5.10)$$

Die Rauschempfindlichkeit des Systems wird anhand der Standardabweichung der Differenz der relevanten Ausgabegrößen zur Ausgabe eines rauschfreien Systems beurteilt.

Änderungen von Modellparametern, insbesondere von Abtastintervallen, Latenzzeiten usw. können eine Verschiebung der Stützstellen der Simulation bewirken. *Ptolemy II* fügt nämlich zusätzliche Stützstellen ein, um sicherzustellen, dass zum Abtastzeitpunkt eines Signals ein neuer Wert desselben berechnet wird. Zum Vergleich verschiedener Simulationen ist es daher im Allgemeinen erforderlich, die Simulationsergebnisse neu abzutasten. Dazu wird die Schnittmenge T der Stützstellen T_1 und T_2 der beiden Simulationen gebildet und die Ergebnisse beider Simulationen zu jedem Zeitpunkt $t \in T$ abgetastet. Ist t keine Stützstelle der jeweiligen Simulation, dann wird zwischen den beiden benachbarten Stützstellen linear interpoliert. Algorithmus 5.1 beschreibt diese Vorgehensweise.

5.3 Modellverifikation

Bei der Erstellung des in Kapitel 4.2 beschriebenen Modells wurden zahlreiche vereinfachende Annahmen getroffen. Nachfolgend sollen einige dieser Annahmen überprüft werden, indem dieses Modell mit alternativen Modellen, die auf weniger stark vereinfachenden Annahmen beruhen, verglichen wird. Dabei wurde stets die Beschleunigung von $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen simuliert, weil das ein typischer Anwendungsfall für das *SIS100* sein wird (siehe Abschnitt 5.1). Als Referenz dienen jeweils die in Abschnitt 5.1.2 dargestellten Ergebnisse des unveränderten Modells.

Algorithmus 5.1 Neuabtastung von Simulationsergebnissen zum direkten Vergleich zweier Simulationen

Vorbedingung: Sei T_1 die Menge der Stützstellen von Simulation 1 und $x_1(t_1)$ der Stützwert aus Simulation 1 zur Stützstelle $t_1 \in T_1$. Sei T_2 die Menge der Stützstellen von Simulation 2 und $x_2(t_2)$ der Stützwert aus Simulation 2 zur Stützstelle $t_2 \in T_2$.

$T \leftarrow T_1 \cup T_2$

Für alle $t \in T$:

Wenn $t \in T_1$ **dann**

 Verwende die Stützstelle bei t und den zugehörigen Stützwert $x_1(t)$.

sonst

 Interpoliere linear zwischen den beiden benachbarten Stützstellen von x_1 (siehe Algorithmus C.4).

Ende

Wenn $t \in T_2$ **dann**

 Verwende die Stützstelle bei t und den zugehörigen Stützwert $x_2(t)$.

sonst

 Interpoliere linear zwischen den beiden benachbarten Stützstellen von x_2 (siehe Algorithmus C.4).

Ende

Ende

Ergebnis: Sowohl x_1 als auch x_2 sind $\forall t \in T$ definiert.

5.3.1 Simulationsschrittweite

Bei der numerischen Lösung von Anfangswertproblemen hat die Wahl der Simulationsschrittweite Einfluß auf das Ergebnis [Kre06, S. 887]. Im Interesse einer möglichst raschen Simulation wurde in der vorliegenden Arbeit die Schrittweite recht groß gewählt. Ändern sich die Simulationsergebnisse durch Verkleinerung der Simulationsschrittweite nennenswert, wäre das ein Hinweis darauf, dass die Simulationsschrittweite zuvor zu groß gewählt war.

In Tabelle 5.4 sind für alle Ausgabegrößen der Simulation die maximale und die relative mittlere Differenz angegeben, welche sich durch eine Verringerung der Schrittweite auf etwas weniger als die Hälfte ergeben. Die maximale Differenz der errechneten Strahlphase von $0,061^\circ$ liegt weit unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist damit vernachlässigbar. Auch die Differenzen der anderen Größen sind sehr klein. Die Simulationsschrittweite von maximal $1 \mu\text{s}$ ist also vertretbar, zumal alle relevanten Zeitkonstanten im Modell sehr viel größer als $1 \mu\text{s}$ sind.

Tabelle 5.4.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit Schrittweiten von $1 \mu\text{s}$ und 499 ns

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	$0,063^\circ$	$3,13 \cdot 10^{-6}$
Synchrone Phase	$0,00000025^\circ$	$3,23 \cdot 10^{-19}$
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	$80,8 \text{ V}$	$3,75 \cdot 10^{-12}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	$1,5 \text{ Hz}$	$8,71 \cdot 10^{-14}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	$0,054^\circ$	$5,38 \cdot 10^{-7}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	$3,0 \mu\text{Hz}$	$2,54 \cdot 10^{-25}$
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	$0,16 \text{ Hz}$	$8,11 \cdot 10^{-17}$
Synchrotronfrequenz	$0,59 \text{ Hz}$	$1,44 \cdot 10^{-10}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

5.3.2 Zeitdiskretisierung in den Kavitäten-Synthesizern

Wie in Kapitel 4.2.6.1 beschrieben, wird die Frequenzrampe von den lokalen Synthesizern der Kavitäten in Intervallen von je $1 \mu\text{s}$ abgetastet. Diese Abtastung wurde im Modell jedoch vernachlässigt. Zur Untersuchung der Frage, ob diese Vernachlässigung gerechtfertigt ist, wurde im Modell des Kavitäten-Synthesizers (siehe Kapitel 4.2.6.1) ein Abtast-und-Halte-Glied mit einem Abtastintervall von $1 \mu\text{s}$ eingefügt. Anschließend wurde das so veränderte Modell mit einer maximalen Simulationsschrittweite von 499 ns simuliert und mit den Ergebnissen des unveränderten Modells bei gleicher Schrittweite (siehe Abschnitt 5.3.1) verglichen. In Tabelle 5.5 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zwischen beiden Simulationen angegeben.

Tabelle 5.5.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Abtastung der Frequenzrampe in den Kavitäten-Synthesizern

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	0,025°	$3,24 \cdot 10^{-6}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	19,2 V	$1,33 \cdot 10^{-12}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	5,25 Hz	$1,50 \cdot 10^{-13}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	0,010°	$3,79 \cdot 10^{-8}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	0,027 Hz	$6,33 \cdot 10^{-18}$
Synchrotronfrequenz	0,051 Hz	$9,41 \cdot 10^{-13}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

Die maximale Differenz der errechneten Strahlphase von 0,025° liegt weit unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist damit vernachlässigbar. Gleiches gilt für die durch die Abtastung entstehende Abweichung der Frequenz der Beschleunigungsspannung. Auch die Differenzen aller anderen Größen sind klein. Folglich braucht die Abtastung der Frequenzrampe in den Kavitäten-Synthesizern nicht berücksichtigt zu werden. Hingegen ist die Abtastung der Frequenzrampe im Modell des Strahlphasen-Synthesizers (siehe Kapitel 4.2.4) nicht vernachlässigbar: Erstens ist das Abtastintervall dort 10 Mal so groß ($BuTiS-T_0$ -Takt = 10 μ s statt 1 μ s), und zweitens wird der abgetastete Wert per Inter-DDS-Kommunikation übertragen. Eine Vernachlässigung der Abtastung wäre also gleichbedeutend mit einer Vernachlässigung der räumlichen Trennung der Versorgungsräume. In der Praxis wird die Frequenzrampe in allen Synthesizern im gleichen Intervall von 1 μ s abgetastet; jedoch erhalten die *Slave*-Strahlphasen-Synthesizer pro T_0 -Takt nur einen neuen Frequenzwert von ihrem *Master*.

5.3.3 Nichtlineare Effekte der analogen Regelstrecken

In dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell wurden zahlreiche Vereinfachungen vorgenommen. Diese sind jeweils an geeigneter Stelle erwähnt. In einigen Fällen liegen schlichtweg nur unzureichende Daten vor, auf deren Basis einzelne Komponenten insbesondere der analogen Regelkreise modelliert werden können. Nachfolgend soll nacheinander auf die bekannten und dokumentierten [Har11; MW08; Kum08; WK09] nichtlinearen Effekte eingegangen werden, welche in dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell nicht berücksichtigt wurden. Zu jedem Effekt sind die Änderungen der Simulationsergebnisse angegeben, die sich durch Berücksichtigung des jeweiligen Effekts im Vergleich zu einer Simulation ohne diesen Effekt ergeben.

5.3.3.1 Signallaufzeiten von und zur Kavität

Da die in Kapitel 4.1 beschriebene LLRF-Ausrüstung sich nicht direkt am Beschleuniger, sondern in den Versorgungsräumen befindet, entstehen durch die Signallaufzeiten von und zu den Kavitäten zusätzliche Totzeiten. Das 1083,6 m lange *SIS100* wird 6 Versorgungsräume aufweisen, d. h. auf jeden Versorgungsraum entfällt im Schnitt ein 180,6 m langer Abschnitt des Synchrotrons. Unter der Annahme, dass sich die Versorgungsräume in der Mitte ihres jeweiligen Abschnitts befinden, sind Leitungslängen bis zu 100 m plausibel. Bei einer Signalausbreitungsgeschwindigkeit von $2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ in der Leitung ergibt sich eine Totzeit von 500 ns jeweils für Hin- und Rückleitung. In dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell wurden diese Signallaufzeiten jedoch vernachlässigt. Zur Untersuchung der Frage, ob diese Vernachlässigung gerechtfertigt ist, wurde eine Totzeit von jeweils 1 μ s in die Amplituden- und Eigenfrequenzregelung eingefügt und das so veränderte Modell simuliert. Bei der digitalen Kavitätensynchronisation und Strahlphasenregelung sind diese Laufzeiten bereits in einer pauschalen Totzeit enthalten (siehe Kapitel 4.2.9 und 4.2.6.7), die auch die für die Berechnung und Übertragung der Stellgröße erforderliche Zeit einschließt. Das so veränderte Modell wurde simuliert; die Laufzeit der Simulation verlängerte sich durch diese Änderungen um etwa 2%. In Tabelle 5.6 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu einer Simulation angegeben, welche diese Totzeiten nicht berücksichtigt. Die maximale Differenz der errechneten Strahlphase von 0,13° liegt noch unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist damit vernachlässigbar.

Tabelle 5.6.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Signallaufzeiten von und zu den Kavitäten

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	0,13°	$3,01 \cdot 10^{-6}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	971,0 V	$3,90 \cdot 10^{-10}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	1,0 Hz	$2,78 \cdot 10^{-16}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	0,91°	$1,59 \cdot 10^{-6}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	0,23 Hz	$3,37 \cdot 10^{-17}$
Synchrotronfrequenz	7,2 Hz	$1,76 \cdot 10^{-9}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

Abbildung 5.6 zeigt die durch die Berücksichtigung der Signallaufzeiten entstehende Differenz der Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung. Diese Differenz ist nicht vernachlässigbar; wie jedoch Tabelle 5.6 zeigt, ergeben sich keine qualitativen Unterschiede im Verlauf der anderen Werte.

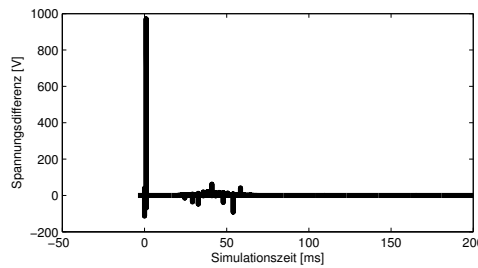


Abbildung 5.6.: Differenz der wirksamen Beschleunigungsspannung zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Signallaufzeiten von und zu den Kavitäten

5.3.3.2 Frequenz- und Spannungsabhängigkeit des Kavitätenwiderstands

In dem in Kapitel 4.2.6.4 beschriebenen Modell sind die Ferritkernkavitäten als Parallelschwingkreis mit einem parallel geschalteten, konstanten Widerstand modelliert. In der Realität lässt sich das Verhalten der Kavität jedoch besser durch einen Parallelschwingkreis mit parallel geschaltetem, frequenz- und spannungsabhängigem Widerstand modellieren [Har11, S. 26ff.]. Die Frequenz- und Spannungsabhängigkeit des Kavitätenwiderstands wird für $500 \text{ V} \leq \hat{u} \leq 10 \text{ kV}$ und $800 \text{ kHz} \leq f \leq 4 \text{ MHz}$ durch folgende Gleichung [Har11, S. 46ff.] beschrieben:

$$\begin{aligned}
 R_{Kav}(\hat{u}, f_{HF}) &= K_{21} \cdot \hat{u}^2 \cdot f_{HF} + K_{20} \cdot \hat{u}^2 + K_{11} \cdot \hat{u} \cdot f_{HF} + K_{10} \cdot \hat{u} + K_{01} \cdot f_{HF} + K_{00}, \\
 K_{21} &= -9,01 \cdot 10^{-12} \frac{\Omega}{\text{V}^2 \cdot \text{Hz}}, \\
 K_{20} &= +3,77 \cdot 10^{-5} \frac{\Omega}{\text{V}^2}, \\
 K_{11} &= +1,75 \cdot 10^{-7} \frac{\Omega}{\text{V} \cdot \text{Hz}}, \\
 K_{10} &= -7,17 \cdot 10^{-1} \frac{\Omega}{\text{V}}, \\
 K_{01} &= -8,89 \cdot 10^{-4} \frac{\Omega}{\text{Hz}}, \\
 K_{00} &= +5,81 \cdot 10^3 \Omega
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Zur Untersuchung der Frage, ob die Annahme eines konstanten Widerstands gerechtfertigt ist, wurde — zusätzlich zu den in Abschnitt 5.3.3.1 beschriebenen Änderungen — Gleichung 5.11 in das in Kapitel 4.2.6.4 beschriebene

Modell eingefügt. Die über dem Spalt der Kavität abfallende Spannung \hat{u} hängt gemäß der Gleichungen 4.31 bis 4.35 vom Widerstand R_{Kav} ab, d. h. es entsteht ein nichtlineares Gleichungssystem:

$$R_{Kav} = f(f_{HF}, R_{Kav}, i_A)$$

Wie in Kapitel 3.2.4.3 erwähnt, ist *Ptolemy II* bei Verwendung eines expliziten Lösungsverfahrens für Differentialgleichungen nicht in der Lage, ein Gleichungssystem dieser Form selbsttätig zu lösen. Für die Spannung \hat{u} wurde deshalb anstelle der tatsächlichen Amplitude der über dem Spalt der Kavität abfallenden Spannung die vom Sollspannungsgeber (siehe Kapitel 4.2.6.2) gelieferte Sollspannung verwendet. Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich durch diese Änderungen um etwa 1%. In Tabelle 5.7 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zwischen beiden Simulationen angegeben. Abbildung 5.7 zeigt die Differenz der Amplitude und Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung sowie der Strahlphase.

Tabelle 5.7.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstantem und frequenzabhängigem Kavitätenwiderstand

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	1,6°	$3,23 \cdot 10^{-4}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	5,2 kV	$2,07 \cdot 10^{-7}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	29,1 Hz	$2,48 \cdot 10^{-14}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	0,83°	$1,65 \cdot 10^{-4}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	1,9 Hz	$2,88 \cdot 10^{-15}$
Synchrotronfrequenz	39,8 Hz	$2,27 \cdot 10^{-7}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

Die in Abbildung 5.7a dargestellte Differenz der Strahlphase zwischen beiden Simulationen ist nicht vernachlässigbar. Jedoch treten große Differenzen nur zu den Zeitpunkten innerhalb der Simulation auf, an denen auch der Betrag der jeweiligen Größe groß ist, so dass die relative Abweichungen weniger bedeutend sind. Wie die Abbildungen 5.8 und 5.9 zeigen, ergeben sich für $t \geq 0$ auch keine qualitativen Unterschiede in den Verläufen dieser beiden Größen. Die Differenzen der restlichen Größen sind vernachlässigbar.

5.3.3.3 Frequenzabhängige Generatorsteilheit: Frequenzabhängigkeit der Steilheit des Treiberverstärkers und der Tetrode

In dem in Kapitel 4.2.6.3 beschriebenen Modell ist die Steilheit der Reihenschaltung aus Modulator, Treiberverstärker und Tetrode konstant. In der Realität ist die Steilheit der Reihenschaltung aus Treiberverstärker und Tetrode jedoch frequenzabhängig; in der Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11, S. 71] sind unter anderem die in Tabelle 5.8 genannten Werte angegeben. Durch diese drei Punkte im für das in dieser Arbeit beschriebene Modell relevanten Frequenzbereich $1,1 \text{ MHz} \leq f_{HF} \leq 2,7 \text{ MHz}$ lässt sich eine Parabel konstruieren:

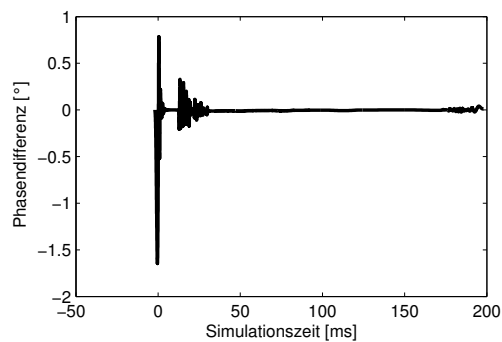
$$G_{\text{Generator}}(f_{HF}) = K_2 \cdot f_{HF}^2 + K_1 \cdot f_{HF} + K_0, \quad (5.12)$$

$$K_2 = +1,1 \cdot 10^{-11} \frac{\text{S}}{\text{Hz}^2},$$

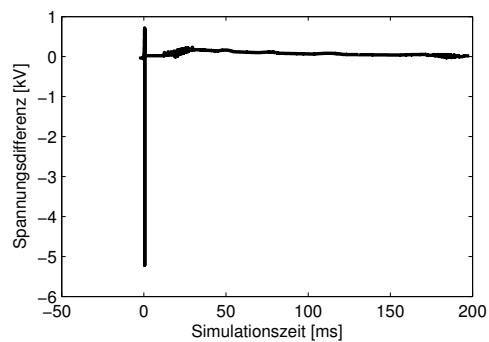
$$K_1 = -5,9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{S}}{\text{Hz}},$$

$$K_0 = +1,05 \cdot 10^{+2} \text{ S}$$

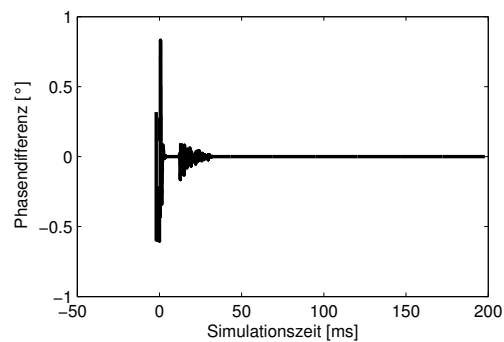
Zur Untersuchung der Frage, ob die Annahme einer konstanten Steilheit gerechtfertigt ist, wurde — zusätzlich zu den in Abschnitt 5.3.3.2 beschriebenen Änderungen — Gleichung 5.12 in das in Kapitel 4.2.6.3 beschriebene Modell eingefügt. Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich dadurch um etwa 4%. In Tabelle 5.9 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zwischen beiden Simulationen angegeben. Abbildung 5.10 zeigt die Differenz der Strahlphase, der Amplitude und Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung und der Synchrotronfrequenz.



(a) Strahlphase (in Grad)

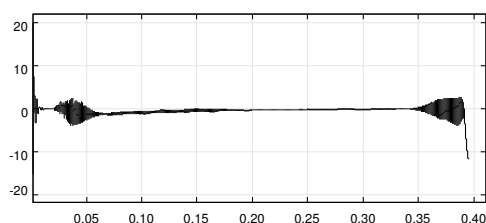


(b) Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Kilovolt)

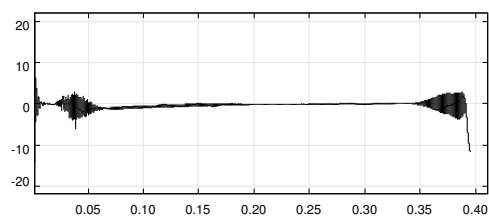


(c) Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad)

Abbildung 5.7.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenz- und spannungsabhängigem Kavitätenwiderstand

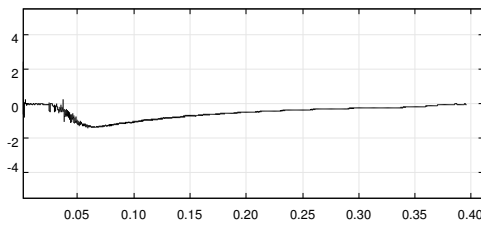


(a) Mit Signallaufzeiten und variablem Kavitätenwiderstand

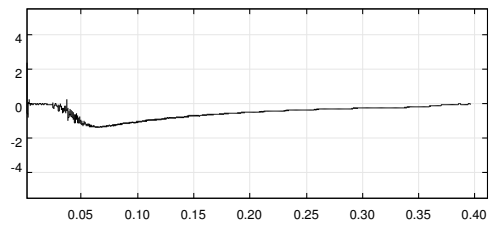


(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.8.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

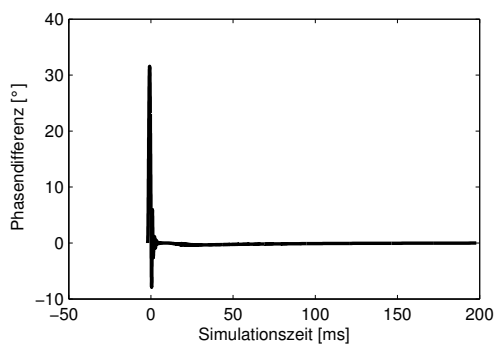


(a) Mit Signallaufzeiten und variablem Kavitä-
tenwiderstand

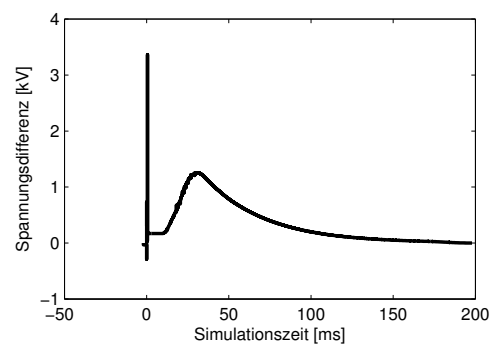


(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

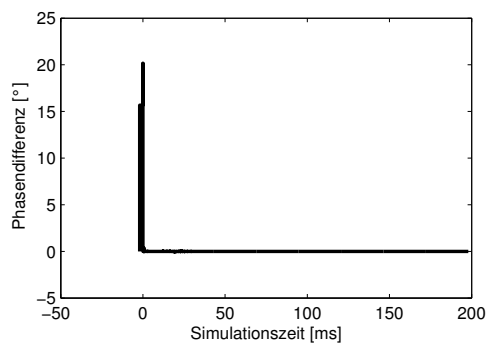
Abbildung 5.9.: Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen



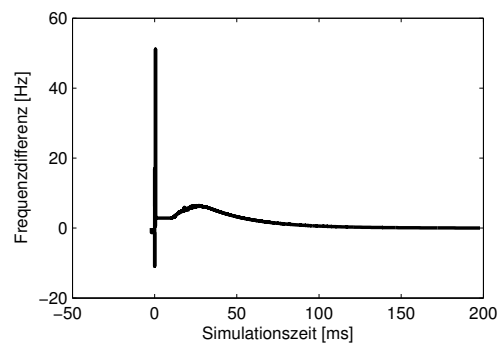
(a) Strahlphase (in Grad)



(b) Amplitude der wirksamen Beschleuni-
gungsspannung (in Kilovolt)



(c) Phase der wirksamen Beschleunigungs-
spannung (in Grad)



(d) Synchrotronfrequenz (in Hertz)

Abbildung 5.10.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenzabhängiger Generatorsteilheit

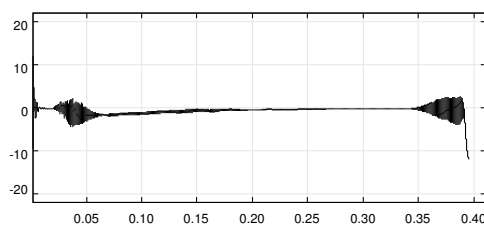
Tabelle 5.8.: Generatorsteilheit [Har11]

Frequenz [MHz]	Steilheit [S]
1	57
2	31
3	27

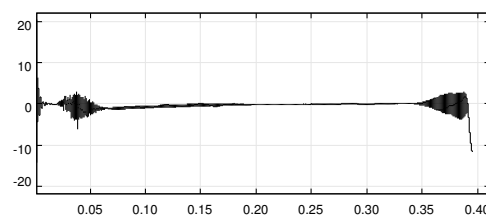
Tabelle 5.9.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstanter bzw. frequenzabhängiger Generatorsteilheit

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	31,6°	$1,13 \cdot 10^{-1}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	6,7 kV	$2,13 \cdot 10^{-5}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	19,1 Hz	$1,96 \cdot 10^{-13}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	20,2°	$7,84 \cdot 10^{-2}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	20,6 Hz	$1,95 \cdot 10^{-13}$
Synchrotronfrequenz	51,1 Hz	$1,16 \cdot 10^{-5}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

Wie Abbildung 5.10a zeigt, treten große Differenzen der Strahlphase vor allem für $t < 0$ auf, wenn die Amplitudenregelung noch nicht aktiv ist, und klingen dann rasch ab. Die in Abbildung 5.10c gezeigte Differenz der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannungen verschwindet nach Einschalten der Amplitudenregelung zum Zeitpunkt $t = 0$ praktisch. Die variable Steilheit bewirkt deutliche Abweichungen der Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (Abbildung 5.10b), was sich auch auf die Synchrotronfrequenz auswirkt (Abbildung 5.10d). Die Differenzen der restlichen Größen sind vernachlässigbar. Wie Abbildung 5.11 zeigt, ergeben sich für $t \geq 0$ keine qualitativen Unterschiede in den Verläufen der Strahlphase. Gleiches gilt für die in Abbildung 5.12 gezeigte Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung vom Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers. Bei genauer Betrachtung zeigt sich eine leichte Verschiebung der Strahlphase zu kleineren Werten hin. Der Grund dafür ist, dass die frequenzabhängige Generatorsteilheit größer ist als die sonst angenommene konstante Steilheit. Das führt zu einer systematischen Abweichung der Amplitude der Beschleunigungsspannung zu größeren Werten hin (siehe Abbildung 5.10), was zu kleineren Werten der Strahlphase führt.



(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand und variabler Generatorsteilheit

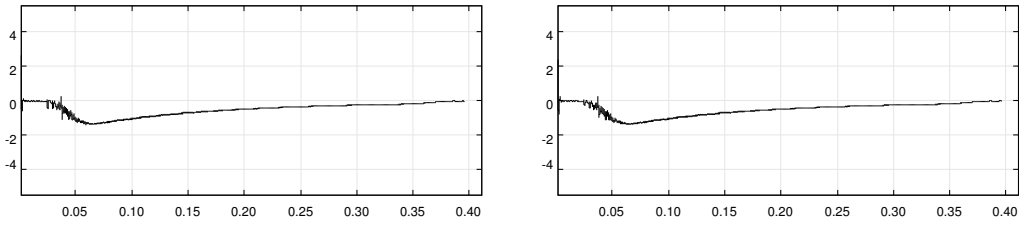


(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.11.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

5.3.3.4 Frequenzabhängige Generatorsteilheit: Frequenzabhängigkeit der Modulatorverstärkung

Zusätzlich zu der in Abschnitt 5.3.3.3 beschriebenen frequenzabhängigen Steilheit von Treiberverstärker und Tetrode zeigt sich eine Abhängigkeit der Verstärkung des Modulators von der Steuerspannung und der Frequenz [MW08]. Abbildung 5.13 (entnommen aus [MW08]) stellt die Kennlinie der Ausgangsamplitude in Abhängig-



(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand und variabler Generatorsteilheit (b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.12.: Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

keit von der Steuerspannung dar. Die Spannungs- und Frequenzabhängigkeit ergibt sich auch aus Tabelle 5.10 (ebenfalls aus [MW08] entnommen).

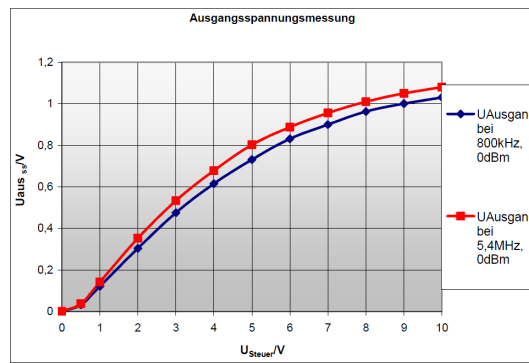


Abbildung 5.13.: Modulatorkennlinie [MW08]

Die Frequenzabhängigkeit ist nur schwach ausgeprägt. Die Kennlinie aus Abbildung 5.13 kann als sigmoidale (S-förmige) Funktion angenähert werden:

$$\hat{u}_A = K_0 \cdot (1 - \exp(-K_1 \cdot u_{Steuer})) \cdot (1 - \exp(-K_2 \cdot u_{Steuer})) \quad (5.13)$$

Die Parameter K_0 , K_1 , K_2 ergeben sich dann als Ergebnis einer numerischen Anpassung:

$$\begin{aligned} K_0 &= 1,215 \text{ V}, \\ K_1 &= 0,2105 \text{ V}^{-1}, \\ K_2 &= 0,7946 \text{ V}^{-1}. \end{aligned}$$

Das Ergebnis stellt Abbildung 5.14 dar. Darin ist die obere (grüne) der beiden gepunkteten Kurven die Kennlinie bei einer Frequenz von 5,4 MHz und die untere (rote) die Kennlinie bei einer Frequenz von 2,7 MHz. Dazwischen ist (blau) das Ergebnis der numerischen Anpassung und darunter die von Uta Hartel in ihrer Diplomarbeit [Har11] verwendete lineare Näherung mit einer Steigung von 0,079 eingezeichnet.

Zur Untersuchung der Frage, ob die Annahme einer konstanten Steilheit gerechtfertigt ist, wurde — zusätzlich zu den in Abschnitt 5.3.3.3 beschriebenen Änderungen — Gleichung 5.13 in das in Kapitel 4.2.6.3 beschriebene Modell eingefügt. Konkret wurde Gleichung 4.28 abgeändert zu

$$\begin{aligned} A_{i_{A,k}}(t) &:= \min \left(\max \left((1 + e_{G,k}) \cdot G_{Generator,k}(f_{HF}) \cdot u_{M,k}(t), i_{min} \right), i_{max} \right), \\ f_{i_{A,k}}(t) &:= f_{DDS,k}, \\ \varphi_{i_{A,k}}(t) &:= \varphi_{DDS,k} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Tabelle 5.10.: Modulatorkennlinie [MW08]

Steuer- spannung [V]	Amplitude der Ausgangsspannung [V]	
	bei 0,8 MHz	bei 5,4 MHz
0	0,001	0,001
0,5	0,033	0,038
1	0,122	0,142
2	0,304	0,353
3	0,475	0,534
4	0,615	0,678
5	0,731	0,803
6	0,831	0,887
7	0,900	0,956
8	0,962	1,01
9	1,00	1,05
10	1,03	1,08

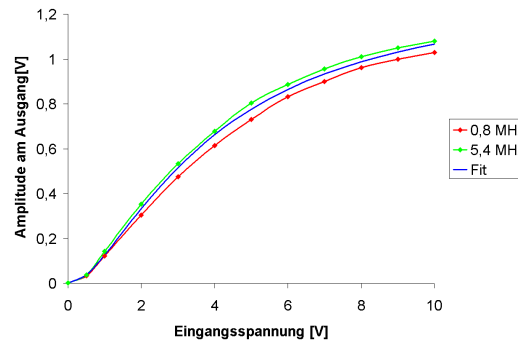


Abbildung 5.14.: Numerischer *Fit* der Modulatorkennlinie

mit $G_{\text{Generator},k}$ gemäß Gleichung 5.12 und der Modulatorspannung

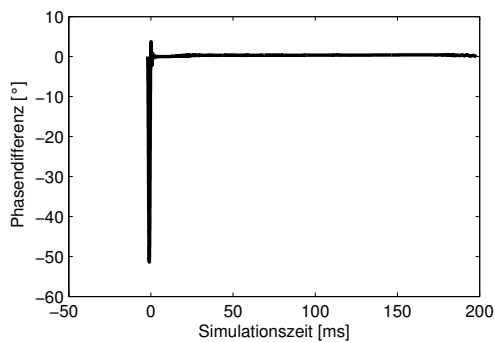
$$u_{M,k}(t) = \frac{K_0}{0,079} \cdot \left(1 - \exp\left(-K_1 \cdot u_{AR,k}\right)\right) \cdot \left(1 - \exp\left(-K_2 \cdot u_{AR,k}(t)\right)\right). \quad (5.15)$$

Der Faktor $\frac{1}{0,079}$ kompensiert dabei die bei der Festlegung der Verstärkung der Amplitudenregelung angenommene konstante Modulatorverstärkung von 0,079 (siehe Anhang B.1.4.5). Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich dadurch um etwa 5%. In Tabelle 5.11 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu einer Simulation mit konstanter Modulatorverstärkung angegeben. Abbildung 5.15 zeigt die Differenz der Strahlphase, der Amplitude und Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung und der Synchrotronfrequenz.

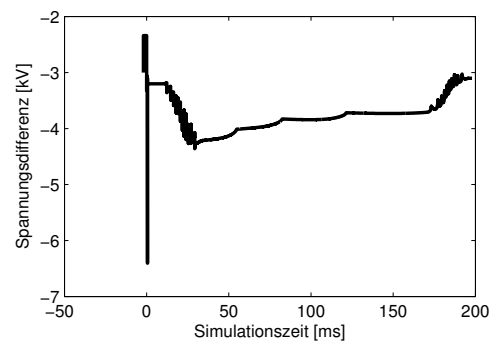
Wie Abbildung 5.15a zeigt, treten große Differenzen der Strahlphase vor allem für $t < 0$ auf, wenn die Amplitudenregelung noch nicht aktiv ist, und klingen dann rasch ab. Die in Abbildung 5.15c gezeigte Differenz der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannungen verschwindet nach Einschalten der Amplitudenregelung zum Zeitpunkt $t = 0$ praktisch. Die variable Steilheit bewirkt deutliche Abweichungen der Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (Abbildung 5.15b), was sich auch auf die Synchrotronfrequenz auswirkt (Abbildung 5.15d). Die Differenzen der restlichen Größen sind vernachlässigbar. Wie Abbildung 5.16 zeigt, ergeben sich für $t \geq 0$ keine qualitativen Unterschiede in den Verläufen der Strahlphase. Gleiches gilt für die in Abbildung 5.17 gezeigte Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung vom Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers.

5.3.3.5 Frequenzabhängige Phasenverschiebung des Generators

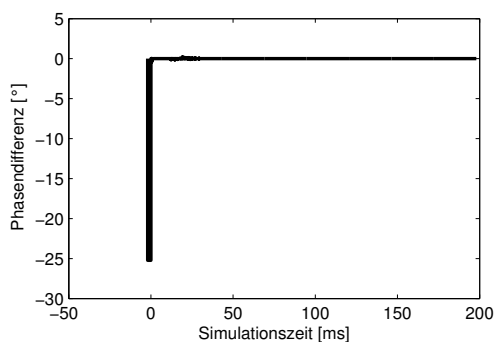
Zusätzlich zu der in den Abschnitten 5.3.3.3 und 5.3.3.4 beschriebenen nichtlinearen Steilheit der Reihenschaltung aus Modulator, Treiberverstärker und Tetrode zeigt sich eine frequenzabhängige Phasenverschiebung des Modulators [MW08]. Die Eigenfrequenzregelung regelt diese Phasenverschiebung nicht aus, weil der Modulator nicht Teil



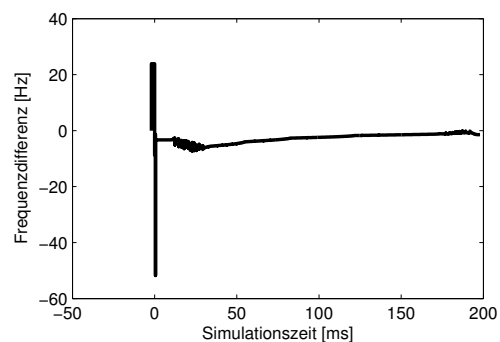
(a) Strahlphase (in Grad)



(b) Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Kilovolt)

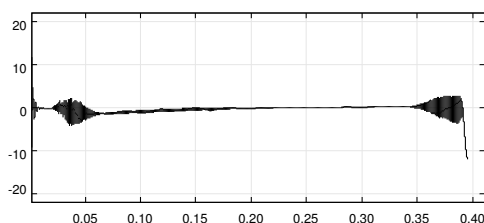


(c) Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad)

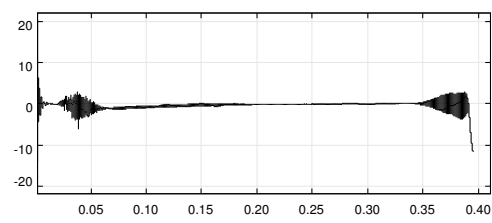


(d) Synchrotronfrequenz (in Hertz)

Abbildung 5.15.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenz- und aussteuerungsabhängiger Generatorsteilheit



(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand und variabler Generatorsteilheit

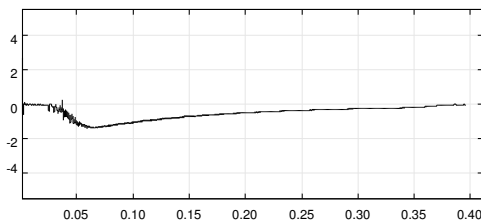


(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

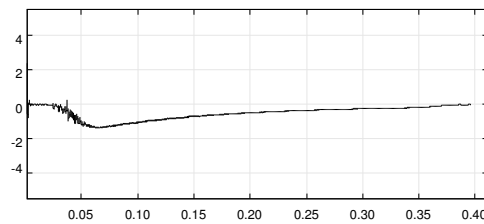
Abbildung 5.16.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

Tabelle 5.11.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstanter bzw. frequenzabhängiger Generatorsteilheit

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	51,4°	$5,35 \cdot 10^{-1}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	6,8 kV	$5,84 \cdot 10^{-5}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	7,4 Hz	$2,70 \cdot 10^{-14}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	25,2°	$3,33 \cdot 10^{-1}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	7,4 Hz	$2,71 \cdot 10^{-14}$
Synchrotronfrequenz	51,8 Hz	$2,82 \cdot 10^{-5}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0



(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand und variabler Generatorsteilheit



(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.17.: Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

ihrer Regelstrecke ist [Har11, S. 69]. Diese Phasenverschiebung ergibt sich aus den in Tabelle 5.12 (aus [MW08] entnommen) genannten Werten für die frequenzabhängige Totzeit des Modulators. Aus den angegebenen Werten ergibt sich eine näherungsweise linear anwachsende Phasenverschiebung, die bei 1,1 MHz etwa 18,7° und bei 2,7 MHz etwa 76,9° beträgt und durch folgende lineare Gleichung beschrieben werden kann:

$$\Delta\varphi_{\text{Modulator}}(f_{\text{HF}}) = K_1 \cdot f_{\text{HF}} + K_0, \quad (5.16)$$

$$K_1 = +3,639 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ}{\text{Hz}},$$

$$K_0 = -2,133 \cdot 10^{+1} ^\circ$$

Abbildung 5.18 zeigt die in Tabelle 5.12 genannten Werte und die in Gleichung 5.16 angegebene numerische Anpassung (durchgezogene Linie).

Tabelle 5.12.: Modulator totzeit [MW08]

Frequenz [MHz]	Totzeit [ns]
0,8	30
2,0	75
4,0	80
5,4	93

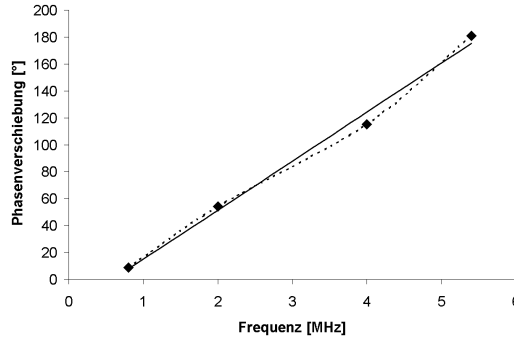


Abbildung 5.18.: Numerischer *Fit* der Modulatorkennlinie

Zur Untersuchung der Frage, ob die Vernachlässigung dieser Phasenverschiebung gerechtfertigt ist, wurde — zusätzlich zu den in Abschnitt 5.3.3.4 beschriebenen Änderungen — Gleichung 5.16 in das in Kapitel 4.2.6.3 beschriebene Modell eingefügt. Konkret wurde Gleichung 4.28 abgeändert zu

$$\begin{aligned} A_{i_{A,k}}(t) &:= \min \left(\max \left((1 + e_{G,k}) \cdot G_{Generator,k}(f_{HF}) \cdot u_{M,k}(t), i_{min} \right), i_{max} \right), \\ f_{i_{A,k}}(t) &:= f_{DDS,k}, \\ \varphi_{i_{A,k}}(t) &:= \varphi_{DDS,k} + \Delta\varphi_{Modulator}(f_{HF}) \end{aligned} \quad (5.17)$$

mit $G_{Generator,k}$ gemäß Gleichung 5.12, $u_{M,k}$ gemäß Gleichung 5.15 und $\Delta\varphi_{Modulator}$ gemäß Gleichung 5.16. Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich dadurch um weniger als 1%. In Tabelle 5.13 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu einer Simulation ohne diese Phasenverschiebung angegeben. Auffällig sind vor allem die sehr großen Abweichungen der Strahlphase und der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung. Abbildung 5.19 zeigt die Differenz dieser beiden Größen im Verlauf der Simulation.

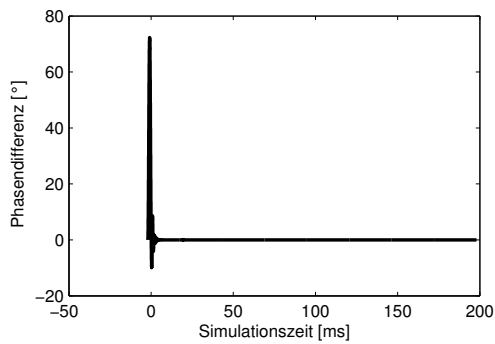
Tabelle 5.13.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit konstanter bzw. frequenzabhängiger Generatorsteilheit und -phase

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	72,3°	$4,08 \cdot 10^{-1}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	416,4V	$9,78 \cdot 10^{-11}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	2,8 kHz	$9,85 \cdot 10^{-11}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	71,7°	$8,53 \cdot 10^{+1}$ (!)
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	43,2 Hz	$2,97 \cdot 10^{-13}$
Synchrotronfrequenz	4,2 Hz	$9,03 \cdot 10^{-10}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

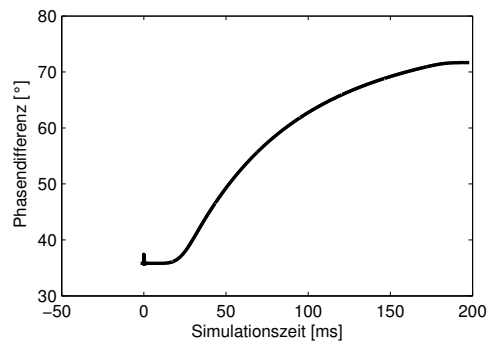
Wie Abbildung 5.19a zeigt, treten große Differenzen der Strahlphase vor allem für $t < 0$ auf, wenn die Amplitudenregelung noch nicht aktiv ist, und klingen dann rasch ab. Die in Abbildung 5.19c gezeigte Differenz der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannungen entspricht nach Einschaltung der Eigenfrequenzregelung zum Zeitpunkt $t = 0$ der durch Gleichung 5.16 gegebenen Phasenverschiebung. Die Differenzen der restlichen Größen sind vernachlässigbar. Wie Abbildung 5.20 zeigt, ergeben sich für $t \geq 0$ keine qualitativen Unterschiede in den Verläufen der Strahlphase. Gleiches gilt für die in Abbildung 5.21 gezeigte Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung vom Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers. Die Phasenverschiebung wird von der Kavitätensynchronisation ausgeglichen.

5.3.3.6 Eigendynamik der Kavitäten: Reaktion einer Kavität auf einen Sprung des Anregungsstroms

Messungen, die im Jahre 2008 von Martin Kumm an der GSI durchgeführt wurden, zeigen, dass die über dem Spalt einer Kavität abfallende Spannung einer Änderung der Steuerspannung des Modulators nur verzögert folgt

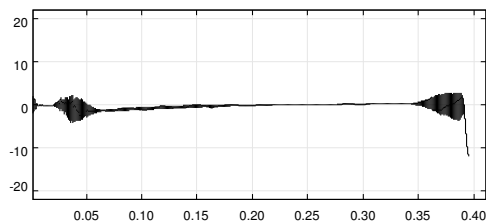


(a) Strahlphase (in Grad)

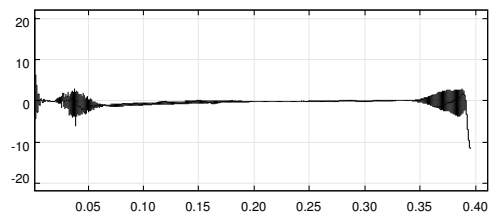


(b) Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad)

Abbildung 5.19.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne frequenzabhängige Phasenverschiebung

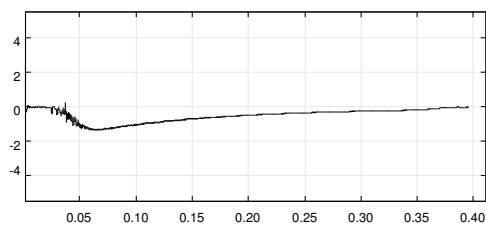


(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand, variabler Generatorsteilheit und Phasenverschiebung

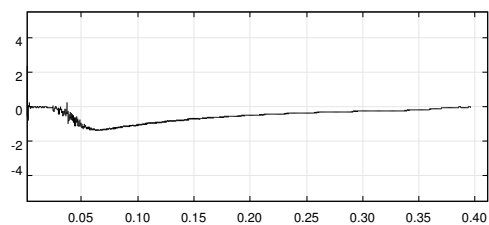


(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.20.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen



(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand, variabler Generatorsteilheit und Phasenverschiebung



(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.21.: Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

[Kum08]. Diese Messungen erfolgten als Vorbereitung für den Entwurf eines digitalen Amplitudenreglers, welcher den bislang verwendeten analogen Regler zukünftig ersetzen könnte. Die Sprungantwort der Regelstrecke, bestehend aus Modulator, Treiberverstärker, Tetrode und der Kavität selbst, lässt sich als PT_2T_T -Glied² modellieren [Kum08]:

$$H(s) = \frac{K_V}{s^2 + K_D \cdot s + K_0} \cdot \exp(-s \cdot T_T) \quad (5.18)$$

Die Parameter K_V , K_D und K_0 sind dabei sowohl von der Resonanzfrequenz als auch von der Frequenz des Anregungsstroms abhängig. Ist die Frequenz des Anregungsstroms gleich der Resonanzfrequenz, ergibt sich daher ein gänzlich anderes Verhalten als bei deutlichen Unterschieden zwischen beiden Frequenzen [Kum08]. Für die resonante Kavität gilt mit der Resonanzfrequenz f_0 : $K_V = 8,4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2$, $K_D = 4,8 \cdot \pi \cdot f_0$, $K_0 = 4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2$ und $T_T = 3,9 \mu\text{s}$ [Kum08]. Die Pole der Übertragungsfunktion H liegen dann bei

$$s_{p1,2} = -\frac{K_D}{2} \pm \sqrt{\frac{K_D^2}{4} - K_0}. \quad (5.19)$$

Ist die Dämpfung $\frac{K_D}{4 \cdot \pi \cdot f_0} > 1$, so sind beide Pole reell. Mit den genannten Werten für K_D und K_0 ist das der Fall, und es gilt

$$\begin{aligned} s_{p1} &\approx -3,372 \cdot f_0, \\ s_{p2} &\approx -11,71 \cdot f_0. \end{aligned}$$

Die Zeitkonstanten des Systems sind gleich den Kehrwerten des Realteils der Polstellen und werden mit zunehmender Frequenz daher kleiner. Für die minimale Resonanzfrequenz der vorgesehenen Kavitäten von 800 kHz ergeben sich die Zeitkonstanten

$$\begin{aligned} T_1 &\approx 370,7 \text{ ns}, \\ T_2 &\approx 106,7 \text{ ns}. \end{aligned}$$

Beide Zeitkonstanten sind deutlich kleiner als die Simulationsschrittweite. Da T_2 deutlich kleiner als T_1 ist, kann das Verhalten durch ein PT_1T_T -Glied³ angenähert werden [SGK09a]. Auch dafür wäre aber eine Simulationsschrittweite erforderlich, die deutlich kleiner als T_1 sein müsste und eine inakzeptable Verlängerung der Simulationslaufzeit zur Folge hätte. Die Vernachlässigung der Zeitverzögerung erscheint daher gerechtfertigt. Nicht vernachlässigbar ist dagegen die Totzeit. Die Dynamik der Kavität bezüglich der Amplitude wurde daher als PT_T -Glied⁴ angenähert; zusätzlich zu den Totzeitgliedern, welche die Signallaufzeiten repräsentieren (siehe Abschnitt 5.3.3.1), wurde ein Totzeitglied in das Kavitätenmodell (siehe Kapitel 4.2.6.4 eingefügt. Die gesamte Totzeit betrug $3,976 \mu\text{s}$, wobei die zusätzliche Totzeit von $0,076 \mu\text{s}$ die Vernachlässigung der Zeitverzögerung ausgleichen sollte [SGK09a]. Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich dadurch um etwa 2%. Das so veränderte Modell wurde simuliert und die sich ergebenden maximalen und die relativen mittleren Differenzen zu einer Simulation, welche die Totzeit der Amplituden-Regelstrecke nicht berücksichtigt, sind in Tabelle 5.14 angegeben. Auffallend sind die großen maximalen Differenzen der Beschleunigungsspannung und der Synchrotronfrequenz. Diese sind dadurch zu erklären, dass — bedingt durch die Totzeit — zu Beginn der Simulation die wirksame Beschleunigungsspannung und damit auch die Synchrotronfrequenz Null sind. Die relativen Abweichungen dieser Größen sind sehr klein und daher vernachlässigbar. Abbildung 5.22 zeigt die Differenz der Strahlphase zwischen beiden Simulationen. Große Differenzen treten nur für $t < 0$ auf und klingen nach dem Einschalten der Amplitudenregelung rasch ab. Selbst die maximale Differenz liegt noch unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist daher vernachlässigbar.

5.3.3.7 Eigendynamik der Kavitäten: Reaktion des geschlossenen Resonanzfrequenz-Regelkreises auf einen Sprung der Sollphase

Messungen, die im Jahre 2009 von Hans-Günter König an der GSI durchgeführt wurden, zeigen, dass die Dynamik des Resonanzfrequenz-Regelkreises einem überschwingfähigen PT_2 -Glied⁵ entspricht. Anders als die in

² Proportionalglied mit Zeitverzögerung 2. Ordnung und Totzeit

³ Proportionalglied mit Zeitverzögerung 1. Ordnung und Totzeit

⁴ Proportionalglied mit Totzeit

⁵ Proportionalglied mit Zeitverzögerung 2. Ordnung

Tabelle 5.14.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Totzeit der Amplituden-Regelstrecke

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	0,14°	$1,28 \cdot 10^{-5}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	5,4 kV	$1,10 \cdot 10^{-8}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	0,036 Hz	$1,37 \cdot 10^{-18}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	9,2°	$5,16 \cdot 10^{-7}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	0,038 Hz	$1,38 \cdot 10^{-18}$
Synchrotronfrequenz	124,8 Hz	$1,21 \cdot 10^{-7}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

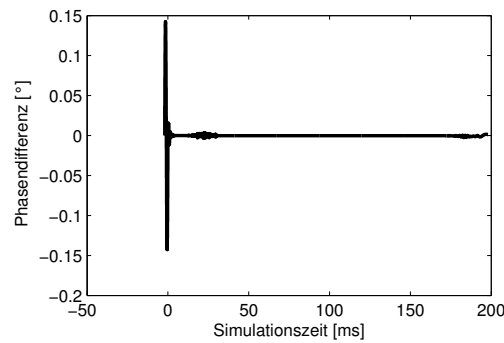


Abbildung 5.22.: Differenz der Strahlphase (in Grad) zwischen zwei ansonsten gleichen Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Totzeit der Amplituden-Regelstrecke

Abschnitt 5.3.3.6 erwähnten Messungen bezogen sich diese Messungen auf den geschlossenen Regelkreis und nicht nur auf die Regelstrecke. Abbildung 5.23 zeigt das Ergebnis der auf Basis der Messungen durchgeführten Modellidentifikation. Danach lässt sich die Eigenfrequenzregelung als Regelkreis mit einem PT_2 -Glieder im Vorwärts- und einem PD -Glieder⁶ im Rückkopplungsweig modellieren.

Die Übertragungsfunktion im Vorwärtszweig ist

$$H_F(s) = \frac{K_{p1}}{1 + T_1 \cdot s} \cdot \frac{K_{p2}}{1 + T_2 \cdot s} \quad (5.20)$$

und jene im Rückkopplungsweig

$$H_B(s) = K_{p3} + T_D \cdot s. \quad (5.21)$$

Der geschlossene Regelkreis hat die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{H_F(s)}{1 + H_F(s) \cdot H_B(s)} \\ &= \frac{K_{p1} \cdot K_{p2}}{1 + K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot K_{p3} + (T_1 + T_2 + K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot T_D) \cdot s + T_1 \cdot T_2 \cdot s^2}. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Für die **Zeitkonstante** T , die **Dämpfung** d und die **Verstärkung** K des geschlossenen Regelkreises gilt

$$T = \sqrt{\frac{T_1 \cdot T_2}{1 + K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot K_{p3}}}, \quad (5.23)$$

$$d = \frac{T_1 + T_2 + K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot T_D}{2 \cdot \sqrt{T_1 \cdot T_2 \cdot (1 + K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot K_{p3})}}, \quad (5.24)$$

$$K = \frac{K_{p1} \cdot K_{p2}}{1 + K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot K_{p3}}. \quad (5.25)$$

⁶ Parallelschaltung aus Proportional- und Differentialglied

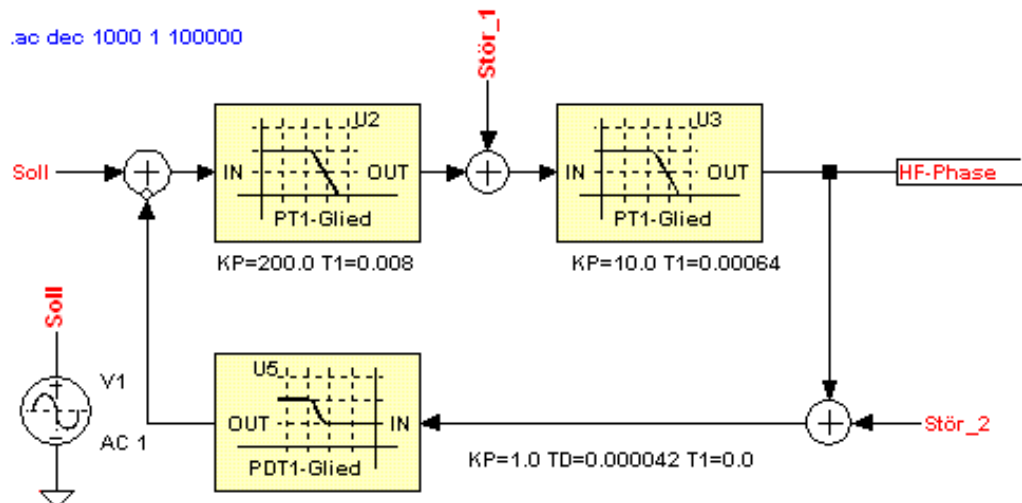


Abbildung 5.23.: Modellübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises der Resonanzfrequenzregelung (Grafik: Hans-Günter König)

Dabei ist $K_{p1} = 200$, $T_1 = 8 \text{ ms}$, $K_{p2} = 10$, $T_2 = 640 \mu\text{s}$, $K_{p3} = 1$, $T_D = 42 \mu\text{s}$ und somit $T = 50,58 \mu\text{s}$, $d = 0,4576$ (das System ist also nur schwach gedämpft) und $K = 0,9995$. Abbildung 5.24 zeigt die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises, die um etwa 20% überschwingt.

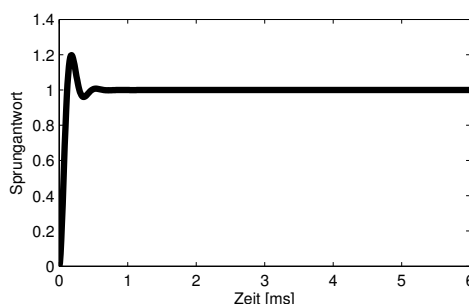


Abbildung 5.24.: Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung gemäß Gleichung 5.22

Abbildung 5.25 zeigt als Vergleich die Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung, wie sie sich in dem in Kapitel 4.2.6 beschriebenen System ergibt. Das Überschwingen fällt mit etwa 29% etwas und die Zeitkonstante, welche etwa $440 \mu\text{s}$ beträgt, deutlich größer aus als in Abbildung 5.24.

Abbildung 5.26 zeigt als Vergleich die Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung, wie sie sich in dem in Kapitel 4.2.6 beschriebenen System ergibt, wenn die hier beschriebenen Nichtlinearitäten alle berücksichtigt werden. Das Überschwingen fällt mit etwa 29% etwas und die Zeitkonstante, welche etwa $410 \mu\text{s}$ beträgt, deutlich größer aus als in Abbildung 5.24. Zu Abbildung 5.25 gibt es dagegen kaum einen Unterschied; offenbar wirken sich die hier beschriebenen Nichtlinearitäten nur wenig auf das Verhalten der Eigenfrequenzregelung aus.

Qualitativ stimmt das Verhalten der Simulation mit der Messung überein: Der geschlossene Resonanzfrequenzregelkreis verhält sich wie ein überschwingfähiges PT_2 -Glied. Das gilt sowohl für das in diesem Kapitel beschriebene Modell als auch für das in dieser Arbeit sonst verwendete einfachere Modell. Die sehr viel größere Zeitkonstante ist möglicherweise auf nichtlineares Verhalten der Transistorplatte zurückzuführen: Bei den im Jahr 2009 durchgeführten Messungen zur Bestimmung der Übertragungsfunktion der Resonanzfrequenzregelung wurde die Sollphase sinusförmig variiert. Der Betrag der Änderung war klein und das System praktisch immer in Resonanz. Dagegen wurde bei den im Jahr 2011 durchgeführten Messungen [Har11] die Sollphase sprunghaft verändert, wobei der Betrag der Änderung vergleichsweise groß war. Die auf diese Weise bestimmte Zeitkonstante der Transistorplat-

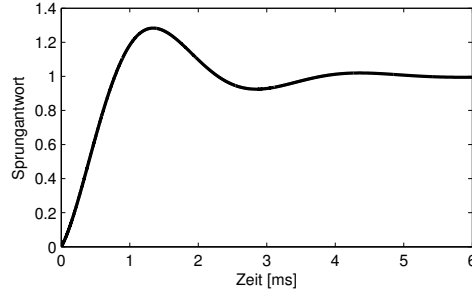


Abbildung 5.25.: Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung in dem in Kapitel 4 beschriebenen Modell

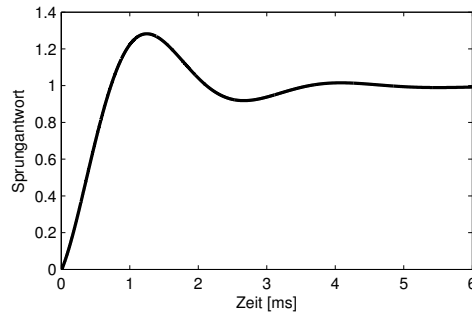


Abbildung 5.26.: Sprungantwort der Resonanzfrequenzregelung in dem in Kapitel 4 beschriebenen Modell unter Berücksichtigung der in Kapitel 5.3.3 beschriebenen Effekte

te von etwa 1 ms [Har11, S. 76] rührt auch von der begrenzten Anstiegsrate des Ausgangsstroms (etwa $40 \frac{A}{ms}$) her; sie fällt bei kleinen Änderungen der Resonanzfrequenz kleiner aus, so dass sich eine schnellere Reaktion des geschlossenen Regelkreises ergibt [Spi+12a].

5.3.3.8 Frequenzabhängige Verstärkung des Vormagnetisierungskreises

Die in Kapitel 4.2.6.5 beschriebene Resonanzfrequenzregelung im Modell wirkt direkt auf die Resonanzfrequenz der Kavität und hat eine konstante Verstärkung. Über eine nichtlineare Kennlinie wird die Resonanzfrequenz dann in die Kavitäteninduktivität umgerechnet. In der Realität wirkt die Resonanzfrequenzregelung auf die Steuerspannung der so genannten Transistorplatte, welche erst den Vormagnetisierungsstrom erzeugt, der die Kavitäteninduktivität beeinflusst. Zwischen Resonanzfrequenz und Kavitäteninduktivität besteht der in den Gleichungen 2.18 und 4.30 beschriebene Zusammenhang.

Die Transistorplatte kann als gesteuerte Stromquelle mit frequenzabhängiger Steilheit $\frac{dI_V}{dU_A} = G_{Transistor}$ modelliert werden; U_A ist dabei die Ausgangsspannung der Regelung und die Steuerspannung der Stromquelle. Für diese Steilheit sind in der Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11, S. 76] unter anderem die in Tabelle 5.15 genannten Werte angegeben. Durch diese drei Punkte in dem für das *SIS100* relevanten Frequenzbereich $1,1 \text{ MHz} \leq f_{HF} \leq 2,7 \text{ MHz}$ lässt sich eine Parabel konstruieren:

$$G_{Transistor}(f_{HF}) = K_{G2} \cdot f_{HF}^2 + K_{G1} \cdot f_{HF} + K_{G0}, \quad (5.26)$$

$$K_{G2} = +5,4 \cdot 10^{-11} \frac{S}{Hz^2},$$

$$K_{G1} = -9,0 \cdot 10^{-5} \frac{S}{Hz},$$

$$K_{G0} = +1,64 \cdot 10^{+2} S$$

Zum Zusammenhang zwischen Vormagnetisierungsstrom, Resonanzfrequenz und Kavitäteninduktivität sind in der Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11, S. 20] unter anderem die in Tabelle 5.16 genannten Werte angegeben.

Tabelle 5.15.: Steilheit der Transistorplatte [Har11]

Frequenz [MHz]	Steilheit [S]
1	128
2	200
3	380

Durch diese drei Punkte im für das in dieser Arbeit beschriebene Modell relevanten Frequenzbereich $1,1 \text{ MHz} \leq f_{HF} \leq 2,7 \text{ MHz}$ lässt sich ebenfalls eine Parabel konstruieren:

$$f_{\text{Resonanz}}(I_V) = K_{f2} \cdot I_V^2 + K_{f1} \cdot I_V + K_{f0}, \quad (5.27)$$

$$K_{f2} = -3,58462 \cdot 10^1 \frac{\text{Hz}}{\text{A}^2},$$

$$K_{f1} = +2,09015385 \cdot 10^4 \frac{\text{Hz}}{\text{A}},$$

$$K_{f0} = +5,973076923 \cdot 10^5 \text{ Hz}$$

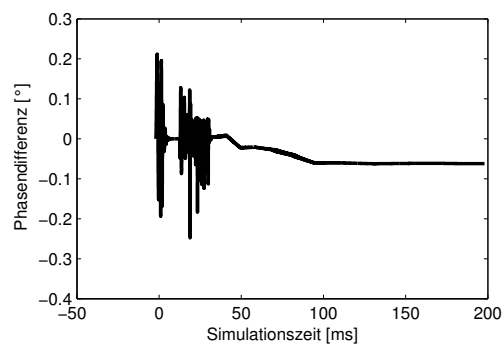
Tabelle 5.16.: Zusammenhang zwischen Vormagnetisierungsstrom, Resonanzfrequenz und Kavitäteninduktivität [Har11]

Vormagnetisierungsstrom [A]	Resonanzfrequenz [MHz]	Kavitäteninduktivität [μH]
20	1,001	33,42
100	2,329	6,31
150	2,926	4,00

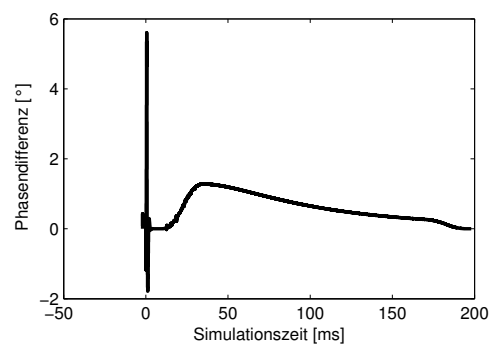
Zur Untersuchung der Frage, ob die Vernachlässigung dieser Nichtlinearitäten gerechtfertigt ist, wurde — zusätzlich zu den in Abschnitt 5.3.3.5 beschriebenen Änderungen — die Gleichungen 5.26 und 5.27 in das in Kapitel 4.2.6.5 beschriebene Modell eingefügt. Konkret wird die von der Resonanzfrequenzregelung ausgegebene Frequenz mit einem Faktor $\frac{1}{130,3 \text{ S} \cdot 19,1 \frac{\text{kHz}}{\text{A}}}$ multipliziert, um die bei der Festlegung der Verstärkung der Resonanzfrequenz angenommene konstante Verstärkung der Regelstrecke (siehe Anhang B.1.4.3) zu kompensieren. Es ergibt sich eine Steuerspannung, von der, um korrekte Werte zu erhalten, noch eine Spannungsdifferenz abgezogen werden muss, deren Wert von der anfänglichen Frequenz des HF-Felds abhängt. Mit der frequenzabhängigen Steilheit gemäß Gleichung 5.26 multipliziert, ergibt sich der Vormagnetisierungsstrom. Aus diesem wird schließlich das Ausgangssignal der Resonanzfrequenzregelung gemäß Gleichung 5.27 berechnet. Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich durch diese Änderungen um etwa 3%. In Tabelle 5.17 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu einer Simulation angegeben, welche die nichtlinearen Kennlinien nicht berücksichtigt. Auffällig ist die recht große Abweichung der Beschleunigungsspannung, die auch Abweichungen der Synchrotronfrequenz zur Folge hat. Abbildung 5.27 zeigt die Differenz der Strahlphase sowie der Amplitude und Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung.

Tabelle 5.17.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungs-Strom- und Strom-Frequenz-Kennlinien der Resonanzfrequenz-Regelstrecke

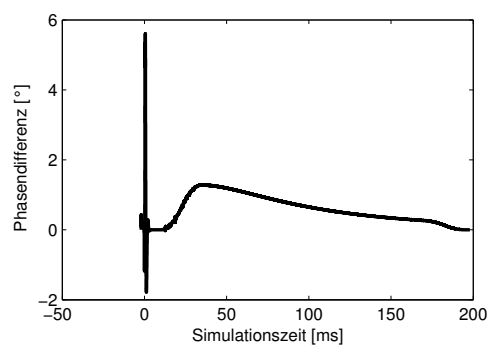
Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	0,25°	$3,45 \cdot 10^{-4}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	10,7 kV	$2,28 \cdot 10^{-7}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	33,0 Hz	$4,12 \cdot 10^{-13}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	5,6°	$1,48 \cdot 10^{-4}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	0,95 Hz	$1,06 \cdot 10^{-15}$
Synchrotronfrequenz	84,6 Hz	$1,13 \cdot 10^{-6}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0



(a) Strahlphase (in Grad)



(b) Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Kilovolt)



(c) Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad)

Abbildung 5.27.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungs-Strom- und Strom-Frequenz-Kennlinien der Resonanzfrequenz-Regelstrecke

Wie die Abbildungen 5.27a und 5.27b zeigen, treten große Differenzen der Amplitude und Phase der Beschleunigungsspannung vor allem für $t < 0$ auf und klingen nach Einschalten der Regelsysteme rasch ab. Abbildung 5.28 zeigt, dass sich für $t \geq 0$ keine qualitativen Unterschiede in den Verläufen der Strahlphase ergeben; Abbildung 5.29 zeigt das für die Phasendifferenz zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers.

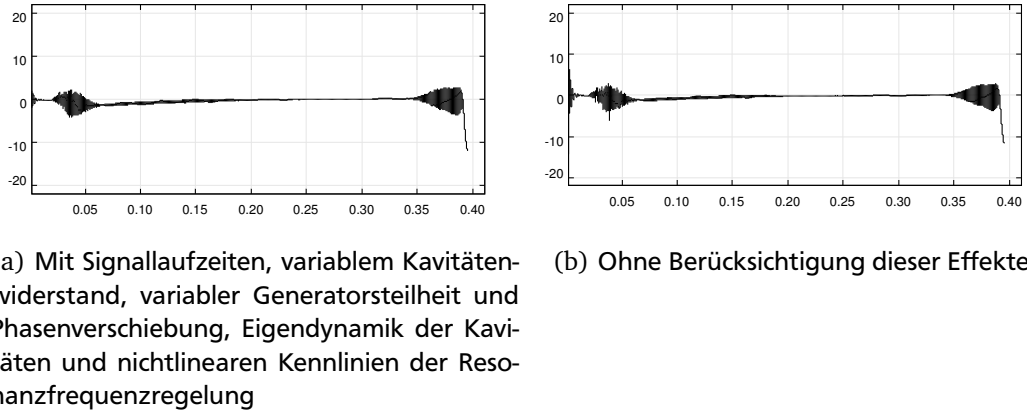


Abbildung 5.28.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

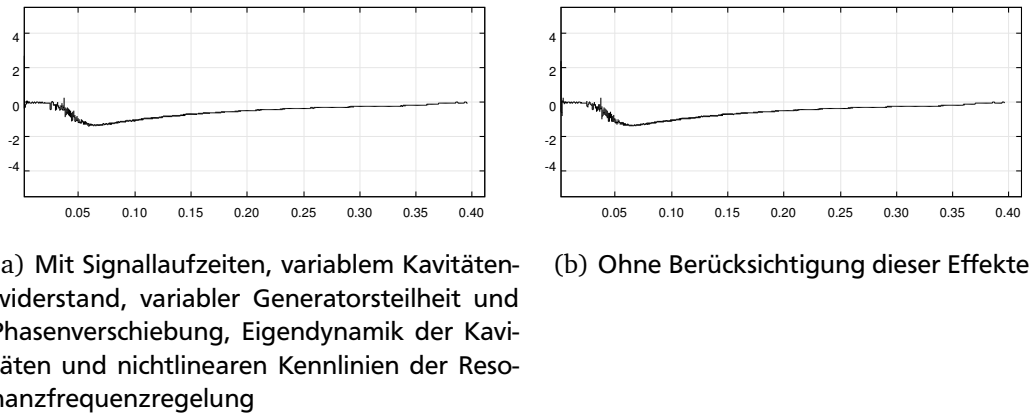


Abbildung 5.29.: Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

5.3.3.9 Frequenzabhängiger Fehler der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung

Das in Kapitel 4.2.6.5 beschriebene Modell der Resonanzfrequenzregelung verfügt über eine ideale Vorsteuerung. In der Realität besitzt die Vorsteuerung jedoch einen frequenzabhängigen Fehler, für den in der Diplomarbeit von Uta Hartel [Har11, S. 74] unter anderem die in Tabelle 5.18 genannten Werte angegeben sind.

Die Umkehrformel zu Gleichung 5.27 lautet

$$I_V(f_{\text{Resonanz}}) = -\frac{K_{f1}}{2 \cdot K_{f2}} - \sqrt{\left(\frac{K_{f1}}{2 \cdot K_{f2}}\right)^2 - \frac{K_{f0} - f_{\text{Resonanz}}}{K_{f2}}} \quad (5.28)$$

mit K_{f0} , K_{f1} , K_{f2} wie in Gleichung 5.27. Mit Gleichung 5.27 und Gleichung 5.28 ergeben sich aus den in Tabelle 5.18 angegebenen Werten jene in Tabelle 5.19.

Tabelle 5.18.: Ausgewählte Werte des relativen Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung [Har11]

Frequenz [MHz]	Fehler
1	−5%
2	−22%
3	−23%

Tabelle 5.19.: Abweichung des Vormagnetisierungsstroms und der Resonanzfrequenz

Soll-Frequenz [MHz]	Soll-Strom [A]	Fehler	Ist-Strom [A]	Ist-Frequenz [MHz]
1	19,95	−5%	18,95	0,981
2	77,38	−22%	60,35	1,728
3	157,49	−23%	121,27	2,605

Durch diese drei Punkte im für das in dieser Arbeit beschriebene Modell relevanten Frequenzbereich $1,1 \text{ MHz} \leq f_{HF} \leq 2,7 \text{ MHz}$ lässt sich eine Parabel konstruieren:

$$f_{VS}(f_{HF}) = K_2 \cdot f_{HF}^2 + K_1 \cdot f_{HF} + K_0, \quad (5.29)$$

$$K_2 = 6,45 \cdot 10^{-8} \text{ Hz}^{-1},$$

$$K_1 = 5,54 \cdot 10^{-1},$$

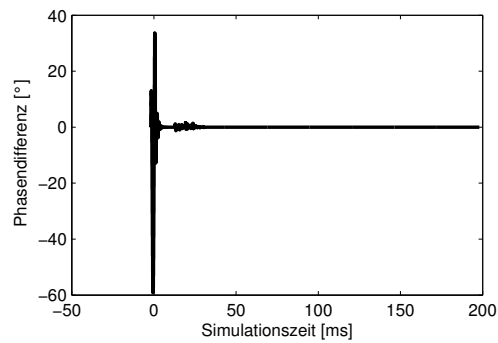
$$K_0 = 3,62 \cdot 10^{+5} \text{ Hz}$$

Zur Untersuchung der Frage, ob die Vernachlässigung dieses Fehlers gerechtfertigt ist, wurde — zusätzlich zu den in Abschnitt 5.3.3.8 beschriebenen Änderungen — Gleichung 5.29 in das in Kapitel 4.2.6.5 beschriebene Modell eingefügt. Die Laufzeit der Simulation verlängerte sich dadurch um weniger als 1%. In Tabelle 5.20 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu einer Simulation angegeben, welche den Fehler nicht berücksichtigt. Auffallend sind die sehr großen Differenzen der Strahlphase, der Amplitude und Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung und — als Konsequenz — der Synchrotronfrequenz. Abbildung 5.30 zeigt diese Differenzen im Verlauf der Simulation.

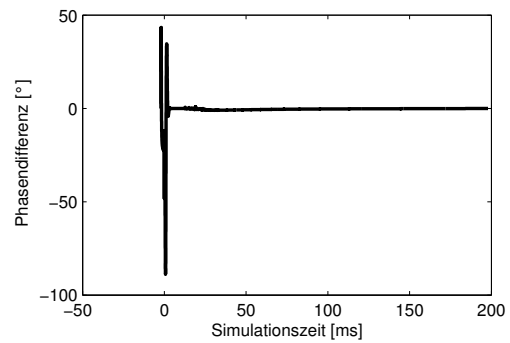
Tabelle 5.20.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung des Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	59,1°	$1,91 \cdot 10^0$ (!)
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	23,6 kV	$1,92 \cdot 10^{-5}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	862,0 Hz	$1,34 \cdot 10^{-10}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	88,7°	$6,84 \cdot 10^{-3}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	77,1 Hz	$2,48 \cdot 10^{-12}$
Synchrotronfrequenz	209,1 Hz	$1,39 \cdot 10^{-4}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

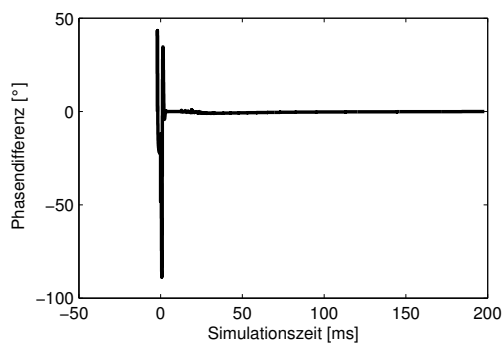
Große Differenzen treten vor allem für $t < 0$ auf. Es sind jedoch auch zu Beginn der Beschleunigung Ausschläge der Strahlphase sowie des Betrags und der Phase der Beschleunigungsspannung erkennbar. Abbildung 5.31 zeigt, dass sich für $t \geq 0$ dennoch keine qualitativen Unterschiede in den Verläufen der Strahlphase ergeben. Für die Phasendifferenz zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Referenzsignal des Strahlphasen-Synthesizers gilt das allerdings nicht; in Abbildung 5.32 treten besagte Ausschläge deutlich zu Tage. Diese Ausschläge sind darauf zurückzuführen, dass zu den jeweiligen Zeitpunkten weitere Kavitäten zugeschaltet werden. Die Resonanzfrequenzregelungen jener Kavitäten werden erst nach dem Zuschalten aktiv, so dass die betreffenden Kavitäten kurzzeitig verstimmt sind, was zu einer Phasenverschiebung der wirksamen Kavitätenspannung führt. In der Praxis dürfte dieser Effekt weniger stark auftreten, weil die Resonanzfrequenzregelung jeder einzelnen Kavität auf die gespeicherte Stellgröße des vorangehenden Zyklus zurückgreifen kann (siehe Kapitel 4.1.4.3 und [WK09]).



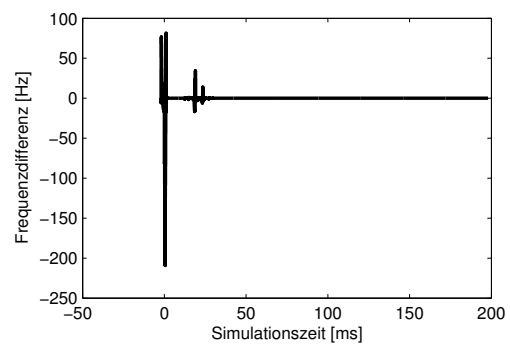
(a) Strahlphase (in Grad)



(b) Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Kilovolt)

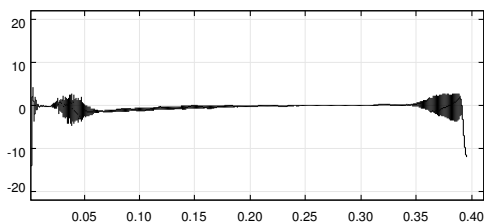


(c) Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad)

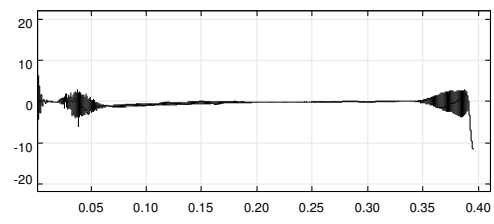


(d) Synchrotronfrequenz (in Hertz)

Abbildung 5.30.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Berücksichtigung des Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung

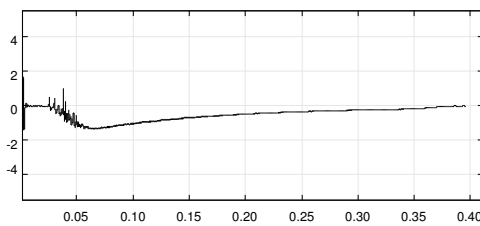


(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand, variabler Generatorsteilheit und Phasenverschiebung, Eigendynamik der Kavitäten und nichtlinearen Kennlinien der Resonanzfrequenzregelung und -vorsteuerung

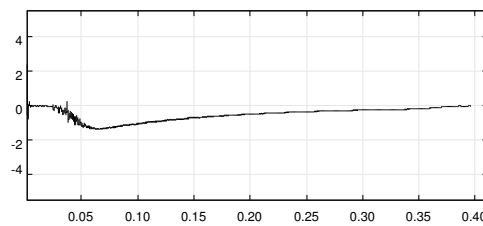


(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.31.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen



(a) Mit Signallaufzeiten, variablem Kavitätenwiderstand, variabler Generatorsteilheit und Phasenverschiebung, Eigendynamik der Kavitäten und nichtlinearen Kennlinien der Resonanzfrequenzregelung und -vorsteuerung



(b) Ohne Berücksichtigung dieser Effekte

Abbildung 5.32.: Phasenabweichung der wirksamen Beschleunigungsspannung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) in zwei unterschiedlichen Simulationen

5.3.3.10 Zusammenfassung und Bewertung

Die Abweichungen in den Simulationsergebnissen, welche sich durch Berücksichtigung der in den Abschnitten 5.3.3.1 bis 5.3.3.9 ergeben, summieren sich nicht einfach; einige der Effekte gleichen sich gegenseitig aus. So führt beispielsweise die in Abschnitt 5.3.3.4 beschriebene nichtlineare Modulatorkennlinie zu einer geringeren Verstärkung der Amplituden-Regelstrecke bei kleinen Amplituden. Das gleicht die in Abschnitt 5.3.3.2 beschriebene nichtlineare Kavitätenimpedanz teilweise aus, die bei kleinen Amplituden zu einer größeren Verstärkung der Amplituden-Regelstrecke führt.

Das in Kapitel 4.2 beschriebene Modell ist für das **ungeregelte System** nur eine schlechte Näherung, weil die zusätzlich untersuchten Effekte den Arbeitspunkt deutlich verschieben. Wie die zugehörigen Abbildungen⁷ zeigen, ist das Modell für das **geregelte System** dennoch eine brauchbare Näherung, weil die Regelsysteme diese Effekte ausgleichen.

Unter den zusätzlich untersuchten Effekten bewirkt die Berücksichtigung des Fehlers der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung (siehe Abschnitt 5.3.3.9) die größte Änderung. Der Einfluss der Vorsteuerung wird in den im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Simulationen jedoch überschätzt, weil die Resonanzfrequenzregelung die einmal eingestellte Stellgröße speichern und im nächsten Zyklus wieder abrufen kann. Ein konstanter Fehler der Vorsteuerung kann außerdem auch als Abweichung der Kavitätenkapazität und -induktivität, welche die Resonanzfrequenz bestimmen, modelliert werden; allerdings wurden diese Abweichungen in dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell als zufällig verteilt betrachtet, während der Fehler der Resonanzfrequenz-Vorsteuerung systematisch und auf alle Kavitäten gleichermaßen wirkt.

Einen qualitativen Unterschied des Systemverhaltens bewirkt auch die Phasenverschiebung des Modulators (siehe Abschnitt 5.3.3.5), da diese von der Resonanzfrequenzregelung nicht erkannt wird und von der Kavitätensynchronisation ausgeglichen werden muss. Diese Phasenverschiebung ändert sich jedoch nur vergleichsweise langsam; bei eingeschalteter Kavitätensynchronisation ergeben sich daher nur vernachlässigbare Abweichungen der relevanten Größen.

Tabelle 5.21 enthält die Werte der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Gütemaße für eine Simulation, in der alle zusätzlich untersuchten Effekte berücksichtigt wurden. Zum Vergleich sind auch die bereits in Tabelle 5.3 enthaltenen Werte angegeben, die sich ohne Berücksichtigung dieser Effekte ergeben. Die Werte der Gütemaße unterscheiden sich nur wenig; während die maximalen Abweichungen etwa 10% größer ausfallen, verringern sich die mittleren Abweichungen sogar. Letzteres ist vermutlich auf eine größere Verstärkung und damit eine kleinere Zeitkonstante der Regelkreise bei Berücksichtigung der zusätzlich untersuchten nichtlinearen Effekte zurückzuführen.

Für nahezu alle zusätzlich untersuchten Effekte gilt, dass nur unzureichende Messwerte vorliegen, um sie quantitativ zu modellieren; in den meisten Fällen liegen gerade einmal zwei bis drei Messwerte vor. Abbildung 5.33 zeigt die numerische Modellierung des Fehlers als Parabel durch die drei mittleren Werte (durchgezogene Linie) sowie die Messwerte aus [Har11]. Die bei der Interpolation nicht berücksichtigten Werte weichen stark von der nu-

⁷ Abbildungen 5.7 (Seite 102), 5.10 (Seite 103), 5.15 (Seite 107), 5.19 (Seite 110), 5.22 (Seite 112), 5.27 (Seite 116) und 5.30 (Seite 119)

Tabelle 5.21.: Werte der verschiedenen Gütemaße bei Berücksichtigung aller in den Abschnitten 5.3.3.1 bis 5.3.3.9 beschriebenen Effekte

Gütemaß	Wert und Einheit	Vergleichswert
Maximale Abweichung der Strahlphase	4,50°	4,13°
Mittlere Abweichung der Strahlphase	0,789°	0,795°
Mittlere Abklingzeitkonstante	1,3 ms	1,3 ms
Maximaler Synchronisationsfehler	1,37°	1,36°
Mittlerer Synchronisationsfehler	0,622°	0,628°

merischen Näherung ab. Die geringe Anzahl vorliegender Messwerte lässt großen Interpretationsspielraum; andere numerische Näherungen wären ebenfalls denkbar und hätten möglicherweise andere Ergebnisse zur Folge. Hinzu kommt, dass die von Uta Hartel im Rahmen ihrer Diplomarbeit [Har11] gemessenen Werte **von nur einer Kavität stammen** und an einer anderen Kavität aufgrund von Bauteiltoleranzen etwas anders ausgefallen wären.

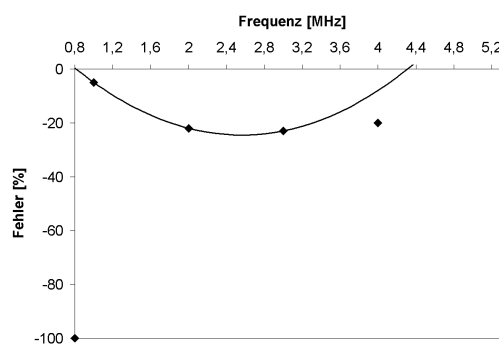


Abbildung 5.33.: Numerischer *Fit* des Fehlers der Vorsteuerung

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass ...

1. ... sich durch die Berücksichtigung aller zusätzlich untersuchten Effekte die für eine Simulation benötigte Rechenzeit um etwa 20% erhöht,
2. ... die geringe Anzahl verfügbarer Messwerte für die meisten Effekte es erschwert, diese sinnvoll zu modellieren und
3. ... die meisten Effekte nur vernachlässigbar geringen Einfluss auf das Verhalten des geregelten Systems haben.

Aus diesen Gründen erscheint es vertretbar, im Interesse eines möglichst einfachen Modells mit möglichst wenigen Parametern und möglichst kurzer Simulationszeit diese Effekte zu vernachlässigen. Die Verwendung des in Kapitel 4.2 vorgestellten Modells für die weiteren Untersuchungen ist also gerechtfertigt.

5.3.4 Schwankungen der Latenzzeit der Signalverarbeitungseinheiten (*Jitter*)

In dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell wird die Rechenzeit, welche die einzelnen Signalverarbeitungseinheiten zur Berechnung der jeweiligen Stellgröße benötigen, als konstant angenommen. Diese Annahme erscheint insofern gerechtfertigt, als

- der größte Teil der Berechnungen sowie die Datenübertragung von digitalen Logikschaltungen übernommen wird, deren Latenzzeit sich sehr genau vorhersagen lässt,
- auf den digitalen Signalprozessoren, welche einige Rechenschritte programmgesteuert durchführen, kein Betriebssystem und keine weiteren Programme aktiv sind, welche durch ihr Verhalten die Ausführungszeit beeinflussen könnten und

- die vorgesehenen Regelalgorithmen keine Abhängigkeit des Rechenwegs von den Eingabedaten vorsehen, also stets die gleichen Operationen in der gleichen Reihenfolge durchgeführt werden.

Dennoch ist es möglich, dass die Zeit, welche bis zur Zustellung des Ergebnisses an das Stellglied (Synthesizer) vergeht, in gewissen Grenzen schwankt. Mögliche Gründe dafür sind schwankende Speicherzugriffszeiten der digitalen Signalprozessoren oder Wartezeiten bei der Datenübertragung, weil über ein gemeinsam genutztes Medium gerade andere Daten übertragen werden. Diese Schwankungen werden als **Jitter** bezeichnet und es stellt sich die Frage nach ihrem Einfluss auf das Systemverhalten.

Es ist davon auszugehen, dass der maximale *Jitter*, also die Differenz zwischen maximaler und minimaler Latenzzeit, nicht größer ist als ein Abtastintervall. Andernfalls könnten sich aufeinanderfolgende Werte gegenseitig „überholen“, was unmöglich ist, wenn alle Datentelegramme den gleichen Weg durch das System nehmen und in Reihenfolge ihres Eintreffens verarbeitet werden. Die größte Auswirkung auf das Gesamtverhalten des Systems ergibt sich, wenn die Latenzzeit für aufeinanderfolgende Werte abwechselnd ihren kleinsten und ihren größten Wert annimmt [Bun+12] und wenn der größte anzunehmende *Jitter* vorliegt. Das zeitliche Integral der Abweichung der jeweiligen Größe von dem Verlauf, den sie ohne Berücksichtigung von *Jitter* hätte, ist dann maximal [Bun+12]. Wenn der maximale *Jitter* gerade einem Abtastintervall entspricht, treffen dann immer zwei Werte unmittelbar aufeinander ein. Bis zum Eintreffen des darauffolgenden Werts vergehen dann zwei Abtastintervalle.

5.3.4.1 Strahlphasenregelung

Zur Untersuchung der Frage, ob die Vernachlässigung von Jitter gerechtfertigt ist, wurde zunächst das in Kapitel 4.2.9 beschriebene Modell der Signalverarbeitungseinheit für die Strahlphasenregelung dergestalt verändert, dass die Latenzzeit nicht konstant $10\mu\text{s}$, sondern für aufeinanderfolgende Werte abwechselnd $10\mu\text{s}$ und $13,22\mu\text{s}$ beträgt. In Tabelle 5.22 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zwischen einer Simulation mit und einer ohne Jitter angegeben. Die maximale Differenz der errechneten Strahlphase von $0,23^\circ$ liegt noch unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist damit vernachlässigbar; die Differenzen der anderen Größen sind sogar noch viel kleiner.

Tabelle 5.22.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Jitter der Strahlphasenregelung

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	$0,23^\circ$	$1,12 \cdot 10^{-3}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	53,3 V	$3,96 \cdot 10^{-13}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	12,4 Hz	$3,42 \cdot 10^{-15}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	$0,042^\circ$	$1,35 \cdot 10^{-9}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	44,0 Hz	$1,13 \cdot 10^{-14}$
Synchrotronfrequenz	0,16 Hz	$4,20 \cdot 10^{-13}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

Schwankungen der Übertragungslatenz der Inter-DDS-Kommunikation sind irrelevant, solange gewährleistet ist, dass die maximale Übertragungslatenz in jedem Fall kleiner ist als eine *BuTiS*- T_0 -Periode ($10\mu\text{s}$). Dann können die Änderungen beim jeweils nächsten T_0 -Takt praktisch gleichzeitig im gesamten System wirksam werden. Die Taktsignale der Analog-zu-Digital-Wandler an den Eingängen der Signalverarbeitungseinheiten werden von Quarzoszillatoren mit sehr geringem Jitter erzeugt [Kli05]. Das Abtastintervall der Inter-DDS-Kommunikation entspricht dem sehr präzisen *BuTiS*- T_0 -Takt. Schwankungen der Abtastintervalle sind daher nicht oder nur in sehr geringem Maße zu erwarten.

Wenn der maximale Jitter gerade einem Abtastintervall entspricht, dann verhält sich das System so, als wäre das Abtastintervall doppelt so groß wie es eigentlich ist. In Abschnitt 5.5.2.3 wird nochmals gezeigt, dass das Gesamtsystem gegenüber einer Vergrößerung des Abtastintervalls der Strahlphasenregelung über einen weiten Bereich hinweg unempfindlich ist.

5.3.4.2 Kavitätensynchronisation

Zur Untersuchung der Frage, ob die Vernachlässigung von Jitter gerechtfertigt ist, wurde zusätzlich das in Kapitel 4.2.6.7 beschriebene Modell der Signalverarbeitungseinheit für die Kavitätensynchronisation dergestalt verändert, dass die Latenzzeit nicht konstant $10\,\mu\text{s}$, sondern für aufeinanderfolgende Werte abwechselnd $10\,\mu\text{s}$ und $13,22\,\mu\text{s}$ beträgt. In Tabelle 5.23 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu der in Abschnitt 5.3.4.1 beschriebenen Simulation angegeben. Die maximale Differenz der errechneten Strahlphase von $0,13^\circ$ liegt noch unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist damit vernachlässigbar; die Differenzen der anderen Größen sind sogar noch viel kleiner.

Tabelle 5.23.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Jitter der Kavitätensynchronisation

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	$0,13^\circ$	$2,18 \cdot 10^{-4}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	714 V	$4,00 \cdot 10^{-10}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	509 Hz	$2,00 \cdot 10^{-12}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	$2,56^\circ$	$1,15 \cdot 10^{-5}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	3,0 Hz	$4,02 \cdot 10^{-15}$
Synchrotronfrequenz	12,0 Hz	$6,50 \cdot 10^{-9}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

Wenn der maximale Jitter gerade einem Abtastintervall entspricht, dann verhält sich das System so, als wäre das Abtastintervall doppelt so groß wie es eigentlich ist. In Abschnitt 5.5.1.2 wird nochmals gezeigt, dass das Gesamtsystem gegenüber einer Vergrößerung des Abtastintervalls der Kavitätensynchronisation über einen weiten Bereich hinweg unempfindlich ist.

5.3.5 Schwankungen der Abtastintervalle der digitalen Regelungen (*Jitter*)

In dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell werden die Abtastintervalle der verschiedenen digitalen Regelungen als konstant angenommen. Diese Annahme erscheint insofern gerechtfertigt, als das Taktsignal der Analog-zu-Digital-Wandler von einem Kristalloszillator hoher Güte erzeugt wird (siehe Abschnitt 4.1.5.1). Schwankungen der Periodendauer desselben Oszillators sind nur in sehr geringem Umfang zu erwarten. Die in der Praxis verwendete Implementierung der Phasendetektoren ist gegenüber Schwankungen der Periodendauer des Taktsignals (und damit des Abtastintervalls) sehr empfindlich [Kli05]. Eine Prüfung der Frage, wie empfindlich das in dieser Arbeit vorgestellte Modell auf derartige Schwankungen reagiert, erübrigt sich daher; wäre das Modell unempfindlich gegenüber diesen Schwankungen, würde es in diesem Aspekt nicht mit der Realität übereinstimmen.

5.3.6 Unterschiede zwischen den Abtastintervallen räumlich verteilter digitaler Regler

Zwar ist die Periodendauer jedes einzelnen Kristalloszillators näherungsweise konstant (siehe Abschnitt 5.3.5), dennoch werden zwei Oszillatoren desselben Typs nie die exakt gleiche Frequenz aufweisen. Die Taktsignale der Analog-zu-Digital-Wandler der Kavitätensynchronisation beispielsweise sind nicht durch ein Zeitverteilungssystem wie *BuTiS* oder *WhiteRabbit* synchronisiert. Die Abtastintervalle der einzelnen lokalen Regler werden sich also zwangsläufig voneinander unterscheiden. Diesen Sonderfall **asynchronen** Verhaltens bezeichnet man als **plesiochron** [JT03], sofern die Unterschiede der Periodendauern klein gegenüber der gesamten Periodendauer ist.

In dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell werden die Abtastintervalle der lokalen Regler als identisch angenommen. Zur Untersuchung der Frage, ob die Vernachlässigung der Plesiochronie gerechtfertigt ist, wurden den lokalen Reglern um jeweils 1 ns voneinander abweichende Abtastintervalle zugewiesen. In Tabelle 5.24 sind für alle Ausgangsgrößen die maximale und die relative mittlere Differenz zu einer Simulation ohne Berücksichtigung dieses Effekts angegeben. Die maximale Differenz der errechneten Strahlphase von $0,095^\circ$ liegt weit unter der Messgenauigkeit in der Praxis und ist damit vernachlässigbar; die Differenzen der anderen Größen sind sogar noch viel kleiner. Dagegen bedingt die Berücksichtigung plesiochronen Verhaltens die Einführung zahlreicher neuer Stütz-

stellen der Simulation und bläht den für die Simulationsergebnisse benötigten Speicherplatz auf fast das Achtfache auf. Die Vernachlässigung der Plesiochronie ist daher gerechtfertigt.

Tabelle 5.24.: Differenz zweier ansonsten gleicher Simulationen mit und ohne Plesiochronie

Größe	Maximale Differenz	Relative Mittlere Differenz
Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase	0,0951°	$1,81 \cdot 10^{-5}$
Synchrone Phase	0	0
Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung	269 V	$8,74 \cdot 10^{-11}$
Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung	2,92 Hz	$2,39 \cdot 10^{-13}$
Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung	2,63°	$1,88 \cdot 10^{-6}$
Frequenz des Referenz-Synthesizers	0	0
Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers	0,366 Hz	$5,89 \cdot 10^{-16}$
Synchrotronfrequenz	4,68 Hz	$1,19 \cdot 10^{-9}$
Quantisierter Schätzwert der Synchrotronfrequenz	0	0

5.3.7 Weitere Rauschquellen

In dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell wurde nur Phasenrauschen der Synthesizer und des Strahlstromsignals berücksichtigt. Es stellt sich daher die Frage nach dem Einfluss anderweitiger Störsignale.

Die digitale Datenverarbeitung und -übertragung wird als ideal rauschfrei angenommen. Zum einen sind alle digitalen Komponenten in den Versorgungsräumen vor ionisierender Strahlung gut geschützt, zum anderen findet die Datenübertragung optisch statt und ist somit wenig empfindlich gegen elektromagnetische Störstrahlung. Die Fehlerrate der digitalen Datenübertragung ist so gering, dass seitens der GSI bewusst auf Fehlerkorrekturverfahren verzichtet wurde. Die Robustheit des Systems gegenüber Übertragungsfehlern wird außerdem nicht gefordert: Ein einzelner fehlerhafter Wert wird vermutlich keine gravierenden Auswirkungen haben, sofern der nach kurzer Zeit folgende nächste Wert korrekt empfangen wird. Darüber hinaus gibt es zum einen neben den in dieser Arbeit beschriebenen Regelsystemen noch weitere Sicherheitssysteme, die so genannten **Machine-Protection**-Systeme, zum anderen handelt es sich um eine Forschungsanlage, bei der gelegentliche Stillstandszeiten keine wirtschaftlichen Auswirkungen haben und daher toleriert werden können. Die *Machine Protection* greift bei nicht mehr tolerablen Störungen ein und kann den Strahl in diesen Fällen gezielt *dumpen*, also in eine eigens dafür vorgesehene „Senke“⁸ leiten, wo die Strahlenergie auf für den Rest der Anlage unschädliche Weise in Wärme umgewandelt wird [FAIR-BTR, S. 377, S. 429, S. 582].

Durch die Analog-zu-Digital-Wandlung wird aber Quantisierungsrauschen in die jeweiligen Größen eingeführt. Die Quantisierung ist jedoch vergleichsweise fein (je nach physikalischer Größe 16 bit oder 32 bit [Kli10a]), so dass dieses Quantisierungsrauschen vernachlässigbar schwach ausfällt⁹. Da insbesondere die Sollfrequenzen der Synthesizer digital übertragen werden und die Synthesizer selbst ebenfalls digital arbeiten, ist nicht anzunehmen, dass die Frequenzen der erzeugten Ausgangssignale nennenswerte Schwankungen aufweisen.

Als möglicherweise rauschbehaftete Größen bleiben damit die Vormagnetisierungsströme der Kavitäten, die Steuerspannungen der Treiberverstärker und die Anregungsströme der Kavitäten übrig. Rauschen des Vormagnetisierungsstroms führt zu Rauschen der Resonanzfrequenz und somit zu Phasenrauschen der Kavitätenspannung. In der vorliegenden Arbeit wird angenommen, dass das durch Rauschen des Vormagnetisierungsstroms hervorgerufene Phasenrauschen der Kavitätenspannung bereits durch eine größere Standardabweichung des Phasenrauschens der Synthesizer qualitativ abgedeckt ist. Rauschen der Steuerspannung eines Treiberverstärkers führt zu Rauschen des erzeugten Anregungsstroms. Die Rauschspannung am Ausgang des Modulators beträgt maximal etwa 4 mV (Spitze zu Spitze) [MW08]; bei einer als konstant angenommenen Steilheit des Verstärkers von 25,89 S führt das zu einem Rauschen des Anregungsstroms um etwa 100 mA (Spitze zu Spitze).

Der Einfluss der verschiedenen Rauschquellen auf die Strahlphase bzw. auf die Regelabweichung der Kavitäten-synchronisation ist in Tabelle 5.25 zusammengefasst. Angegeben ist jeweils die **Stichprobenstandardabweichung** gegenüber einer rauschfreien Simulation. Der Einfluss des Amplitudenrauschens ist um Größenordnungen geringer als der Einfluss der anderen Rauschquellen, so dass die Vernachlässigung des Amplitudenrauschens gerechtfertigt

⁸ engl. *beam dump*

⁹ Beispiel: Die Synthesizer-Ausgangsfrequenz wird durch einen vorzeichenlosen 32 bit-Wert in Schritten von $\frac{400 \text{ MHz}}{2^{32}} = 0,09313 \text{ Hz}$ angegeben [Kli10a]. Die Standardabweichung des Quantisierungsrauschens entspricht damit nur etwa 0,0269 Hz.

tigt erscheint (zumindest bei den angenommenen Stärken der einzelnen Rauschquellen). Unter den betrachteten Rauschquellen hat das Phasenrauschen der lokalen Synthesizer den größten Einfluss. Phasenrauschen des Synthesizers der Strahlphasenregelung und Messrauschen des Strahlstromsensors beeinflussen den Strahl ja nur auf Umwegen über die Kavitätensynchronisation, zudem findet durch die Strahlphasenregelung eine Filterung statt.

Tabelle 5.25.: Auswirkungen verschiedener Rauscharten auf die Gütemaße

Rausch- quelle	Std.-Abw. des Rauschens	Stichproben-Std.-Abw.	
		Strahlphase	Synchronisationsfehler
Master-Synthesizer der Strahlphasenregelung	1°	0,039°	0,068°
Kavitäten-Synthesizer	1°	0,31°	0,19°
Strahlstromsensor	3°	2,1°	0,0020°
Modulator-Treiberverstärker-Tetrode	100 mA	0,000013°	0,0069°

5.4 Machbarkeitsanalyse

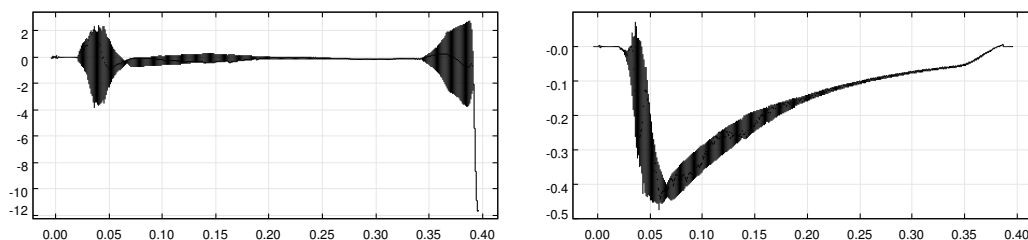
Eines der Hauptziele des Forschungsprojekts, in dessen Rahmen die vorliegende Arbeit entstanden ist, war es, die Realisierbarkeit der geplanten Regelsysteme für das *SIS100* durch Simulationen abzusichern. Aus diesem Grund wurden zunächst die nachfolgend beschriebenen Machbarkeitsanalysen durchgeführt, deren Ergebnisse zum Teil bereits vorweggenommen wurden.

5.4.1 Ideale Bedingungen

Um zunächst die prinzipielle Machbarkeit der vorgesehenen Regelsysteme nachzuweisen, wurde das System unter **idealen Bedingungen** simuliert. „Ideal“ bedeutet dabei:

- Das System ist rauschfrei.
- Alle analogen Komponenten (also die Kavitäten und ihre analogen Regelkreise) haben ideale Parameter.
- Signalverarbeitung und -übertragung geschehen unendlich schnell, d. h. es werden keine Latenzzeiten berücksichtigt.

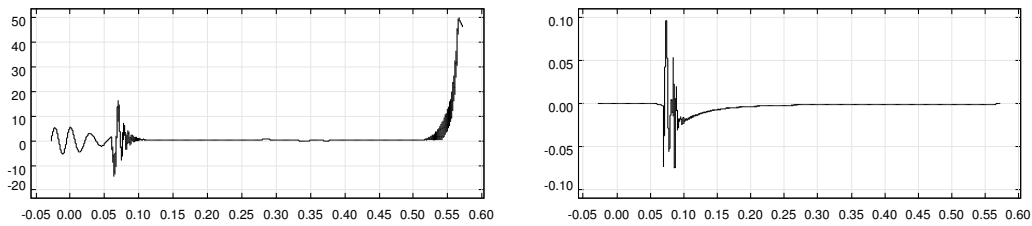
Abbildung 5.34 zeigt die Regelabweichungen, die sich bei der Simulation eines $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus ergeben. Diese sind auf die nicht vernachlässigten Abtastintervalle sowie auf die dynamischen Änderungen der Sollwerte im Verlauf der Beschleunigung zurückzuführen. Abbildung 5.35 zeigt die Regelabweichungen, die sich bei der Simulation eines $^1\text{H}^{1+}$ -Zyklus ergeben.



(a) Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad)

(b) Phasenabweichung zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers (in Grad)

Abbildung 5.34.: Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätensynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus



(a) Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) (b) Phasenabweichung zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers (in Grad)

Abbildung 5.35.: Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätsynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^1\text{H}^{1+}$ -Zyklus bei einer Frequenzintervallgröße von 100 Hz

Die anfänglichen Strahlphasenschwingungen rühren daher, dass die Anfangswerte der Teilchenenergie und der Frequenz des HF-Felds aufgrund von Rundungsfehlern in der Simulation nicht exakt zueinander passen¹⁰.

Gegen Ende der Simulation steigt in beiden Szenarien die Amplitude der Strahlphasenschwingungen stark an. Vor allem bei der Beschleunigung von Protonen ergeben sich sehr große Schwingungsamplituden. Das liegt daran, dass am Ende des Beschleunigungszyklus die wirksame Spannung verringert wird und damit die Synchrotronfrequenz sinkt. Da aber die Energie der Schwingung, die proportional zum Produkt aus Frequenz und Amplitude ist, zunächst erhalten bleibt, führt die Verringerung der Frequenz zu einem Anstieg der Amplitude. Außerdem ist die Verstärkung der Strahlphasenregelung proportional zur Frequenz und wird somit ebenfalls verringert, wodurch die Regelung dem Anstieg nicht in gleicher Geschwindigkeit entgegen wirken kann.

Bei der Simulation des Protonen-Zyklus klingen die anfänglichen Strahlphasenschwingungen nur sehr langsam ab. Grund dafür ist, dass der Schätzwert der Synchrotronfrequenz in der Signalverarbeitungseinheit auf das nächstkleinere Vielfache der Frequenzintervallgröße abgerundet wird. Die Frequenzintervallgröße beträgt in der Simulation 100 Hz, wodurch die Regelung inaktiv bleibt, bis die Synchrotronfrequenz über diesen Wert gestiegen ist. Sinkt die Synchrotronfrequenz unter diesen Wert, wird die Regelung wieder abgeschaltet, was auch die sehr großen Schwingungsamplituden gegen Ende der Simulation erklärt. Abbildung 5.36 veranschaulicht diesen Sachverhalt.

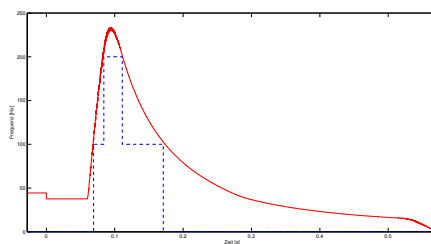


Abbildung 5.36.: Tatsächliche Synchrotronfrequenz (durchgezogene Linie) und ihr auf ein Vielfaches von 100 Hz abgerundeter Schätzwert (gestrichelte Linie) für einen $^1\text{H}^{1+}$ -Zyklus

Man könnte nun annehmen, dass eine kleinere Frequenzintervallgröße (beispielsweise 20 Hz) dieses Problem löst, weil die Strahlphasenregelung dann über längere Zeit hinweg aktiv ist. Wie die Abbildungen 5.37 und 5.38 zeigen, ist letzteres zwar der Fall, aber die anfänglichen Strahlphasenschwingungen klingen nun noch langsamer ab als zuvor. Die anfängliche Synchrotronfrequenz beträgt nämlich etwa 37 Hz. Das nächstkleinere Vielfache der Frequenzintervallgröße ist 20 Hz; die Mittenfrequenz des Bandpassfilters wird mit $\chi = 1,1$ auf 22 Hz eingestellt.

¹⁰ Die anfängliche Teilchenenergie beträgt bei der Beschleunigung von Protonen beispielsweise $4 \frac{\text{GeV}}{u}$, was einer Umlauffrequenz von 271,683161455 kHz und damit einer Frequenz des HF-Felds von 1,358415807 MHz entspricht. Die anfängliche Frequenz des HF-Felds beträgt dagegen 1,358415723 MHz, was einer Umlauffrequenz von 271,6831446 kHz und damit einer Teilchenenergie von $3,99999173057 \frac{\text{GeV}}{u}$ entspricht.

Die tatsächliche Frequenz ist von dieser Mittenfrequenz aber weit entfernt, weswegen der Filter die Schwingungen stark dämpft (siehe Frequenzgang in Abbildung 4.9), was die Reglerverstärkung reduziert. Die gegen Ende der Simulation auftretenden Schwingungsamplituden fallen nicht kleiner aus: Die Synchrotronfrequenz ist so klein, dass die Strahlphasenregelung trotz kleinerer Frequenzintervallgröße inaktiv ist.

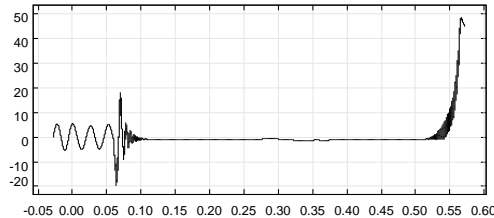


Abbildung 5.37.: Regelabweichung der Strahlphasenregelung (in Grad) im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus bei einer Frequenzintervallgröße von 20 Hz

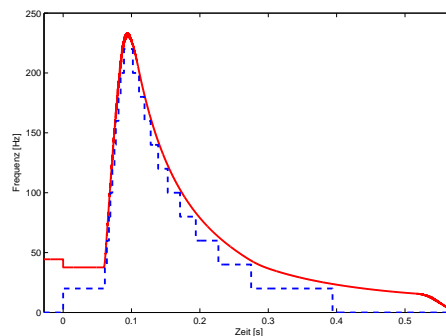


Abbildung 5.38.: Tatsächliche Synchrotronfrequenz (durchgezogene Linie) und ihr auf ein Vielfaches von 20 Hz abgerundeter Schätzwert (gestrichelte Linie) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus

Die mögliche Abweichung der Mittenfrequenz von der tatsächlichen Frequenz fällt um so größer aus, je kleiner die tatsächliche Frequenz ist, und kann im untersten Intervall bis zu 100% betragen. Aus diesem Grund wäre es wünschenswert, die Intervallgröße so klein zu wählen, dass die kleinste auftretende Synchrotronfrequenz mindestens das Doppelte der Intervallgröße beträgt. Die Mittenfrequenz des Filters ist jedoch nach unten hin durch den endlichen Abtastwertspeicher auf etwa 18,9 Hz begrenzt (siehe Kapitel 4.1.5.2). Bandpassfilter höherer Ordnung, unterschiedlich große (beispielsweise nach dem Vorbild des so genannten *A-Law* [ITU G.711] in der Fernmeldetechnik logarithmisch größer werdende) Frequenzintervalle oder die Berechnung der Filterkoeffizienten zur Laufzeit (statt dem Umschalten zwischen einer endlichen Zahl von Registerbänken) könnten ebenfalls hilfreich sein, würde aber den digitalen Signalprozessoren mehr Rechenleistung abverlangen.

Die maximale auftretende Synchrotronfrequenz beträgt im $^{238}U^{28+}$ -Zyklus etwa 1,3 kHz, im $^1H^{1+}$ -Zyklus etwa 230 Hz. Im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit sei (wenn nicht anders angegeben) angenommen, dass die Frequenzintervallgröße für das erstgenannte Szenario 25 Hz und für das letztgenannte 5 Hz betrage, auch wenn in letzterem Fall die untersten drei Frequenzintervalle eine nicht praktikable Filtermittenfrequenz vorsehen. Zur Umsetzung dieser Änderung sind keine Eingriffe in die Hard- oder Software der Regelsysteme erforderlich; es genügt, die vorberechneten Filterkoeffizienten entsprechend anzupassen. Die daraus resultierenden Verläufe der Regelabweichungen sind den bereits in den Abbildungen 5.34 und 5.37 gezeigten Verläufen sehr ähnlich. Die Werte der in Abschnitt 5.2.1 eingeführten Gütemaße für beide Szenarien sind in Tabelle 5.26 aufgeführt.

Festzuhalten bleibt, dass kleine Synchrotronfrequenzen für die Strahlphasenregelung offenbar problematisch sind. Hauptgrund ist der begrenzte Abtastwertspeicher des Bandpassfilters. Auf mögliche Ansätze zur Verbesserung des Regelverhaltens geht Abschnitt 5.6.1 ein.

Tabelle 5.26.: Werte der verschiedenen Gütemaße unter idealen Bedingungen

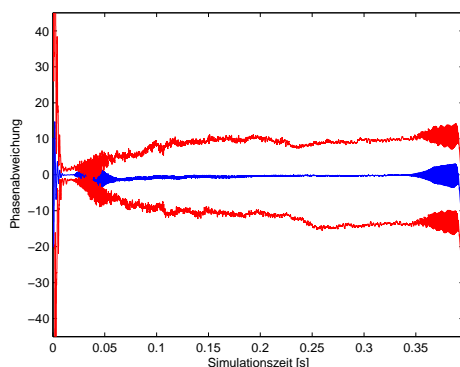
Güte- maß	Wert und Einheit	
	$^{238}\text{U}^{28+}$	$^1\text{H}^{1+}$
Maximale Abweichung der Strahlphase	4,28°	49,4°
Mittlere Abweichung der Strahlphase	0,655°	4,97°
Mittlere Abklingzeitkonstante	1,8 ms	1,0 ms
Maximaler Synchronisationsfehler	0,471°	0,0716°
Mittlerer Synchronisationsfehler	0,198°	0,00925°

5.4.2 Realistische Bedingungen

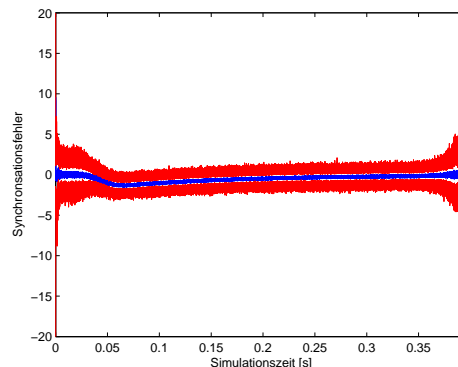
Gegenüber dem in Abschnitt 5.4.1 betrachteten System mit „idealen“ Parametern treten in der Realität Parameterabweichungen, Rauschprozesse und Latenzen auf. In weiteren Simulationsexperimenten wurden daher Parameterabweichungen der Regelstrecke um bis zu $\pm 20\%$ und eine Latenz von je $10\mu\text{s}$ für die Datenverarbeitung und -übertragung der beteiligten Regelsysteme angenommen. Zusätzlich wurde ein Phasenrauschen der Synthesizer mit einer Standardabweichung von 1° und ein Phasenrauschen des Strahlstromsignals mit einer Standardabweichung von 3° angenommen.

Abbildung 5.39 zeigt die Regelabweichungen, die sich in einer Simulation eines $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus ergeben. Abbildung 5.40 zeigt die Regelabweichungen, die sich bei der Simulation eines $^1\text{H}^{1+}$ -Zyklus ergeben. Das nur sehr langsame Abklingen der anfänglichen Strahlphasenschwingungen und das rasche Anwachsen der Schwingungsamplitude am Ende des $^1\text{H}^{1+}$ -Zyklus wurde bereits in Abschnitt 5.4.1 thematisiert. Aufgrund des Phasenrauschens ist die Strahlphase erkennbar verrauscht. Die sehr großen Schwingungsamplituden zu Beginn der Simulationen sind auf die Parameterabweichungen zurückzuführen, die zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausgeregelt sind. In der Praxis treten diese Schwingungen nicht auf, weil

- vor dem Einschuss der Teilchen eine Synchronisation des Vorbeschleunigers mit dem Synchrotron stattfindet,
- die Regelsysteme (mit Ausnahme der Strahlphasenregelung) nicht erst nach dem Einschuss der Teilchen eingeschaltet werden und
- die Landau-Dämpfung (siehe Kapitel 2.5.8.2) auch ohne Zutun der Regelung ein allmähliches Abklingen der Strahlphasenschwingungen bewirkt.

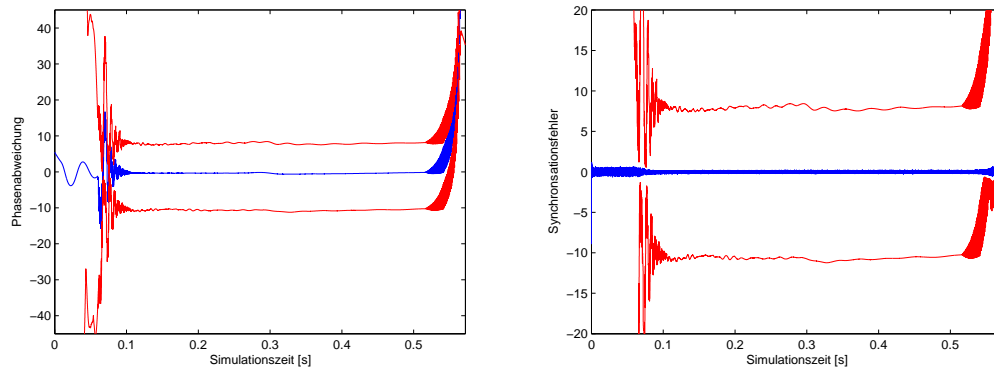


(a) Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad)



(b) Phasenabweichung zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers (in Grad)

Abbildung 5.39.: Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätsynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus



(a) Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) (b) Phasenabweichung zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers (in Grad)

Abbildung 5.40.: Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätsynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für einen $^1H^{1+}$ -Zyklus

Um einen besseren Einblick in das Verhalten des Systems zu erhalten, wurde eine **Monte-Carlo-Simulation** durchgeführt, d. h. es wurde eine große Anzahl von Simulationen mit zufälligen Parametern durchgeführt. In den Tabellen 5.27 und 5.28 sind jeweils das Minimum, der Durchschnitt und das Maximum der in Abschnitt 5.2.1 eingeführten Gütemaße aufgeführt. Zusätzlich ist als Vergleich der Wert jedes Gütemaßes für den idealen Fall ohne Einfluss zufälliger Abweichungen angegeben. Tabelle 5.27 basiert auf 49 Simulationen, Tabelle 5.28 auf 50. Die beiden bereits genannten Abbildungen zeigen den Mittelwert (blau) der jeweiligen Größe sowie die in der Simulation beobachteten positiven und negativen Extremwerte (rot).

Tabelle 5.27.: Werte der verschiedenen Gütemaße unter realistischen Bedingungen für $^{238}U^{28+}$ -Zyklen

Gütemaß	Minimum	Mittelwert	Maximum	Vergleichswert	Einheit
Maximale Abweichung der Strahlphase	5,20	8,60	17,2	4,13	°
Mittlere Abweichung der Strahlphase	1,30	3,90	10,6	0,80	°
Mittlere Abklingzeitkonstante	510	587	657	1290	μs
Maximaler Synchronisationsfehler	3,92	4,56	5,61	1,36	°
Mittlerer Synchronisationsfehler	0,772	0,777	0,783	0,628	°

Tabelle 5.28.: Werte der verschiedenen Gütemaße unter realistischen Bedingungen für $^1H^{1+}$ -Zyklen

Gütemaß	Minimum	Mittelwert	Maximum	Vergleichswert	Einheit
Maximale Abweichung der Strahlphase	38,8	48,9	57,3	55,9	°
Mittlere Abweichung der Strahlphase	4,78	6,02	11,0	7,84	°
Mittlere Abklingzeitkonstante	1000	1000	1000	1000	μs
Maximaler Synchronisationsfehler	4,14	4,60	5,15	0,709	°
Mittlerer Synchronisationsfehler	0,450	0,453	0,456	0,0508	°

Wie zu erwarten, schlägt sich das Rauschen auch in den Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätsynchronisation nieder. Bemerkenswert ist, dass die mittlere Abklingzeitkonstante für den $^{238}U^{28+}$ -Zyklus im rauschbehafteten System sehr viel kleiner ausfällt als im rauschfreien System. Das ist aber offenbar nur eine Folge der Tatsache, dass das Rauschen den in Anhang C.2.3 beschriebenen Algorithmus zur Ermittlung dieser Kenngröße stört.

Da im $^1H^{1+}$ -Zyklus selbst die größte auftretende Synchrotronfrequenz unter 500 Hz liegt, war es mit diesem Algorithmus nicht möglich, die mittlere Abklingzeitkonstante zu ermitteln. Diese wurde stattdessen durch eine

numerische Anpassung¹¹ mittels des Programms **Matlab** [Matlab] der Firma MathWorks ermittelt. Dabei wurden für jedes Extremum der Phasenabweichung $\delta(t)$ diejenigen Werte für die Parameter $\hat{\delta}$, τ_δ , ω_δ und φ_δ gesucht, für welche die Abweichung zwischen der Modellgleichung $\tilde{\delta}(t)$ und $\delta(t)$ minimal ist:

$$\tilde{\delta}(t) = \hat{\delta} \cdot \sin(\omega_\delta \cdot t - \varphi_\delta) \cdot \exp(-\tau_\delta \cdot t) \quad (5.30)$$

τ_δ ist dabei die gesuchte Abklingzeitkonstante. Dieses Verfahren ist aber erheblich rechenaufwändiger als das in Anhang C.2.3 beschriebene und wird in der vorliegenden Arbeit deshalb sonst nicht genutzt.

5.5 Sensitivitätsanalyse

In diesem Abschnitt soll quantitativ untersucht werden, wie groß der Einfluss der einzelnen Modellparameter auf das Systemverhalten ist. Dazu sind die in Abschnitt 5.2.1 beschriebenen Gütemaße in Abhängigkeit jeweils eines Parameters des Modells dargestellt. Für die Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase und für die Regelabweichung der Kavitätsynchronisation sind jeweils der maximale und der mittlere Wert angegeben. Ersterer ist jeweils als durchgezogene Linie, letzterer als gestrichelte Linie eingezeichnet. Die aus Simulationen gewonnenen Stützstellen dieser Kurven sind in ersterem Fall durch mit der Spitze nach oben weisende Dreiecke, im letzteren Fall durch Rauten gekennzeichnet.

5.5.1 Parameter der Kavitätsynchronisation

Die Kavitätsynchronisation misst die Phasendifferenz zwischen der Spannung über dem Spalt der jeweiligen Kavität und einem Referenzsignal und gibt eine Frequenzkorrektur aus, die linear von dieser Phasendifferenz abhängt. Diese Frequenzkorrektur bewirkt im Laufe der Zeit eine Phasenverschiebung der Kavitätenspannung. Die Kavitätsynchronisation kann also als digitaler Proportionalregler betrachtet werden, der auf ein Integrationsglied wirkt. Berücksichtigt man die Zeit, die für die Berechnung der Stellgröße und deren Übermittlung an den Synthesizer benötigt wird, so hat die Verstärkung der **offenen Regelschleife** im **Laplace-Bereich** die Form

$$G_{KS,0}(s) = \frac{K_{KS}}{s} \cdot \exp(-s \cdot T_{KS}), \quad (5.31)$$

wobei K_{KS} das Produkt aus der Verstärkung des Reglers und jener der Regelstrecke ist und T_{KS} die Latenzzeit. Die Verstärkung der Regelstrecke, also des Integrationsglied, ist $360 \frac{^\circ}{\text{Hz} \cdot \text{s}}$. Im zeitdiskreten **Z-Bereich** kann die Latenzzeit als Verzögerungsglied der Ordnung $n = \left\lceil \frac{T_{KS}}{T_{abt}} \right\rceil$ berücksichtigt werden, wobei T_{abt} das Abtastintervall ist. Nähert man das zeitkontinuierliche Integrationsglied durch ein zeitdiskretes Glied mit der Übertragungsfunktion $\frac{T_{abt}}{1-z^{-1}}$ an¹², so erhält man für die Übertragungsfunktion der geschlossenen Regelschleife

$$G_{KS}(z) = \frac{K_{KS} \cdot T_{abt}}{z^{-n} - z^{-n+1} + K_{KS} \cdot T_{abt}}. \quad (5.32)$$

5.5.1.1 Latenzzeit

Das **Nyquist-Kriterium** [Ise01, Teil C, Kap. 3, S. 1] besagt, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist, wenn der offene Regelkreis stabil ist und der **kritische Punkt** $-1 + j \cdot 0$ links der Ortskurve der Verstärkung der offenen Regelschleife liegt. Die Ortskurve beschreibt den Verlauf der Verstärkung der offenen Regelschleife in der komplexen Zahlenebene in Abhängigkeit von der Frequenz. Die Grenze des Stabilitätsbereichs ist erreicht, wenn die Ortskurve diesen Punkt passiert, wenn also gilt:

$$\exists \omega \in \mathbb{R} : G_{KS,0}(\omega) = -1 \quad (5.33)$$

Daraus folgt im konkreten Fall aus Gleichung 5.31 die Bedingung

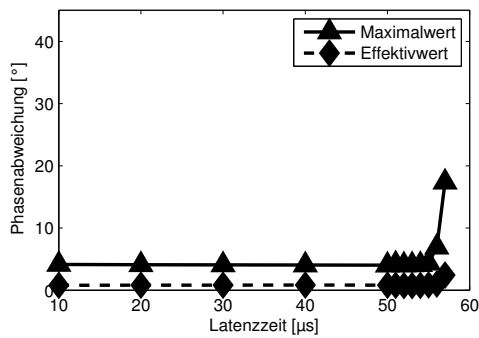
$$K_{KS} \cdot T_{KS} = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{N} \quad (5.34)$$

Bei einer Reglerverstärkung von $78 \frac{\text{Hz}}{^\circ}$ ergibt sich eine maximal zulässige Latenz von $55,94 \mu\text{s}$.

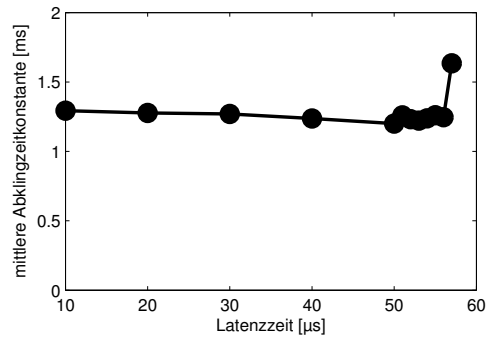
Wie Abbildung 5.41 zeigt, stimmt die Simulation gut mit dieser vereinfachten analytischen Betrachtung überein. Auf die Abweichung der Strahlphase und die Abklingzeitkonstante der Strahlphasenregelung hat die Latenzzeit offenbar keinen nennenswerten Einfluß.

¹¹ engl. *fit*

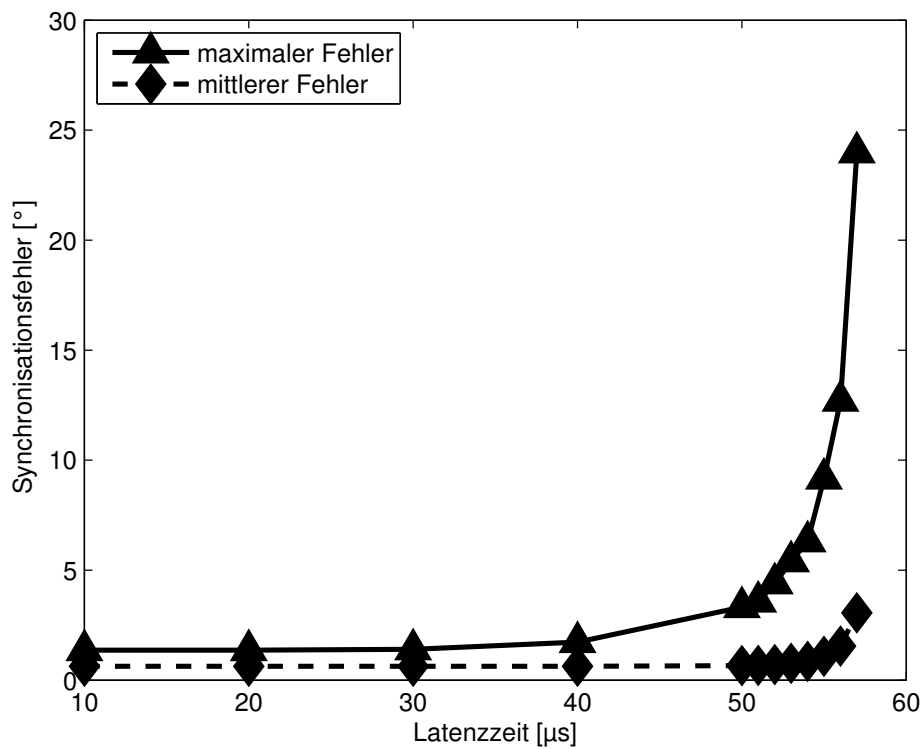
¹² Diese Übertragungsfunktion entspricht der Euler-Formel $x[n] = x[n-1] + T_{abt} \cdot \dot{x}[n]$.



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.41.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Latenz der Kavitäten-DSPs

5.5.1.2 Abtastintervall

Ein zeitdiskreter Regelkreis ist dann stabil, wenn die Polstellen seiner Übertragungsfunktion innerhalb des Einheitskreises liegen. Ist das Abtastintervall größer als die Latenzzeit, dann ist $n = 1$ und Gleichung 5.32 vereinfacht sich zu

$$G_{KS}(z) = \frac{K_{KS} \cdot T_{abt}}{z^{-1} - 1 + K_{KS} \cdot T_{abt}}. \quad (5.35)$$

Bei einer Reglerverstärkung von $78 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ ergibt sich die in Abbildung 5.42 dargestellte Ortskurve der einzigen Polstelle des Systems in Abhängigkeit des Abtastintervalls. Für Abtastintervalle bis etwa $71 \mu\text{s}$ bleibt das System stabil.

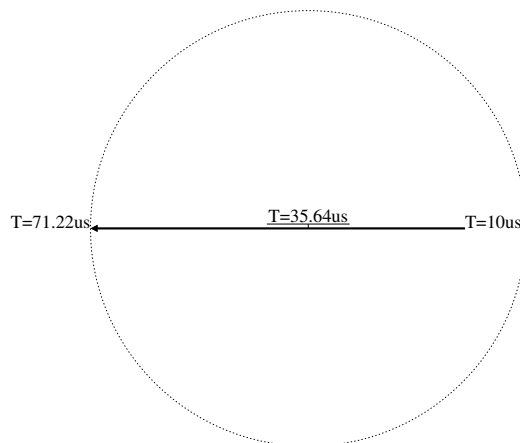


Abbildung 5.42.: Wurzelortskurve der Kavitätsynchronisation in Abhängigkeit des Abtastintervalls T

Diese vereinfachte analytische Betrachtung ist (aufgrund des Aufrundens der Latenzzeit) etwas zu pessimistisch; wie Abbildung 5.43 zeigt, bleibt das System auch bei einem Abtastintervall von $80 \mu\text{s}$ (gerade noch) stabil. Über einen weiten Bereich hinweg hat die Wahl des Abtastintervalls nur geringen Einfluss auf das Verhalten des Systems. Insbesondere führt die Verringerung des Abtastintervalls auf den minimalen möglichen Wert von $1,375 \mu\text{s}$ nicht zu einer Verbesserung des Systemverhaltens. Ein noch kleineres Abtastintervall kommt nicht in Frage, da sonst die Datenrate der Kommunikation innerhalb des Versorgungsraums nicht für die Übermittlung der berechneten Ausgabewerte an den Synthesizer ausreichen würde. Der senkrechte Strich in Abbildung 5.43 markiert den Standardwert von $3,224 \mu\text{s}$ für das Abtastintervall.

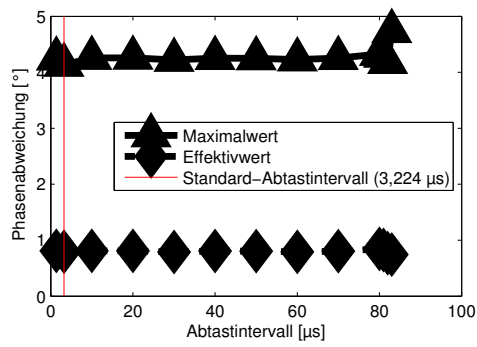
5.5.1.3 Reglerverstärkung

Ein zeitdiskreter Regelkreis ist dann stabil, wenn die Polstellen seiner Übertragungsfunktion innerhalb des Einheitskreises liegen. Bei einem Abtastintervall von $3,224 \mu\text{s}$ und einer Latenzzeit von $10 \mu\text{s}$ lautet Gleichung 5.32

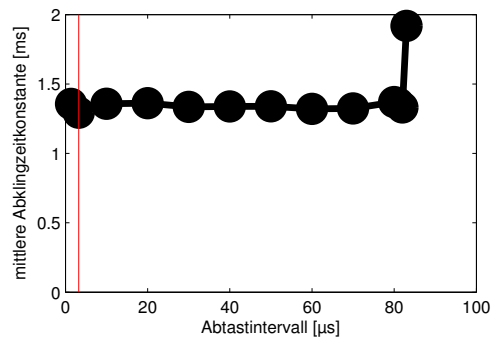
$$G_{KS}(z) = \frac{K_{KS} \cdot T_{abt}}{z^{-4} - z^{-3} + K_{KS} \cdot T_{abt}}. \quad (5.36)$$

Es ergibt sich die in Abbildung 5.44 dargestellte Ortskurve der Polstellen des Systems in Abhängigkeit der Reglerverstärkung. Bis zu einer Verstärkung von etwa $380 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ bleibt das System stabil.

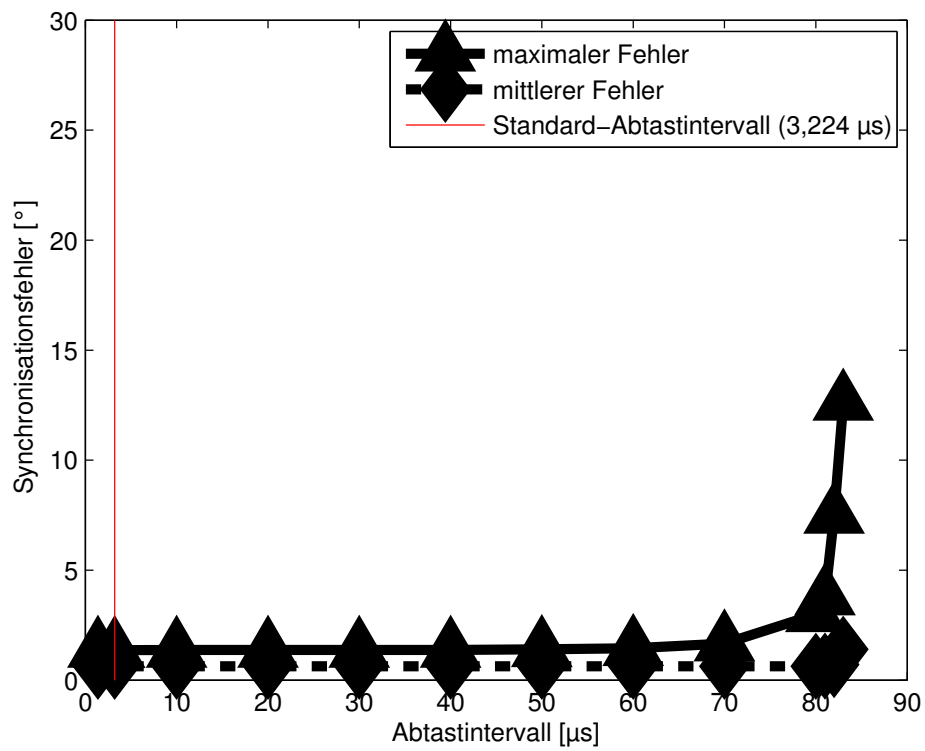
Wie Abbildung 5.45 zeigt, stimmt die Simulation gut mit dieser vereinfachten analytischen Betrachtung überein. Bei einer Reglerverstärkung von über $360 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ verschlechtert sich die Regelgüte zusehends und bei einer Verstärkung von $390 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ ist das Gesamtsystem instabil. In dem betrachteten Szenario ist mindestens eine Reglerverstärkung von etwa $5 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ erforderlich, um das Gesamtsystem zu stabilisieren. Eine zufriedenstellende Regelgüte wird ab einer Verstärkung von etwa $40 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ erreicht. Der senkrechte Strich in Abbildung 5.45 markiert den sonst verwendeten Wert von $78 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ für die Verstärkung. Über einen weiten Bereich hinweg hat die Wahl der Verstärkung nur geringen Einfluss auf das Verhalten des Systems.



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.43.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Abtastintervall des Kavitäten-DSPs

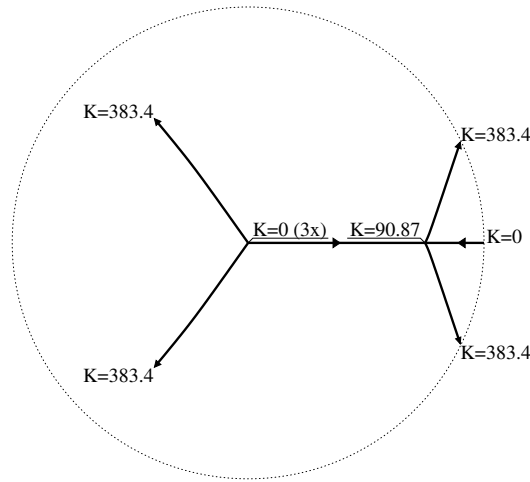


Abbildung 5.44.: Wurzelortskurve der Kavitätsynchronisation in Abhängigkeit der Reglerverstärkung K

5.5.1.4 Fazit

Der Einfluss der Parameter der Kavitätsynchronisation auf das Gesamtsystem ist gering und es können erhebliche zusätzliche Latenzzeiten toleriert werden. Das lässt Raum für zukünftige, komplexere Regelalgorithmen. Eine höhere Abtastrate verbessert das Verhalten der Regelung nicht; eine Verringerung der Abtastrate ist möglich. Somit kommen auch weniger leistungsfähige Signalverarbeitungseinheiten als die bislang vorgesehenen in Frage.

Das Verhalten der Kavitätsynchronisation ist mit dem vereinfachten analytischen Modell (Gleichungen 5.31 und 5.32) ohne weiteres erklärbar. Aus diesem Grund sollen die Parameter der Kavitätsynchronisation im weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht mehr näher betrachtet werden.

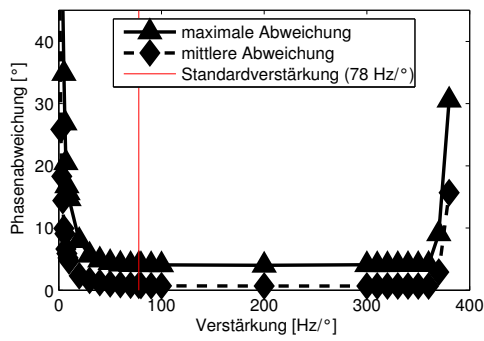
5.5.2 Parameter der Strahlphasenregelung

Das **Nyquist-Kriterium** [Ise01, Teil C, Kap. 3, S. 1] ist auch auf nichtlineare Systeme anwendbar; es besagt, dass ein geschlossener Regelkreis nur dann stabil ist, wenn es keine Frequenz gibt, bei welcher der Betrag des Verstärkungsfaktors des offenen Regelkreises 1 erreicht oder überschreitet und die Phasenverschiebung 180° beträgt. Mittels dieses Kriteriums ist eine Abschätzung der maximal zulässigen Latenzzeit möglich: Die Kavitätsynchronisation misst die Phasendifferenz zwischen der Beschleunigungsspannung und dem Strahlstrom und gibt eine Frequenzkorrektur aus, die von dieser Phasendifferenz abhängt. Diese Frequenzkorrektur bewirkt im Laufe der Zeit eine Phasenverschiebung der Beschleunigungsspannung, die Regelstrecke zeigt also integrierendes Verhalten und somit eine Phasenverschiebung um 90° . Auftretende Totzeiten dürfen nicht dazu führen, dass die dadurch verursachte zusätzliche Phasenverschiebung 90° überschreitet. Für die höchste auftretende Synchrotronfrequenz $f_{S,max}$ muss daher gelten:

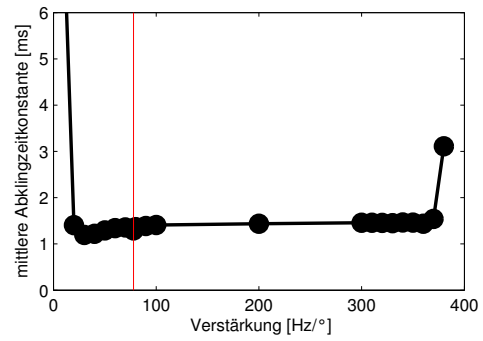
$$f_{S,max} \cdot T_L < \frac{1}{4} \quad (5.37)$$

Dabei ist T_L die gesamte Latenzzeit.

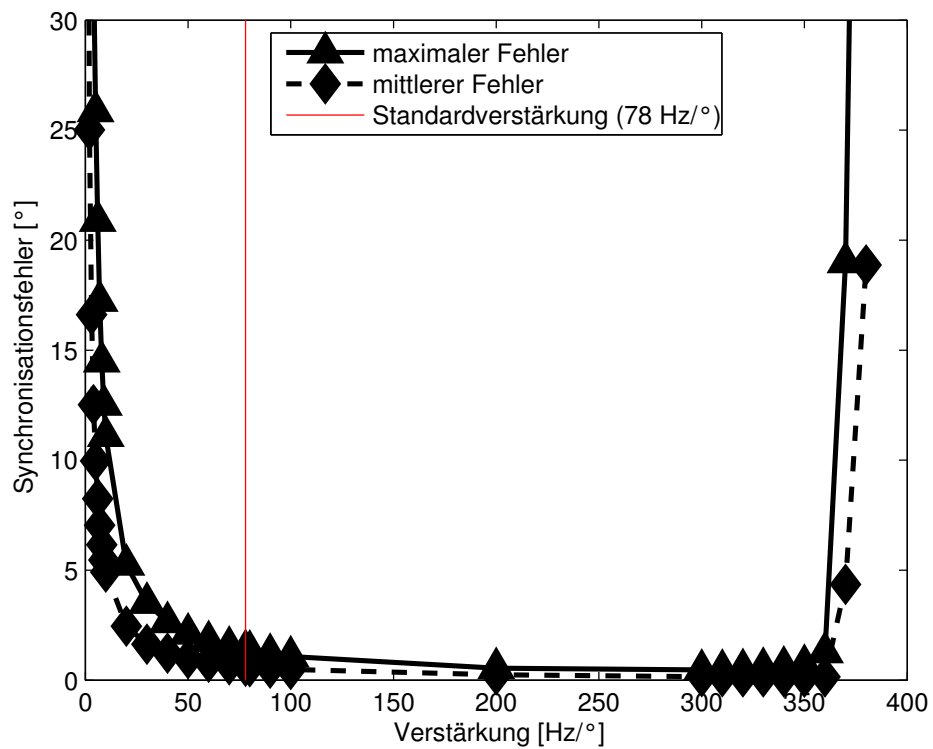
Zu beachten ist, dass die Strahlphasenregelung nur mittelbar auf die Frequenz des HF-Felds wirkt: Die Strahlphasenregelung beeinflusst den Strahlphasen-Synthesizer, welcher ein Referenzsignal erzeugt, mit dem die lokalen Synthesizer der einzelnen Kavitäten synchronisiert werden. Die Latenzzeit der Inter-DDS-Kommunikation und jene der Kavitätsynchronisation müssen deshalb mit in die Betrachtung einbezogen werden. Aus einer Ausführungszeit von je $10 \mu s$ für die Kavitätsynchronisation und die Strahlphasenregelung und einer Kommunikationslatenz von $10,24 \mu s$ für die Inter-DDS-Kommunikation ergibt sich eine Gesamtlatenz von $30,24 \mu s$. Aus Gleichung 5.37 folgt damit $f_{S,max} < 8,267 \text{ kHz}$. Allerdings sind die Abtastzeitpunkte der Strahlphasenregelung, der Inter-DDS-Kommunikation und der Kavitätsynchronisation nicht miteinander synchronisiert, d. h. es ist möglich, dass ein neuer Frequenzkorrekturwert erst zum jeweils nächsten Abtastzeitpunkt berücksichtigt wird. Mit Abtastintervallen der Strahlphasenregelung, der Inter-DDS-Kommunikation und der Kavitätsynchronisation von $3,224 \mu s$, $10,24 \mu s$ bzw. $3,224 \mu s$ kann die Gesamtlatenz bis zu $46,928 \mu s$ betragen. Aus Gleichung 5.37 folgt damit $f_{S,max} < 5,327 \text{ kHz}$. Abhängig von der gewählten Reglerverstärkung kann das System jedoch auch bei



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.45.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Reglerverstärkung der Kavitäten-DSPs

diesen oder höheren Frequenzen stabil sein oder bereits bei etwas niedrigeren Frequenzen aufgrund **mangelnder Stabilitätsreserve** eine schlechte Regelgüte zeigen.

Die Strahlphasenregelung ist nichtlinear und verfügt über weitere Parameter, die einer Abschätzung der Stabilitätsgrenzen nicht zugänglich sind. Dieter Lens betrachtete in seiner Dissertation die Stabilität der im Arbeitspunkt linearisierten Strahlphasenregelung [Len12, S. 133ff.] und leitete daraus Grenzwerte für die Reglerverstärkung ab.

5.5.2.1 Latenzzeit der Signalverarbeitungseinheit

In dem in Abschnitt 5.1.1 beschriebenen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus beträgt die maximal auftretende Synchrotronfrequenz etwas über 1,3 kHz. Wie Abbildung 5.46 zeigt, können daher auch erhebliche zusätzliche Latenzzeiten toleriert werden. Erst bei einer durch die Signalverarbeitung hervorgerufenen Latenz von über $60\,\mu\text{s}$ verschlechtert sich die Regelgüte signifikant. Erst bei einer Latenz von mehr als $120\,\mu\text{s}$ treten inakzeptable Schwingungsamplituden auf. Dabei kann es dazu kommen, dass die Strahlphasenregelung durch einen Anstieg der Synchrotronfrequenz kurzzeitig instabil wird. Wird später durch ein Absinken der Synchrotronfrequenz wieder die stabile Betriebsregion erreicht, können die Strahlphasenschwingungen, die sich zwischenzeitlich aufgeschaukelt haben, wieder gedämpft werden. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 5.47 dargestellt.

5.5.2.2 Latenzzeit der Inter-DDS-Kommunikation

Abbildung 5.48 zeigt den Einfluss der Übertragungslatenz bei der Inter-DDS-Kommunikation. Diese Latenz beeinflusst die Strahlphasenregelung auf ähnliche Weise wie die Ausführungszeit der Signalverarbeitung. Eine weitere Diskussion erübrigt sich daher an dieser Stelle; es sei auf die Beschreibung in Abschnitt 5.5.2.1 verwiesen. Zu beachten ist jedoch, dass nicht nur die von der Strahlphasenregelung errechnete Frequenzkorrektur übertragen wird, sondern vielmehr die Summe aus Sollwert und Frequenzkorrektur, so dass die Übertragungslatenz auch die Übertragung der Sollwerte an die *Slave*-Synthesizer beeinflusst.

5.5.2.3 Abtastintervall

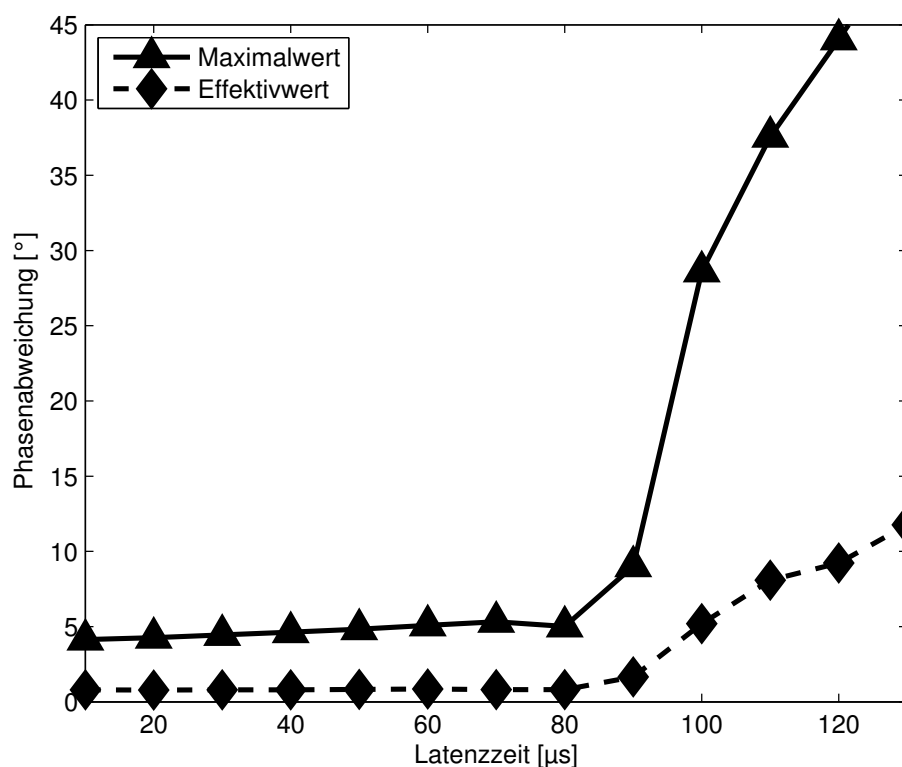
Abbildung 5.49 zeigt den Einfluss des Abtastintervalls der Signalverarbeitungseinheit für die Strahlphasenregelung. Über einen weiten Bereich hinweg hat die Wahl des Abtastintervalls nur geringen Einfluss auf das Verhalten des Systems. Insbesondere führt die Verringerung des Abtastintervalls auf den minimalen möglichen Wert von $1,375\,\mu\text{s}$ nicht zu einer Verbesserung des Systemverhaltens. Ein noch kleineres Abtastintervall kommt nicht in Frage, da sonst die Datenrate der Kommunikation innerhalb des Versorgungsraums nicht für die Übermittlung der berechneten Ausgabewerte an den Synthesizer ausreichen würde. Der senkrechte Strich in Abbildung 5.49 markiert den Standardwert von $3,224\,\mu\text{s}$ für das Abtastintervall.

5.5.2.4 Aktualisierungsintervall der Filterparameter

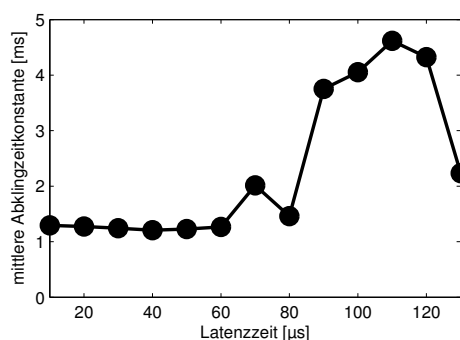
Abbildung 5.50 zeigt den Einfluss des Aktualisierungsintervalls der Strahlphasenregelung. Dieses Intervall gibt an, in welchen Zeitabständen die Filterparameter in Abhängigkeit des momentanen Schätzwerts der Synchrotronfrequenz neu gesetzt werden. Die Abszisse (X-Achse) ist in logarithmischem Maßstab dargestellt. Offenbar führt eine Verkleinerung des Aktualisierungsintervalls nicht zu einer Verbesserung der Regelgüte. Eine Vergrößerung andererseits führt zu einer Verschlechterung, jedoch bleibt das System auch bei sehr großen Aktualisierungsintervallen stabil, wenn auch die Regelgüte nicht mehr als zufriedenstellend bezeichnet werden kann. Der senkrechte Strich in Abbildung 5.50 markiert den Standardwert von 1 ms für das Aktualisierungsintervall.

5.5.2.5 Übertragungsintervall der Inter-DDS-Kommunikation

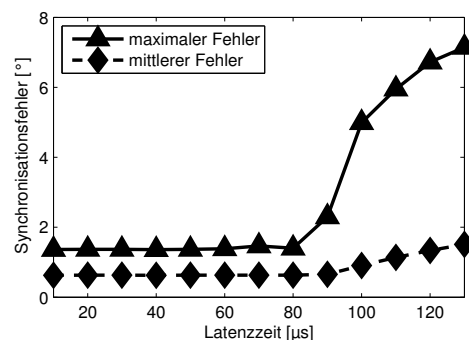
Abbildung 5.51 zeigt den Einfluss des Übertragungsintervalls der Strahlphasenregelung. Dieses Intervall gibt an, in welchen Zeitabständen die momentane Frequenz des *Master*-Synthesizers für die Strahlphasenregelung per Inter-DDS-Kommunikation in die anderen Versorgungsräume übermittelt wird. Bei der Untersuchung wurde angenommen, dass diese Übermittlung nicht mehr bei jedem T_0 -Signal, sondern nur noch bei jedem n -ten ($n \in \mathbb{N}$) stattfindet.



(a) Abweichung der Strahlphase

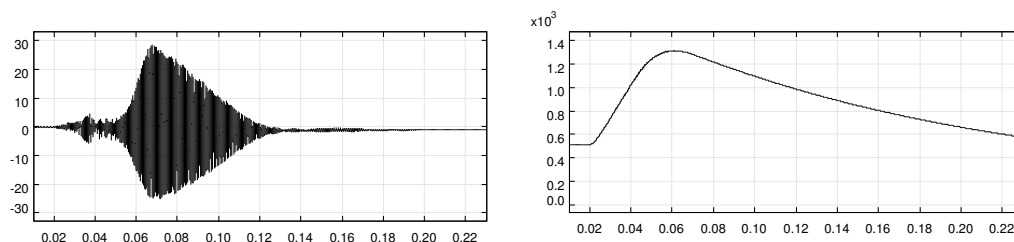


(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

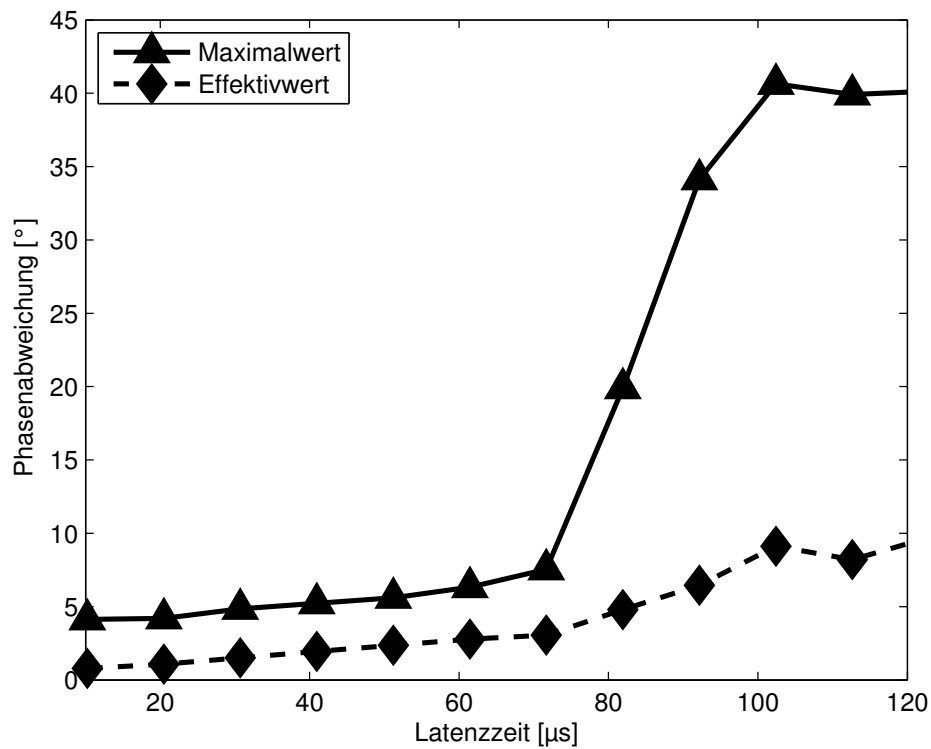
Abbildung 5.46.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Latenz der Strahlphasen-DSPs



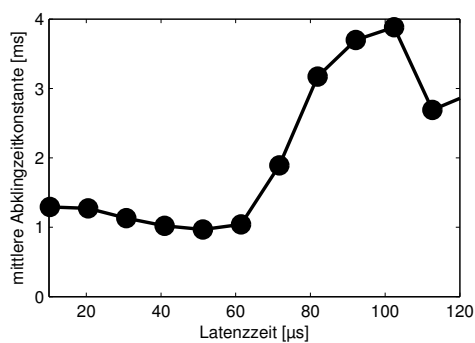
(a) Abweichung der Strahlphase (in Grad)

(b) Synchrotronfrequenz (in Hertz)

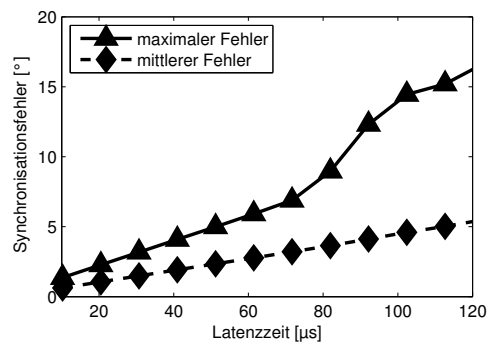
Abbildung 5.47.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) und Synchrotronfrequenz (in Hertz) im Lauf der Simulationszeit (in Sekunden) bei einer Latenzzeit von $100\ \mu\text{s}$



(a) Abweichung der Strahlphase

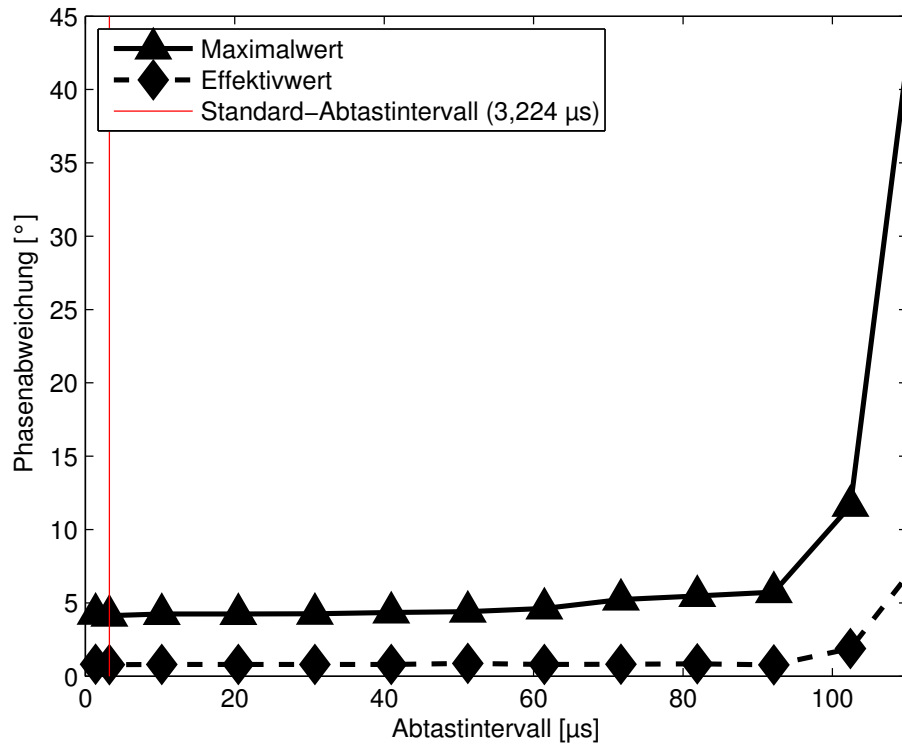


(b) Abklingzeitkonstante

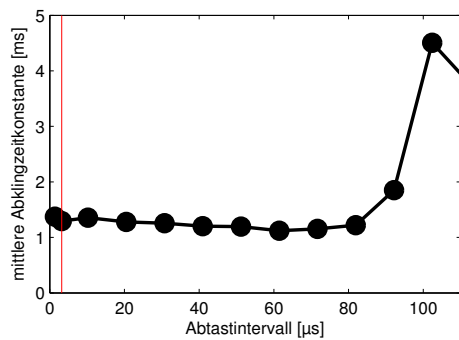


(c) Synchronisationsfehler

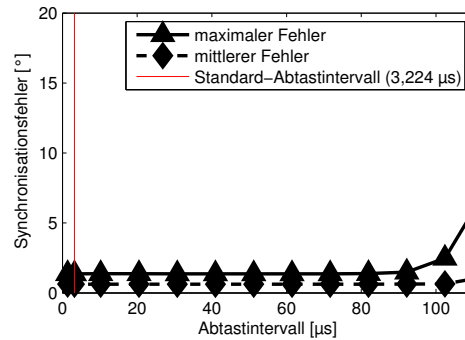
Abbildung 5.48.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Latenz der Inter-DDS-Kommunikation



(a) Abweichung der Strahlphase

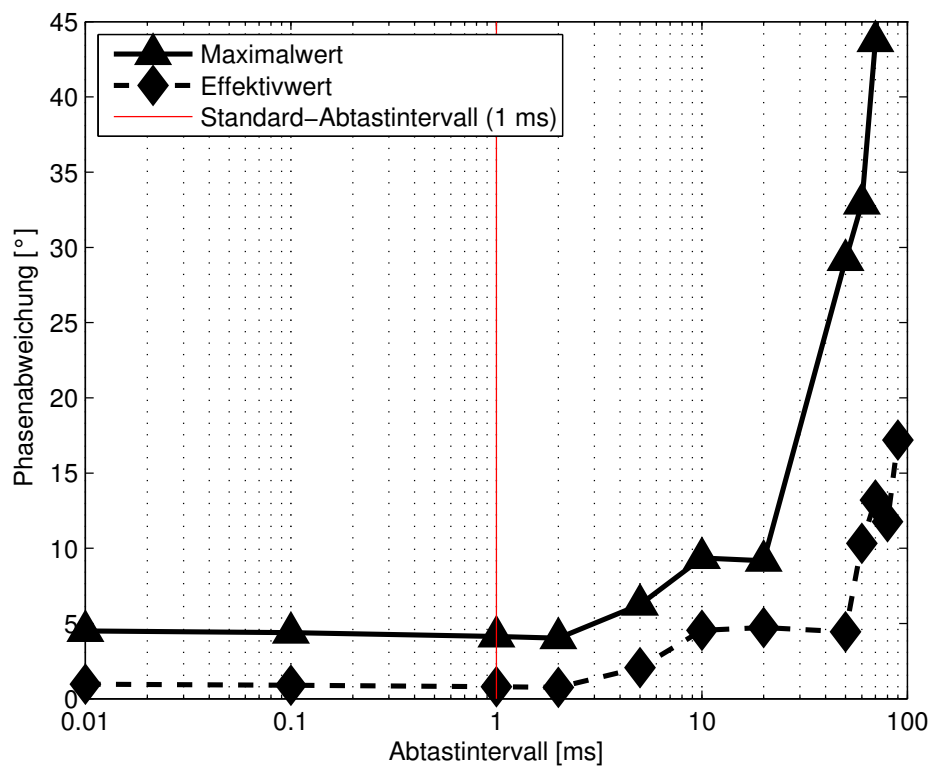


(b) Abklingzeitkonstante

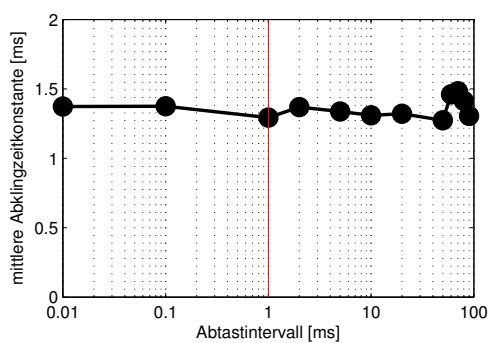


(c) Synchronisationsfehler

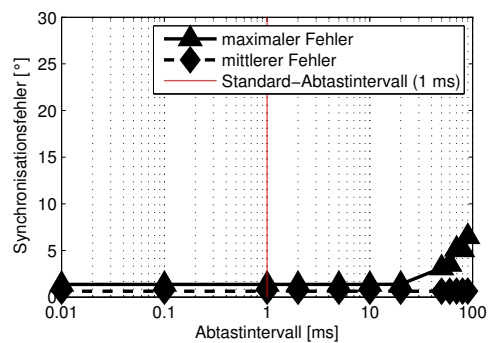
Abbildung 5.49.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Abtastintervall der Strahlphasenregelung



(a) Abweichung der Strahlphase

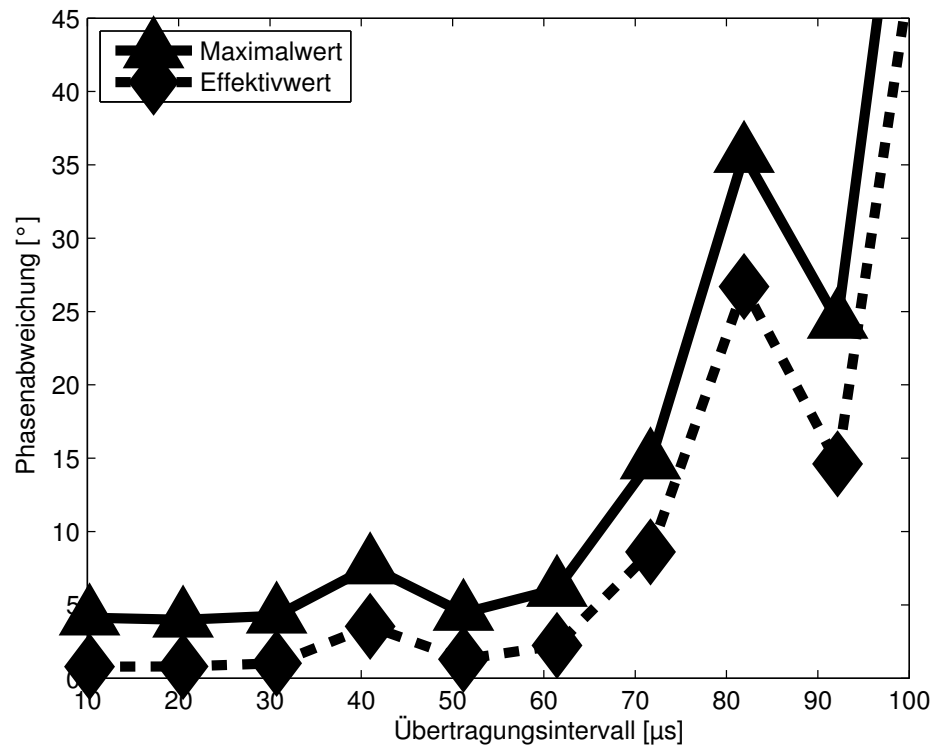


(b) Abklingzeitkonstante

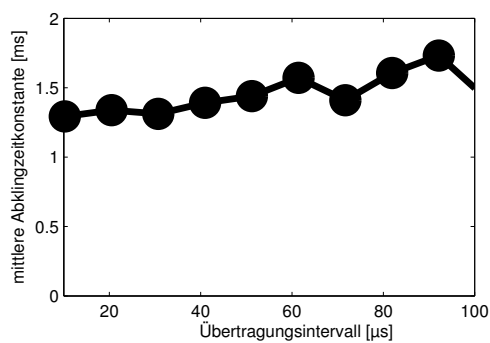


(c) Synchronisationsfehler

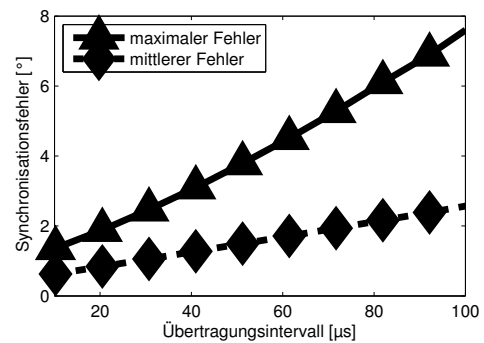
Abbildung 5.50.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Abtastintervall für den Schätzwert der Synchrotronfrequenz



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.51.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Übertragungsintervall der Inter-DDS-Kommunikation

Es fällt auf, dass die Zeitkonstante der Strahlphasenregelung sich nur wenig verändert, die Abweichungen der Strahlphase von ihrem Sollwert aber für Übertragungsintervalle, die größer als etwa $3 T_0$ -Perioden sind, zunehmen. Der konkrete Verlauf der Gütemaße hängt auch von den verwendeten Eingaberampen ab.

5.5.2.6 Reglerverstärkung

Abbildung 5.52 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für unterschiedliche Werte der spezifischen Reglerverstärkung, mit dem Schätzwert der Synchrotronfrequenz multipliziert wird, um eine frequenzabhängige Reglerverstärkung zu erhalten. Diese Abbildung entspricht einem senkrechten Schnitt durch Abbildung 6.19 bzw. Abbildung 6.20. Der Unterschied besteht darin, dass jene Abbildungen bei konstanter Synchrotronfrequenz gewonnen wurden, Abbildung 5.52 aber auf der Simulation eines vollständigen Beschleunigungszyklus beruht.

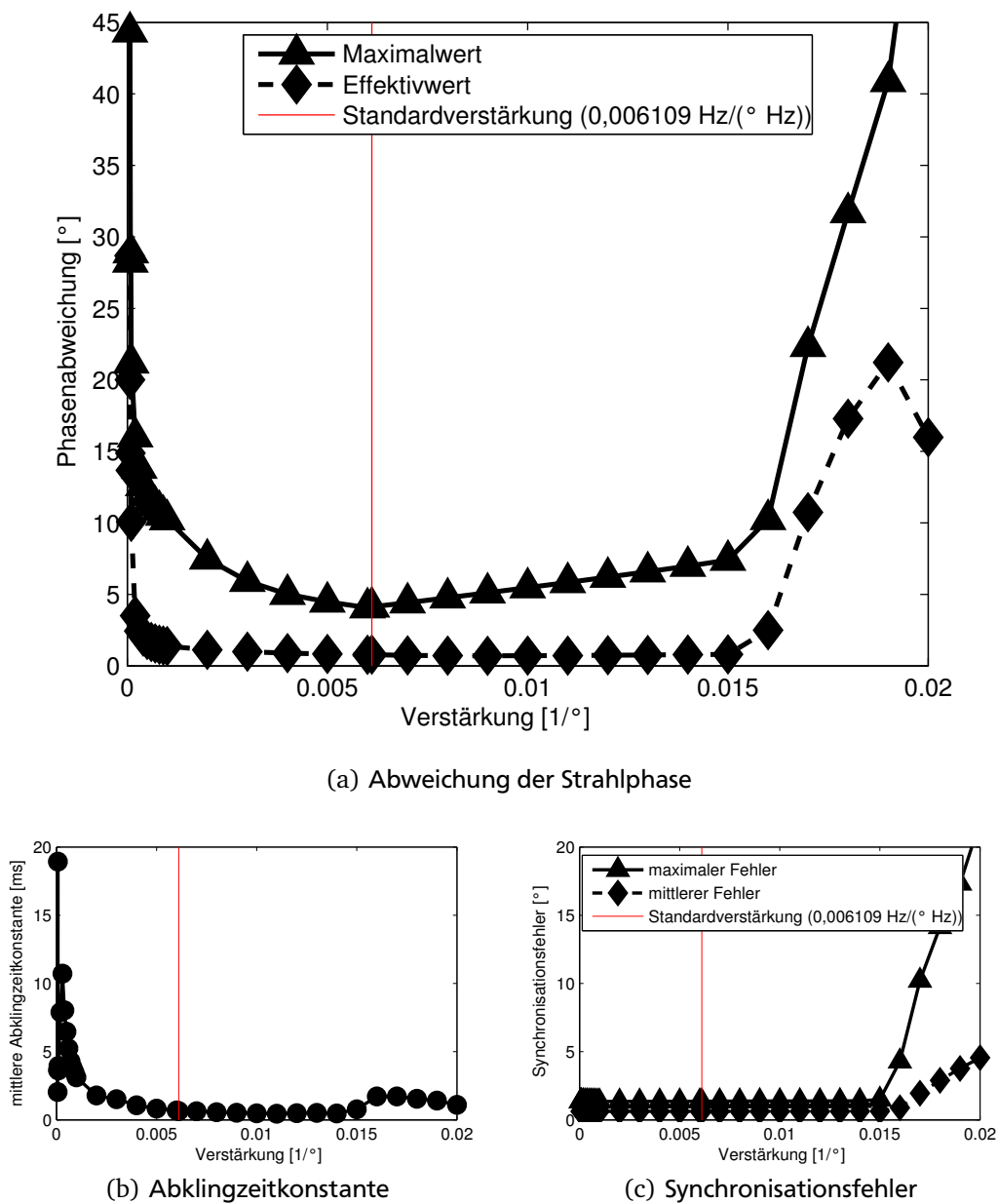


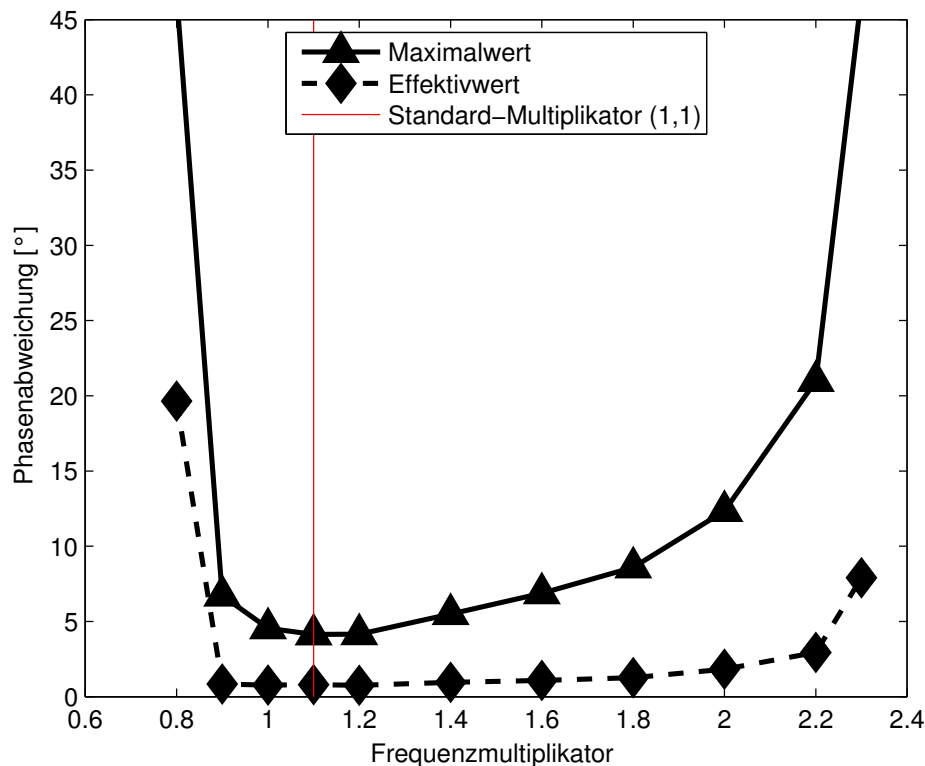
Abbildung 5.52.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit der spezifischen Verstärkung

Wie erwartet und in mehreren Experimenten bestätigt, liegt der optimale Wert nahe dem in dieser Arbeit verwendeten Wert von $6,109 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{^\circ \text{Hz}}$, der durch einen senkrechten Strich in Abbildung 5.52 markiert ist. Als stabil ist

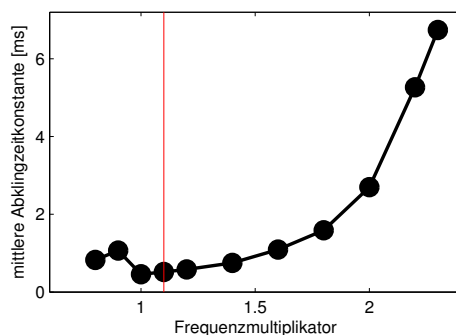
die Strahlphasenregelung in dem konkreten Betriebsszenario für Verstärkungsfaktoren zwischen etwa $7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Hz}}{\text{Hz}}$ und $1,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Hz}}{\text{Hz}}$ anzusehen. Eine zufriedenstellende Regelgüte wird zwischen etwa $4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{\text{Hz}}$ und $8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{\text{Hz}}$ erreicht.

5.5.2.7 Frequenzmultiplikator

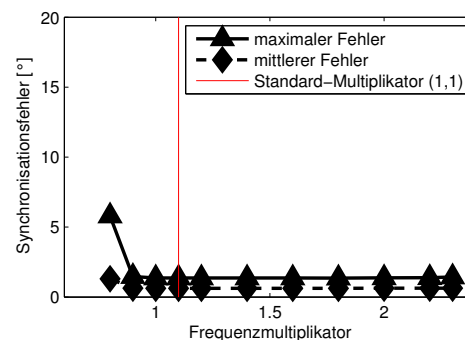
Abbildung 5.53 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für unterschiedliche Werte des Frequenzmultiplikators, mit dem der Schätzwert der Synchrotronfrequenz multipliziert wird, um die Mittenfrequenz des Bandpassfilters zu erhalten. Diese Abbildung entspricht einem waagerechten Schnitt durch Abbildung 6.19 bzw. Abbildung 6.20. Der Unterschied besteht darin, dass jene Abbildungen bei konstanter Synchrotronfrequenz gewonnen wurden, Abbildung 5.53 aber auf der Simulation eines vollständigen Beschleunigungszyklus beruht.



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.53.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit des Frequenzmultiplikators

Wie erwartet und in mehreren Experimenten bestätigt, liegt der optimale Wert im Bereich von etwa 1,1–1,2. Der senkrechte Strich in Abbildung 5.53 markiert den Standardwert von 1,1. Für Werte von 0,8 oder darunter oder

von 2, 3 oder darüber ist die Regelgüte nicht mehr akzeptabel. Tatsächlich ist die Strahlphasenregelung schon bei einem Frequenzmultiplikator von 2,3 nicht mehr in der Lage, die Schwingungen zu dämpfen, wie Abbildung 5.54 zeigt. Die Schwingungen schaukeln sich jedoch nur langsam auf, so dass während der Simulation kein Strahlverlust eintritt.

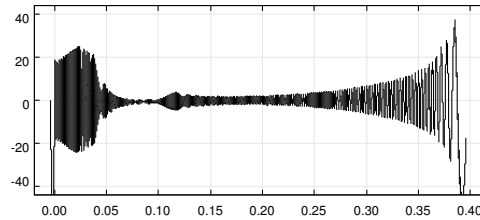


Abbildung 5.54.: Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad) im Lauf der Simulationszeit (in Sekunden) bei einem Frequenzmultiplikator von 2, 3

5.5.2.8 Frequenzintervallgröße und -anzahl

Nachfolgend soll untersucht werden, welchen Einfluss eine Verringerung der Anzahl der Registerbänke für die Filterkoeffizienten auf die Regelgüte der Strahlphasenregelung hat. Eine Verringerung der Anzahl der Registerbänke bewirkt eine Verringerung der zur Implementierung des Filters auf einem programmierbaren Logikbaustein erforderlichen Fläche. Bei einer geringeren Anzahl von Registerbänken müssen die Frequenzintervalle entsprechend größer ausfallen. In den anderen in diesem Kapitel vorgestellten Simulationen eines $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus wurde jeweils angenommen, dass es 64 Registerbänke gibt und die Frequenzintervallgröße 25 Hz beträgt. Abbildung 5.55 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für diesen Fall und eine Frequenzintervallgröße von 50 Hz, 100 Hz, 200 Hz und 400 Hz. Dabei wurde davon ausgegangen, dass bei den angegebenen Intervallgrößen 32, 16, 8 bzw. 4 Registerbänke benötigt werden. Konfigurationen, bei denen die Anzahl der Registerbänke keine Potenz von 2 ist, wurden nicht untersucht, weil dann die Adressierung aufwändiger wäre. Eine Verdoppelung der Frequenzintervallgröße ermöglicht eine Halbierung der Anzahl der Registerbänke und eine Halbierung des Koeffizientenspeichers, weil die kleinste benötigte Filtermittelfrequenz sich ebenfalls verdoppelt.

Eine Vervierfachung der Intervallgröße auf den seitens der GSI ohnehin vorgesehenen Wert von 100 Hz hat nur geringen Einfluss auf die Regelgüte. Ab einer Intervallgröße von 200 Hz verschlechtert sich die Regelgüte; bei einer Intervallgröße von 400 Hz treten Strahlphasenschwingungen sehr großer Amplitude auf.

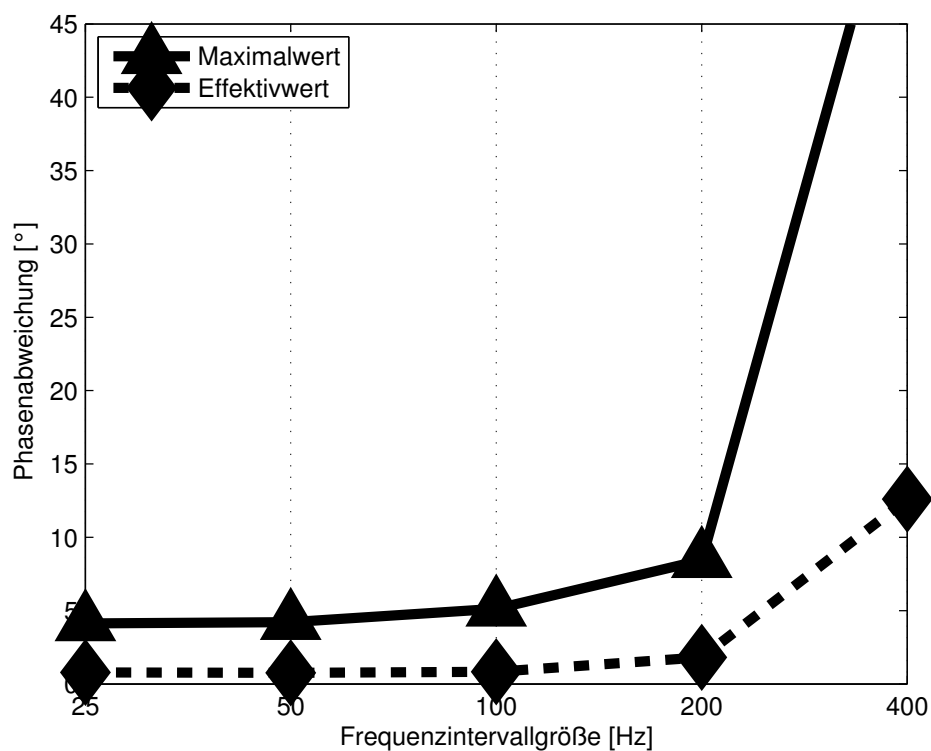
5.5.2.9 Fazit

Die optimalen Werte und der Stabilitätsbereich für die Reglerverstärkung und den Frequenzmultiplikator waren bereits zuvor bekannt [Kli+07; Len12, S. 140]; das in dieser Arbeit verwendete Modell kann diese Ergebnisse reproduzieren (siehe auch Kapitel 6.2).

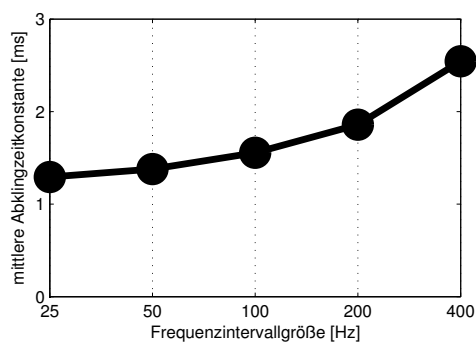
Es können erhebliche zusätzliche Latenzzeiten toleriert werden und der Einfluss der Abtastintervalle ist gering. Insbesondere verbessert eine höhere Abtastrate das Verhalten der Regelung nicht, und eine geringere Abtastrate ist möglich. Das lässt den Schluss zu, dass zukünftige Optimierungen eher darauf abzielen sollten, den Platzbedarf der Logik auf den FPGA-Bausteinen zu reduzieren, um weitere Funktionen auf selbige auslagern zu können [SKG12]. Bisherige Arbeiten auf diesem Gebiet konzentrierten sich eher auf eine Erhöhung des Durchsatzes (z. B. [PGK10]), wovon das Gesamtsystem aber nicht profitiert. Von einer wiederholt vorgeschlagenen [PG11; Sam+11; Pon12] Verbesserung der Rechengenauigkeit der Signalverarbeitungseinheiten würde das Gesamtsystem übrigens ebenso wenig profitieren [SKG12].

5.5.3 Parameterabweichungen der Regelstrecke

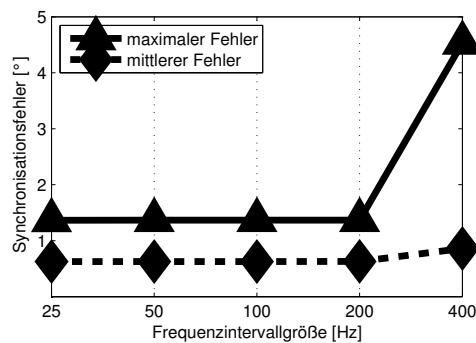
Insbesondere die Parameter der Kavitäten und der analogen Regelkreise sind mit einer gewissen Unsicherheit behaftet. Seitens der GSI wird mit Abweichungen von bis zu $\pm 20\%$ gerechnet. Nachfolgend soll daher auch die



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.55.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Größe der Frequenzintervalle

Sensitivität des Systems bezüglich jener Parameter untersucht werden. Die Parameter der digitalen Regelsysteme dagegen sind entweder frei wählbar oder zumindest indirekt beeinflussbar (z. B. Latenzzeiten).

In komplexen Systemen ist das Auffinden des schlechtesten anzunehmenden Falls¹³ nicht trivial, denn dieser stellt sich nicht unbedingt dann ein, wenn die einzelnen Parameter ihre jeweiligen Extremwerte einnehmen [Geh10b]. Im vorliegenden Fall beispielsweise sind die Auswirkung des Kavitätenwiderstands nicht unmittelbar ersichtlich: Ein großer Widerstand bedeutet geringe Verluste und damit eine hohe Güte des Schwingkreises, was aber auch eine stärkere Empfindlichkeit der Phasenlage von Abweichungen der Resonanzfrequenz zur Folge hat. Ein kleiner Widerstand dagegen verringert diese Empfindlichkeit, führt aber gleichzeitig auch zu einer langsameren Reaktion des Amplitudenregelkreises. Die Anwendung des **Simplex-Verfahrens** [NM65] (siehe Algorithmus 5.2) ergab, dass sich der schlechteste Fall genau dann einstellt, wenn

- der Kavitätenwiderstand aller Kavitäten den kleinsten Wert annimmt,
- die Steilheit der Reihenschaltung aus Modulator, Treiberverstärker und Tetrode für alle Kavitäten den kleinsten, für die Referenzkavität jedoch den größten Wert annimmt,
- die Kapazität und Induktivität der Referenzkavität den jeweils kleinsten Wert annehmen, ihre Resonanzfrequenz also stets nach oben abweicht

und außerdem

- alle Zeitkonstanten der analogen Regler den jeweils größten, an der Referenzkavität jedoch den kleinsten Wert annehmen und
- die Verstärkungsfaktoren der analogen Regler den jeweils kleinsten, an der Referenzkavität jedoch den größten Wert annehmen.

Abweichungen der Resonanzfrequenz der anderen Kavitäten spielen kaum eine Rolle. In diesem Fall ist die Referenzkavität eben am wenigsten repräsentativ für die Gesamtheit der Kavitäten im Beschleuniger. Die Strahlphasenregelung zieht jedoch nur die Spannung der Referenzkavität für die Berechnung der Phasendifferenz heran und daher ergeben sich in diesem Fall insgesamt die größten Abweichungen. Es können Parameterabweichungen von bis zu $\pm 40\%$ toleriert werden (siehe dazu Abbildung 5.57 in Abschnitt 5.5.3.1). Es ist anzunehmen, dass in der Praxis die einzelnen Kavitäten Parameterabweichungen in unterschiedliche Richtungen aufweisen und sich diese ausmitteln werden.

5.5.3.1 Parameterabweichungen der Kavitäten

In den nachfolgend beschriebenen Untersuchungen wurde jeweils angenommen, dass nur jeweils ein Parameter abweicht und alle anderen Parameter ihre Idealwerte annehmen. Ferner wurde angenommen, dass die Abweichungen jeweils **alle Kavitäten gleichermaßen** betreffen. Der tatsächliche Wert jeweils eines Parameters wurde zwischen $\frac{1}{10}$ und dem 10fachen seines Sollwerts variiert.

Abbildung 5.56 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Steilheit der Modulator-Verstärker-Kette von ihrem Sollwert. Die Steilheit hat kaum Einfluss auf die Regelgüte; selbst bei einem Istwert von nur 10% des Sollwerts bleibt das System stabil, und für Abweichungen unter 50% des Sollwerts ist überhaupt keine Verschlechterung der Regelgüte erkennbar. Dieses Verhalten resultiert daraus, dass die Steuerspannung des Modulators im Modell nicht begrenzt ist und von der Amplitudenregelung beliebig erhöht werden kann. Die Simulationsergebnisse sind deshalb in diesem Fall nicht auf die Realität, in welcher die Steuerspannung auf den Bereich 0–10 V begrenzt ist, übertragbar.

Abbildung 5.57 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen des Kavitätenwiderstands. Größere Widerstände (also geringere Verluste) als erwartet führt nur zu geringen Änderungen der Regelgüte. Dagegen verschlechtert sich diese bei kleineren Widerständen (also höheren Verlusten) rapide und bei einer Abweichung von mehr als 40% des Sollwerts ist das Gesamtsystem bereits nicht mehr stabil. Ein kleiner Kavitätenwiderstand vergrößert den Einfluß von Eigenfrequenz-Abweichungen und erschwert außerdem die Amplitudenregelung. Da der Anregungsstrom der Kavität begrenzt ist, können bei zu kleinem Kavitätenwiderstand große Amplituden unter Umständen nicht mehr erreicht werden.

¹³ worst case

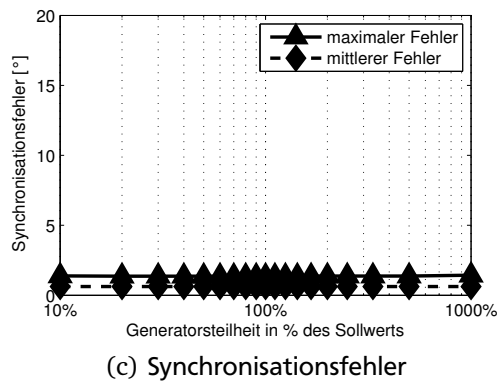
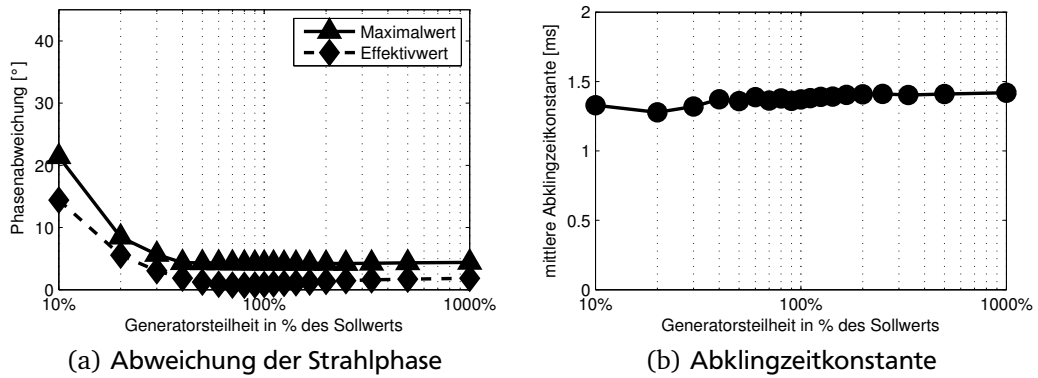


Abbildung 5.56.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Steilheit der Modulator-Verstärker-Kette

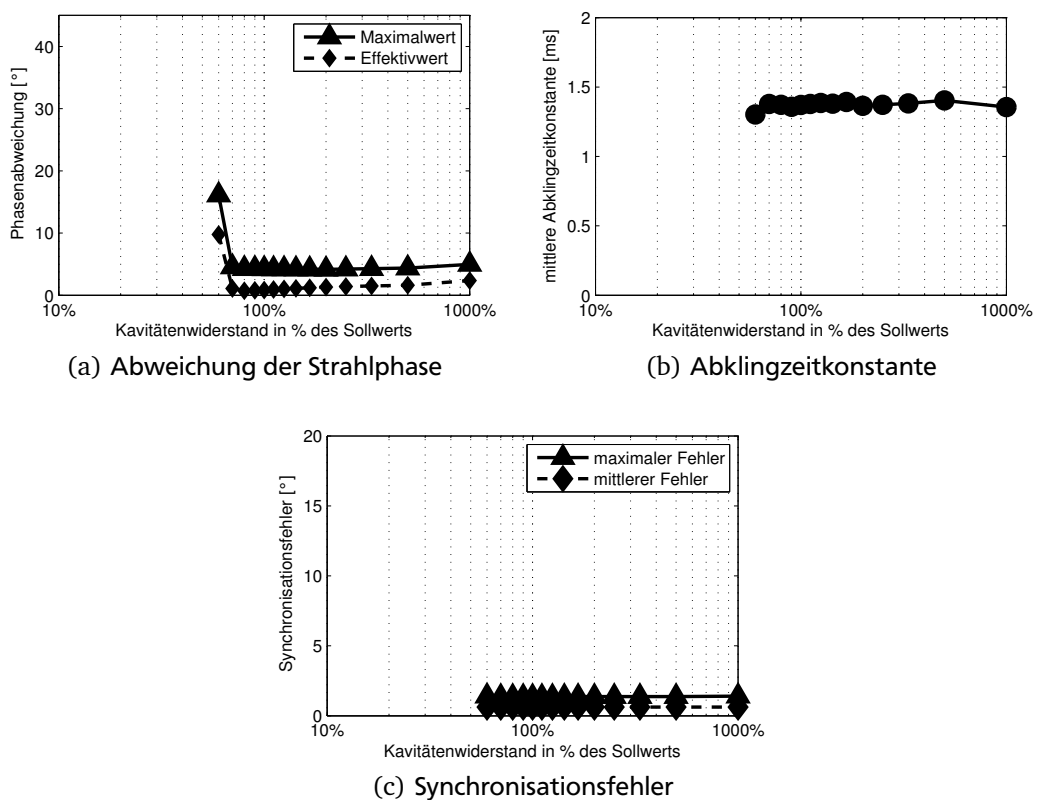


Abbildung 5.57.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit vom Kavitätenwiderstand

Die Abbildungen 5.58 und 5.59 zeigen die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Kavitäteinduktivität bzw. -kapazität. Beide Parameter beeinflussen die Resonanzfrequenz der Kavität: Zu große Werte führen zu einer zu niedrigen, zu kleine Werte zu einer zu hohen Resonanzfrequenz. Größere Abweichungen führen zu einer spürbaren Verschlechterung der Regelgüte oder lassen das Gesamtsystem sogar instabil werden. Der Frequenzbereich, innerhalb dessen die Resonanzfrequenz der Kavitäten verstellt werden kann, ist begrenzt (0,8 MHz bis 5,4 MHz). Bei extremen Abweichungen kann es daher vorkommen, dass die tatsächliche Resonanzfrequenz, welche in Folge der Parameterabweichungen höher oder niedriger liegt, in Folge dieser Begrenzung nicht mit der tatsächlichen Frequenz des HF-Felds in Einklang gebracht werden kann.

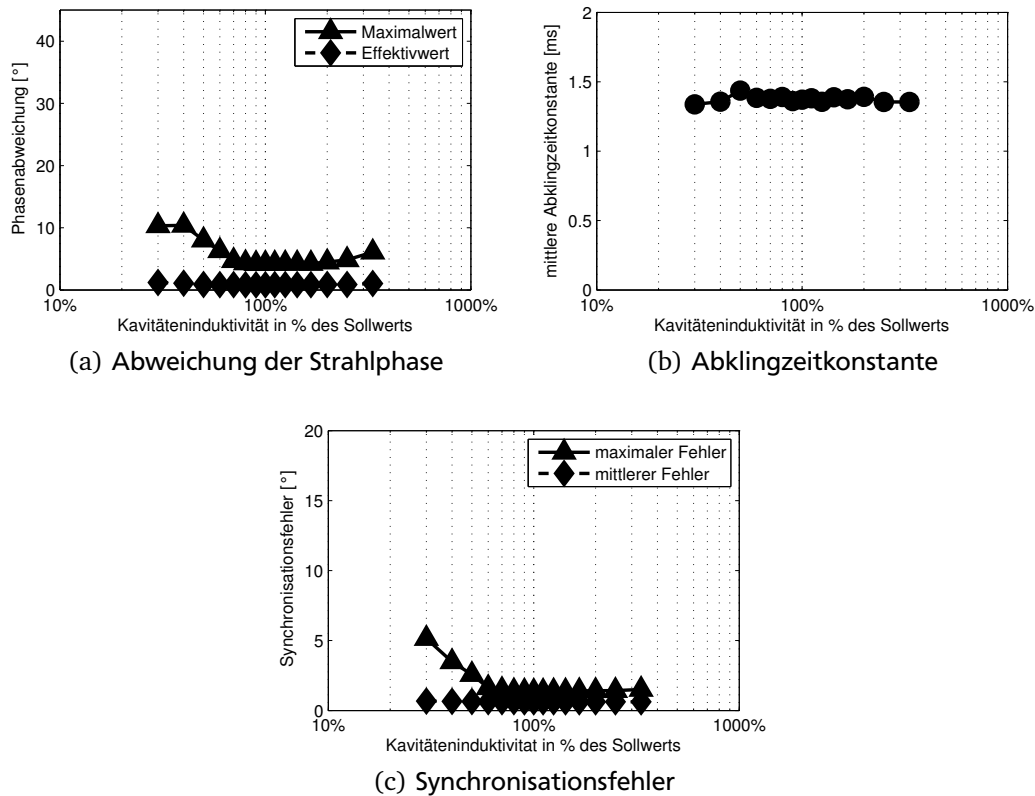


Abbildung 5.58.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Kavitäteninduktivität

5.5.3.2 Parameterabweichungen der Amplituden- und Eigenfrequenzregler

In den nachfolgend beschriebenen Untersuchungen wurde angenommen, dass die Kavitätenparameter die in Tabelle 5.1 aufgeführten, um bis zu $\pm 20\%$ abweichenden Werte aufweisen. Ferner wurde angenommen, dass jeweils ein Parameter der lokalen Regelkreise (Amplituden- oder Resonanzfrequenzregler) abweicht, während alle anderen Parameter ihre Idealwerte annehmen, und dass diese Abweichungen jeweils **alle Kavitäten gleichermaßen** betreffen.

Abbildung 5.60 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Verstärkung der Resonanzfrequenzregelung. Über einen weiten Bereich hinweg haben Abweichungen der Verstärkung praktisch keinen Einfluss auf die Regelgüte.

Abbildung 5.61 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Zeitkonstante des Vormagnetisierungsstroms. Über einen weiten Bereich hinweg haben Abweichungen der Zeitkonstante praktisch keinen Einfluss auf die Regelgüte. Die Trägheit des Vormagnetisierungsstroms bewirkt eine Tiefpassfilterung. Der Nennwert der Zeitkonstante beträgt 1 ms (siehe Abschnitt 4.2.6.5). Eine kleinere Zeitkonstante bedeutet eine höhere Grenzfrequenz des Durchlassbereichs, so dass sich die Bandbreite der Regelung vergrößert; offenbar profitiert das Gesamtsystem davon aber nicht. Eine größere Zeitkonstante bedeutet eine niedrigere Grenzfrequenz des Durchlassbereichs, so dass sich die Bandbreite der Regelung verringert. Da der Sollwert der Frequenz sich jedoch nur vergleichsweise langsam ändert (siehe z. B. Abbildung 5.1a), hat das jedoch keinen nennenswerten Einfluss auf die Regelgüte.

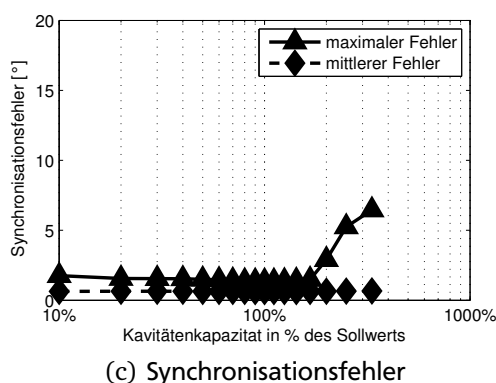
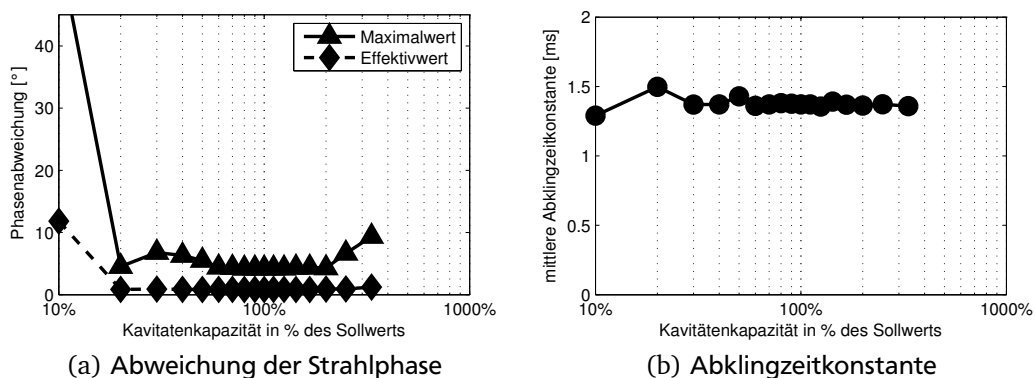


Abbildung 5.59.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Kavitätenkapazität

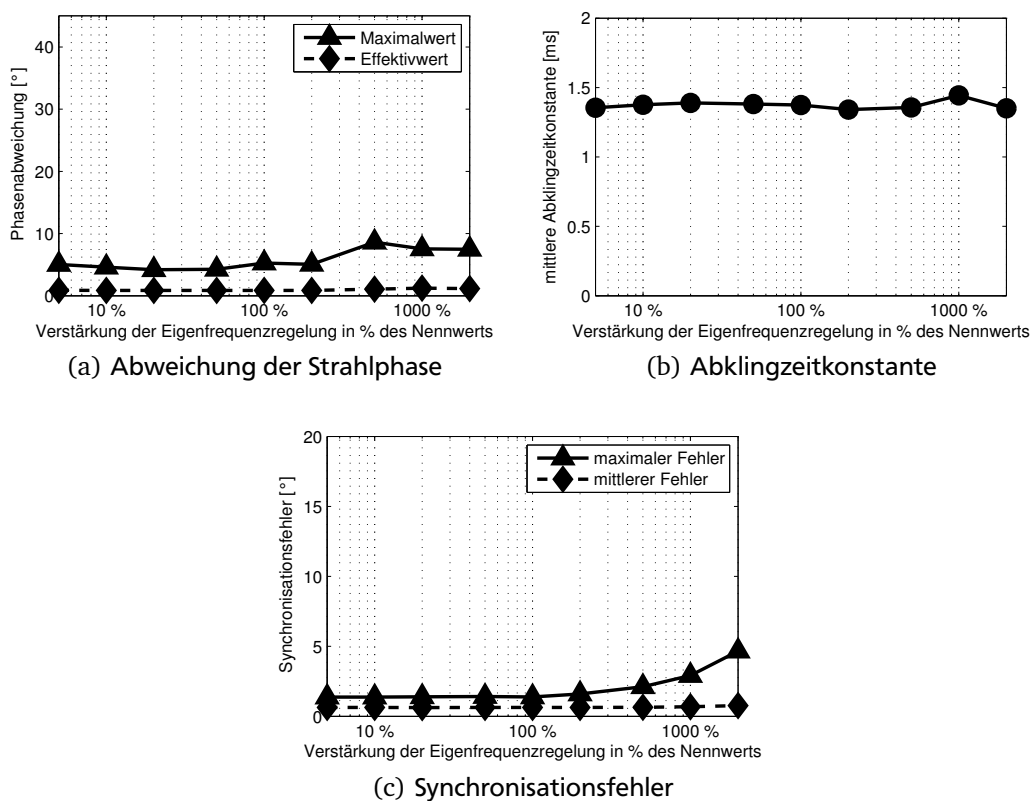


Abbildung 5.60.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Verstärkung der Resonanzfrequenzregelung

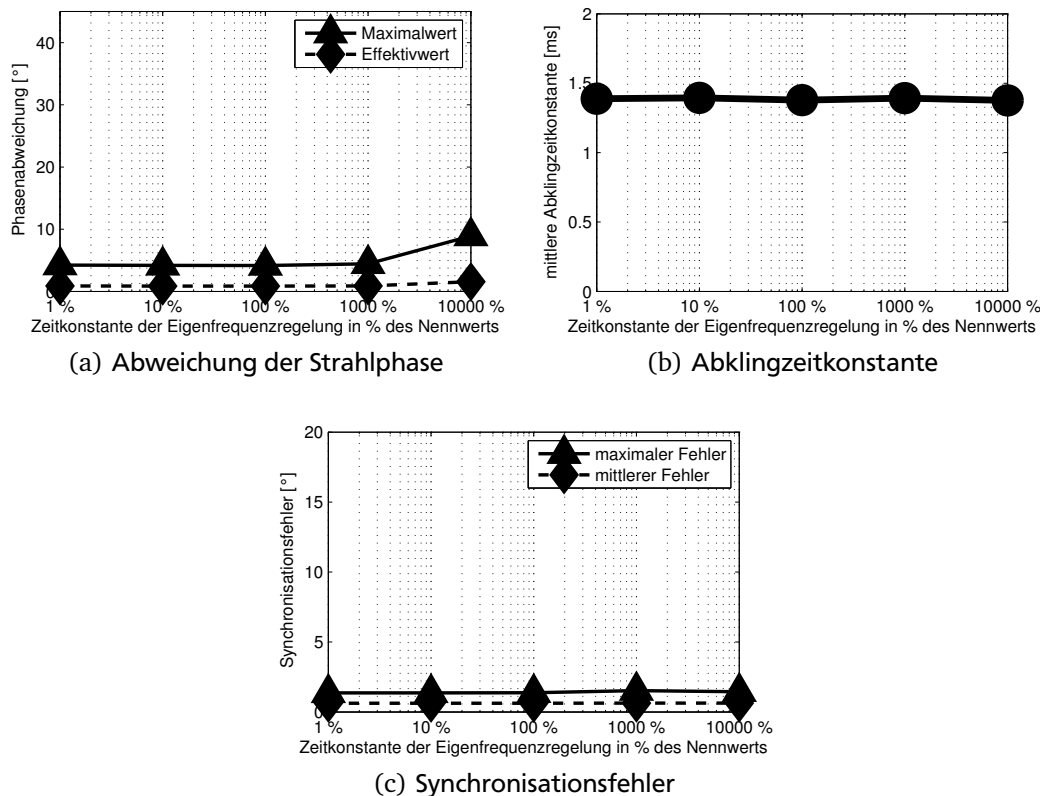


Abbildung 5.61.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Zeitkonstante der Resonanzfrequenzregelung

Abbildung 5.62 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Verstärkung der Amplitudenregelung. Fällt diese Verstärkung sehr viel kleiner aus als im Modell angenommen, so verschlechtert sich die Regelgüte. Fällt sie dagegen sehr viel größer aus, wird das Gesamtsystem instabil. Dabei handelt es sich jedoch um ein rein numerisches Problem: Der in einem beliebigen Arbeitspunkt linearisierte Amplituden-Regelkreis ist für jede positive Reglerverstärkung stabil. Für sehr große Verstärkungen (jenseits etwa des 14fachen des im Modell angenommenen Werts) wird die Zeitkonstante des geschlossenen Regelkreises aber kleiner als die maximale Simulationsschrittweite von $1\mu\text{s}$. Das Modell ist dann numerisch nicht mehr stabil.

Abbildung 5.63 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Verstärkung der Amplitudenvorsteuerung. Eine kleinere Verstärkung als angenommen hat kaum einen Einfluss auf die Regelgüte. Im Extremfall einer Verstärkung von Null entfällt die Vorsteuerung. Offenbar ist die Amplitudenregelung in der Lage, die Sollamplitude auch ohne Mitwirkung der Vorsteuerung einzuregulieren. Dagegen verschlechtert eine deutlich größere Verstärkung die Regelgüte erheblich. Der von der Vorsteuerung eingestellte Wert ist dann zu groß, und die Regelung muss „gegen die Vorsteuerung ankämpfen“.

Abbildung 5.64 zeigt die Gütemaße der Strahlphasenregelung für Abweichungen der Zeitkonstante der Amplitudenregelung. Fällt diese Verstärkung sehr viel größer aus als im Modell angenommen, so verschlechtert sich die Regelgüte, weil die Bandbreite der Regelung dann kleiner ausfällt. Fällt sie dagegen sehr viel kleiner aus, wird das Gesamtsystem instabil. Auch dies ist ein rein numerisches Problem und tritt für Zeitkonstanten unter etwa 7% des angenommenen Werts auf.

5.6 Ansätze zur weiteren Verbesserung der Regelgüte

Wie in Abschnitt 5.4 gezeigt, ist das Verhalten des Systems bei sehr niedrigen Synchrotronfrequenzen unbefriedigend. Abschnitt 5.6.1 geht daher auf mögliche Verbesserungen ein.

Stellvertretend für zahlreiche, von unterschiedlicher Seite vorgebrachte weitere Verbesserungsvorschläge soll in Abschnitt 5.6.2 die Verwendung der Vektorsumme der Kavitätsspannungen (statt der Spannung über nur einer Kavität) zur Regelung der Strahlphase betrachtet werden.

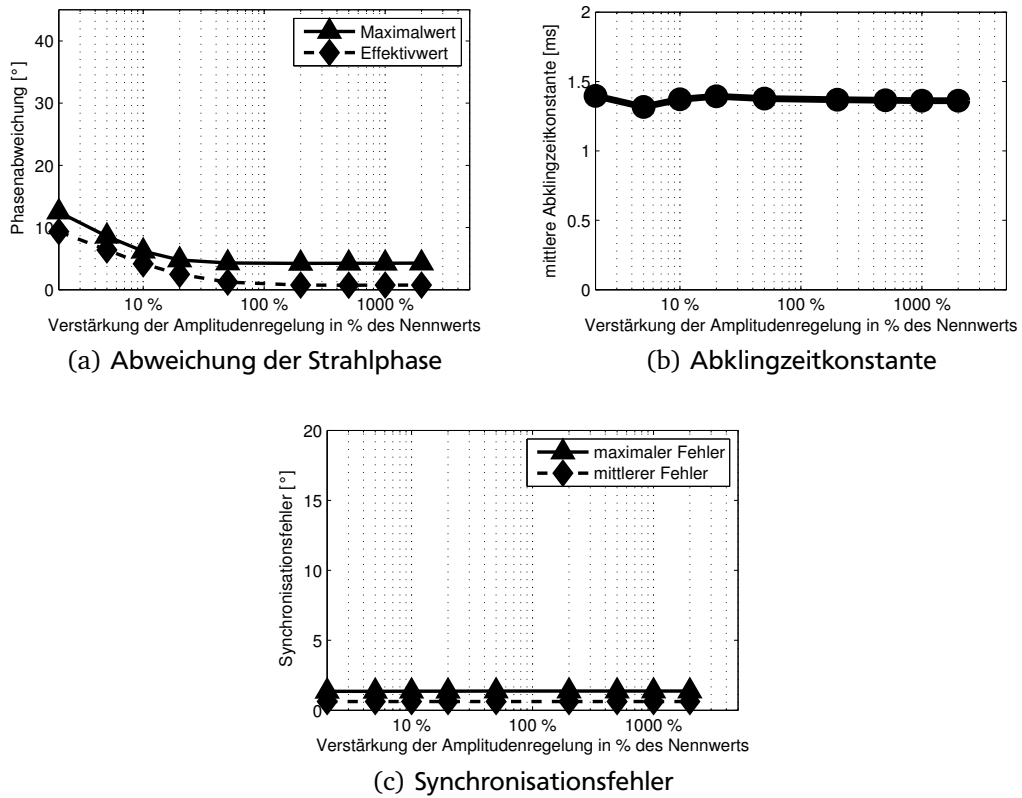


Abbildung 5.62.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Verstärkung der Amplitudenregelung

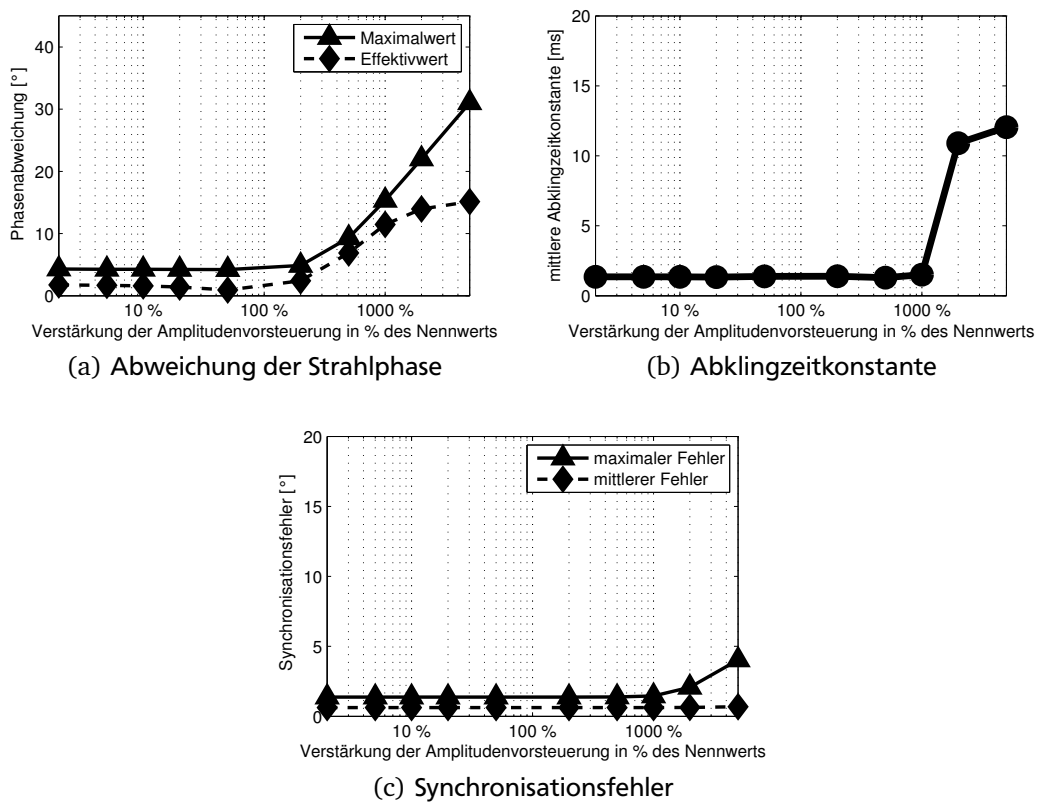
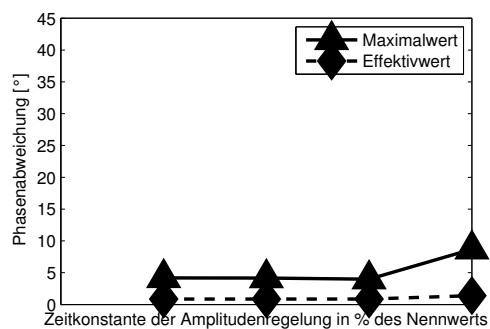
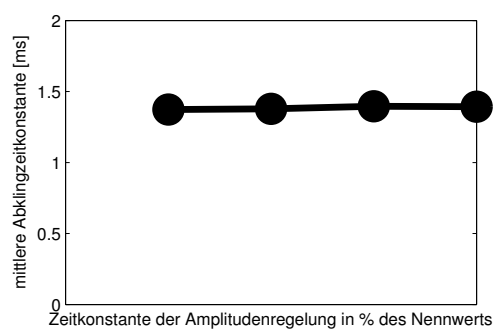


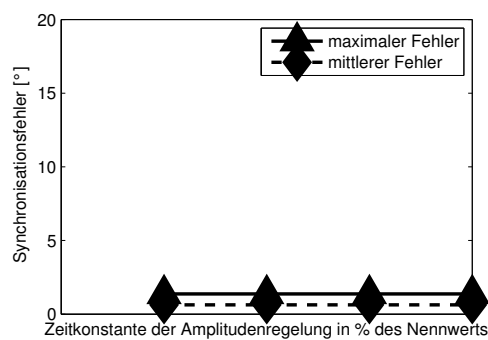
Abbildung 5.63.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Verstärkung der Amplitudenvorsteuerung



(a) Abweichung der Strahlphase



(b) Abklingzeitkonstante



(c) Synchronisationsfehler

Abbildung 5.64.: Gütemaße für einen $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklus in Abhängigkeit von der Zeitkonstante der Amplitudenregelung

5.6.1 Verbesserung des Systemverhaltens bei sehr niedriger Synchrotronfrequenz

Wie schon in Abschnitt 5.4.1 geschildert, führen die in Abschnitt 5.1.1 beschriebenen Sollwertverläufe für die Beschleunigung von Protonen am Ende des Beschleunigungszyklus zu einem starken Anwachsen der Differenz zwischen synchroner Phase und tatsächlicher Strahlphase (siehe Abbildung 5.35a auf Seite 126). Das Geschehen am Ende eines derartigen Zyklus ist in Abbildung 5.65 dargestellt. Die synchrone Phase (rote, gestrichelte Kurve in Abbildung 5.65a) fällt innerhalb von nur etwa 37 ms von etwa 60° auf 0. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Synchrotronfrequenz (schwarze, durchgezogene Kurve in Abbildung 5.65b) unter 20 Hz; diese Änderung vollzieht sich somit in nur einem Bruchteil einer Synchrotronperiode. Der Bunch kann dieser raschen Änderung nicht folgen und es ergibt sich eine Abweichung der tatsächlichen Strahlphase (schwarze, durchgezogene Kurve in Abbildung 5.65a) von der synchronen Phase. In Folge ergibt sich eine kohärente Schwingung des Bunch um die synchrone Phase. Der quantisierte Schätzwert der Synchrotronfrequenz (blaue, gestrichelte Kurve in Abbildung 5.65b) ist kleiner als die kleinste einstellbare Mittenfrequenz des Filters der Strahlphasenregelung (roter Querstrich in Abbildung 5.65b). Daher ist die Strahlphasenregelung inaktiv und somit nicht in der Lage, diese Schwingung zu dämpfen; es bildet sich eine Dauerschwingung aus. Grund für das Abfallen der Synchrotronfrequenz ist die Verringerung der Beschleunigungsspannung auf wenige 100 V am Ende des Beschleunigungszyklus (siehe Abbildung 5.65c).

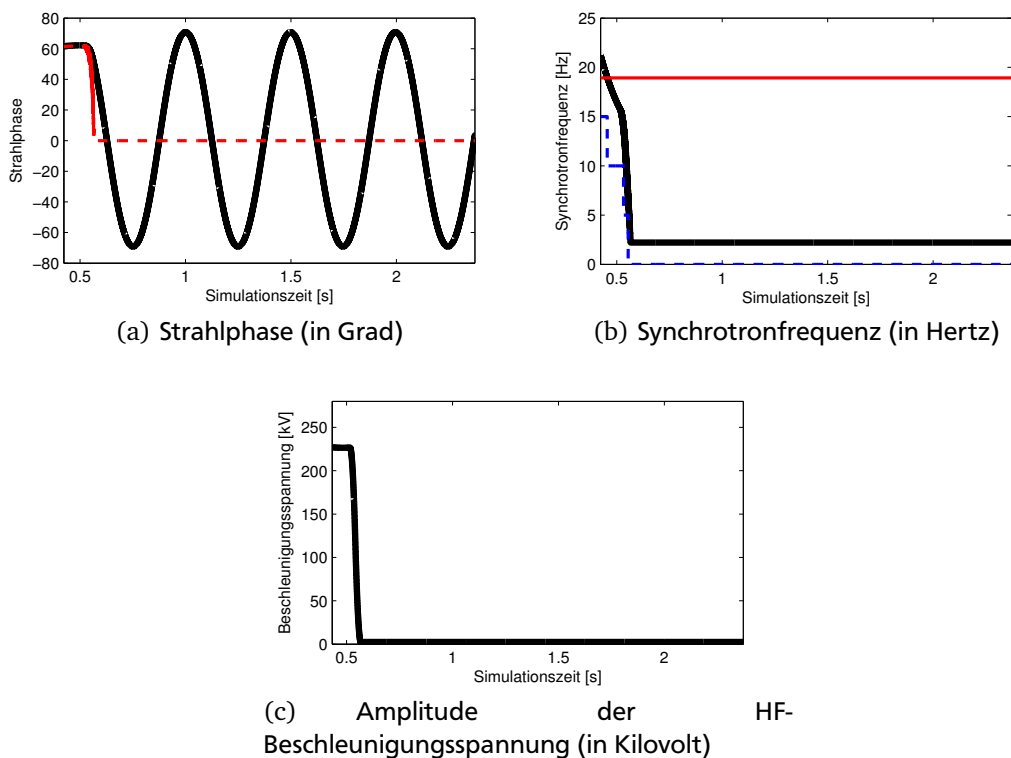


Abbildung 5.65.: Zeitlicher Verlauf verschiedener Größen am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus

Diese longitudinalen Strahlphasenschwingungen großer Amplitude sind im konkreten Fall kein sehr großes Problem, weil die Teilchen nach Abschluss des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs aus dem Synchrotron extrahiert werden. Bei einer Synchrotronfrequenz von wenigen Hertz beträgt die Periodendauer einige 100 ms; die bis zur Extraktion vergehende Zeit ist im Vergleich dazu klein, so dass die Emittanz des Strahls nur wenig anwächst (siehe Kapitel 2.5.8.2). Dennoch sollen nachfolgend einige Ansätze zur Verbesserung des Systemverhaltens vorgestellt werden:

1. Durch eine Vergrößerung des Abtastwertspeichers des Bandpassfilters kann die kleinstmögliche Mittenfrequenz reduziert werden, so dass die Strahlphasenregelung aktiv bleiben kann.
2. Die Sollwertrampen können angepasst werden, damit sich die Strahlphasenschwingungen nicht oder nur in verringertem Maße einstellen.

3. Dem Entstehen kohärenter Strahlphasenschwingungen kann durch eine geeignete Vorsteuerung begegnet werden.
4. Durch andere Regelalgorithmen oder eine andere Regeltopologie kann möglicherweise ein besseres Gesamtverhalten des Regelsystems erreicht werden.

Diese Ansätze sind zueinander orthogonal und lassen sich kombinieren.

5.6.1.1 Vergrößerung des Abtastwertspeichers des Bandpassfilters

Die Mittenfrequenz f_{Mitte} des in Kapitel 4.1.5.2 beschriebenen frequenzadaptiven Bandpassfilters ist beschränkt auf den Bereich $(L \cdot T)^{-1} \leq f_{Mitte} \leq (2 \cdot T)^{-1}$, wobei T das Abtastintervall und L die Anzahl der gespeicherten Abtastwerte ist. Folglich kann durch eine Vergrößerung des Abtastwertspeichers die kleinstmögliche Mittenfrequenz verringert werden, so dass die Strahlphasenregelung auch bei sehr niedrigen Frequenzen aktiv bleiben kann.

In Abbildung 5.66 ist das Verhalten des Systems für den Fall dargestellt, dass der Abtastwertspeicher 1.048.576 Werte (statt nur 16.384 wie in der bisherigen Implementierung) umfasst. Die kleinste einstellbare Mittenfrequenz des Filters der Strahlphasenregelung (roter Querstrich in Abbildung 5.66b) beträgt dann nur noch etwa 0,5 Hz (statt sonst 18,9 Hz). Die (in Abbildung 5.66a dargestellte) Strahlphasenschwingung wird dennoch nur schwach gedämpft: Aufgrund von Rundungsfehlern, die sich im Laufe der Simulation ergeben, weicht der Schätzwert der Synchrotronfrequenz vom tatsächlichen Wert ab. Diese Abweichung beträgt weit unter 1 Hz, macht sich aber bei niedrigen Synchrotronfrequenz unterhalb von etwa 10 Hz deutlich bemerkbar und beeinträchtigt die Regelgüte. In der Praxis wird der Schätzwert bereits bei der Übertragung vom Kontrollsystem an die Strahlphasenregelung in Schritten von 1,49 Hz quantisiert [Kli10a]. Auch diese (in der Simulation nicht berücksichtigte!) Quantisierung würde verhindern, dass ein Filter mit vergrößertem Abtastwertspeicher sein Potential voll ausspielen kann.

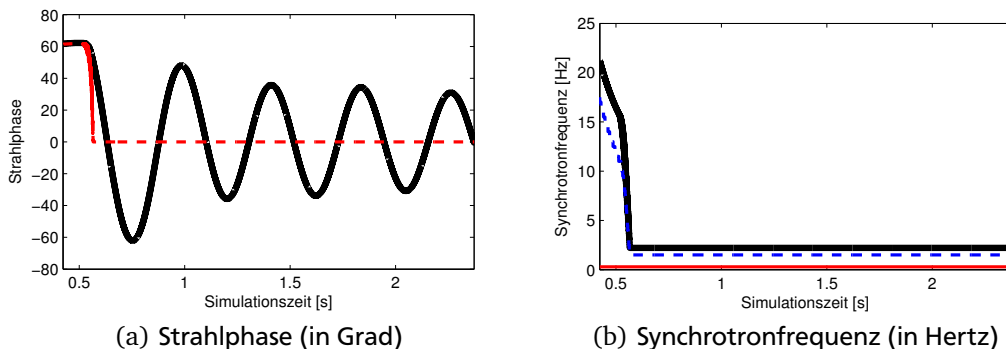


Abbildung 5.66.: Zeitlicher Verlauf verschiedener Größen am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei vergrößertem Abtastwertspeicher des Bandpassfilters der Strahlphasenregelung

In Abbildung 5.67 ist das Verhalten des Systems für den Fall dargestellt, dass der Schätzwert der Synchrotronfrequenz exakt dem Istwert entspricht. Dann ist die Strahlphasenregelung in der Lage, die Strahlphasenschwingungen innerhalb weniger Synchrotronperioden zu dämpfen.

5.6.1.2 Anpassung der Sollwertrampen

Die Synchrotronfrequenz ist gemäß Gleichung 2.71¹⁴ proportional zur Wurzel der Beschleunigungsspannung. Durch eine Erhöhung der Beschleunigungsspannung kann die Synchrotronfrequenz angehoben werden, so dass die Strahlphasenregelung besser arbeiten kann.

In Abbildung 5.68 ist das Verhalten des Systems für den Fall dargestellt, dass nach Erreichen der *Flat-Top*-Energie die Beschleunigungsspannung wieder auf den Maximalwert (280 kV) erhöht wird (siehe Abbildung 5.68c). Die

¹⁴ Zur Erinnerung: Gleichung 2.71 für die Synchrotronfrequenz lautet $f_S = f_{U,syn} \cdot \sqrt{-\frac{h \cdot \eta \cdot q \cdot \hat{u}_{eff} \cdot \cos(\varphi_{syn})}{2 \cdot \pi \cdot \beta_{syn}^2 \cdot \gamma_{syn} \cdot m_R \cdot c_0^2}}$, wobei \hat{u}_{eff} die Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung ist.

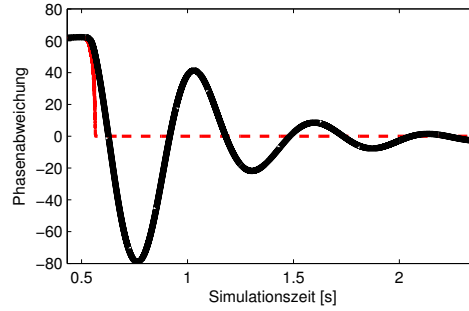
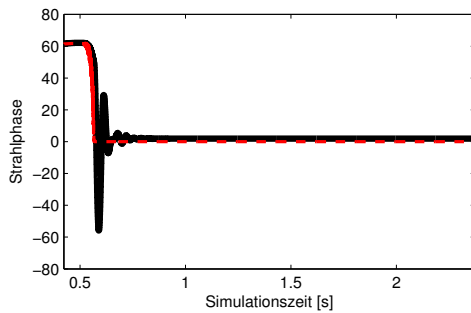
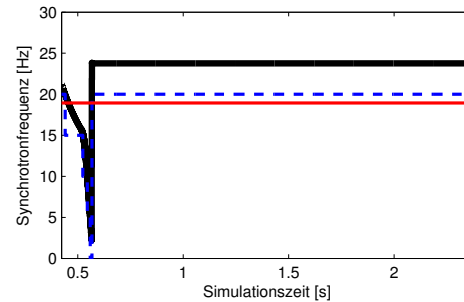


Abbildung 5.67.: Zeitlicher Verlauf der Strahlphase am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei vergrößertem Abtastwertspeicher des Bandpassfilters der Strahlphasenregelung und exakter Schätzung der Synchrotronfrequenz

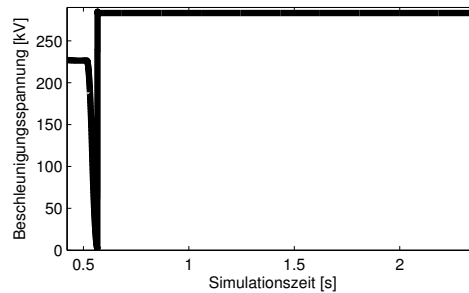
Synchrotronfrequenz steigt dadurch auf etwa 24Hz und damit über die kleinstmögliche Mittenfrequenz des Bandpassfilters der Strahlphasenregelung an (siehe Abbildung 5.68b). Die Strahlphasenregelung kann die entstehenden Strahlphasenschwingungen rasch dämpfen (siehe Abbildung 5.68a).



(a) Strahlphase (in Grad)



(b) Synchrotronfrequenz (in Hertz)



(c) Amplitude der HF-Beschleunigungsspannung (in Kilovolt)

Abbildung 5.68.: Zeitlicher Verlauf verschiedener Größen am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei maximaler Beschleunigungsspannung

Die Erhöhung der Synchrotronfrequenz verringert davon unabhängig die Amplitude der Strahlphasenschwingung: Eine harmonische Schwingung der Form $x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ hat die Geschwindigkeit

$$\dot{x}(t) = \omega \cdot \hat{x} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (5.38)$$

und somit eine kinetische Energie, die proportional ist zu

$$(\dot{x}(t))^2 = \omega^2 \cdot \hat{x}^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t). \quad (5.39)$$

Da sich die Energie nicht sprunghaft verändern kann, geht mit einer Erhöhung der (Kreis-)Frequenz ω automatisch eine entsprechende Verringerung der Amplitude \hat{x} einher.

Die Erhöhung der Beschleunigungsspannung hat natürlich Auswirkungen auf die Bunchform und -größe und kommt deshalb — abhängig von der beabsichtigten Verwendung des Strahls — möglicherweise nicht in Frage. Eine Alternative wäre, die Sollwertrampen so zu verändern, dass sich die synchrone Phase langsamer verändert und nur in geringerem Maße kohärente Strahlphasenschwingungen angeregt werden. Dadurch würde sich aber der Beschleunigungszyklus verlängern und die Wiederholrate verringern. Mangels Kenntnis der Anforderungen der angeschlossenen Experimente sollen diese Möglichkeiten daher an dieser Stelle nicht weiter diskutiert und den jeweiligen Experten überlassen bleiben.

5.6.1.3 Vermeidung der Anregung kohärenter Dipolschwingungen durch Vorgabe einer Sollphase

Sprünge der synchronen Phase regen kohärente Dipolschwingungen an. Gleiches gilt für Änderungen der synchronen Phase, die so rasch erfolgen, dass die Teilchen des Bunch der Änderung aufgrund ihrer Trägheit nicht folgen können. Anhang folgender Überlegungen lässt sich das leicht nachvollziehen:

- Das synchrone Teilchen befinde sich im Bunchschwerpunkt und bewege sich relativ zu diesem nicht. Die Strahlphase (siehe Kapitel 2.5.6) ist also gleich der synchronen Phase $\varphi_{syn,1}$.
- Die synchrone Phase springe nun von auf den neuen Wert $\varphi_{syn,2}$. Die Phasenlage der wirksamen Beschleunigungsspannung ändere sich dabei nicht.
- Anders als das fiktive synchrone Teilchen können die Teilchen des Bunch ihren Aufenthaltsort nicht sprunghaft ändern. Die Strahlphase beträgt noch immer $\varphi_{syn,1}$, die Abweichung derselben von der synchronen Phase also $\varphi_{syn,2} - \varphi_{syn,1}$.
- Der Bunch beginnt daher, kohärente Schwingungen um das synchrone Teilchen auszuführen. Die Amplitude der Strahlphasenschwingung beträgt $\varphi_{syn,2} - \varphi_{syn,1}$.

Ändert sich gleichzeitig mit der synchronen Phase die Phasenlage der wirksamen Beschleunigungsspannung von $\varphi_{eff,1}$ auf $\varphi_{eff,2}$, so ändert sich auch die Strahlphase, welche unmittelbar nach dem Sprung $\varphi_{syn,1} - \varphi_{eff,2} + \varphi_{eff,1}$ beträgt. Somit ändert sich auch die Amplitude der beginnenden Strahlphasenschwingung zu $\varphi_{syn,2} - \varphi_{syn,1} + \varphi_{eff,2} - \varphi_{eff,1}$. Wenn die Änderung der Phase der Beschleunigungsspannung den gleichen Betrag wie die Änderung der synchronen Phase, aber das umgekehrte Vorzeichen hat ($\varphi_{eff,2} - \varphi_{eff,1} = -(\varphi_{syn,2} - \varphi_{syn,1})$), dann hat die Strahlphase sofort den neuen Wert $\varphi_{syn,2}$, ohne dass sich die Teilchen bewegt hätten. Es ergibt sich keine Strahlphasenschwingung. Dieser Fall kann theoretisch dadurch erreicht werden, dass der Sollwert der synchronen Phase, welcher ja vorab bekannt ist, mit umgekehrtem Vorzeichen (siehe Abbildung 5.69) den Synthesizern (entweder dem Strahlphasen-Synthesizer oder den lokalen Synthesizern der einzelnen Kavitäten) als Sollphase vorgegeben wird.

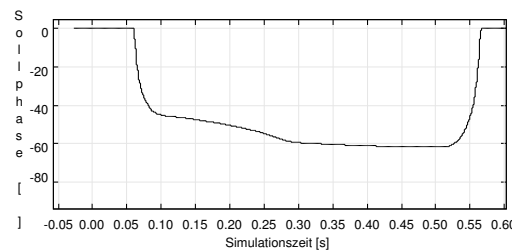


Abbildung 5.69.: Negative synchrone Phase als Sollphase

In der Praxis wird die tatsächliche Phasenlage der wirksamen Beschleunigungsspannung nie exakt dieser Sollphase entsprechen: Der Anregungsstrom der Ferritkern-Kavitäten kann sich nicht sprunghaft ändern, so dass Phasensprünge ausgeschlossen sind und der Sollwertverlauf nur näherungsweise nachgefahren werden kann. Zudem bewirken die Strahlphasenregelung und die Kavitätensynchronisation selbst Phasenabweichungen der Beschleunigungsspannung. Störeinflüsse wie Parameterabweichungen der Kavitäten und Latenzzeiten kommen noch hinzu. Die Vorgabe dieser Sollphase bewirkt dennoch eine erhebliche Reduzierung der Amplitude der Strahlphasenschwingungen, wie Abbildung 5.70 zeigt. Dieser Ansatz ist allgemein anwendbar und verringert die Amplitude

von Strahlphasenschwingungen bei beliebiger Synchrotronfrequenz. Eine verbesserte Dämpfung von Schwingungen sehr niedriger Frequenz bewirkt er dagegen nicht; um dies zu erreichen, kann er mit den in den Abschnitten 5.6.1.1 und 5.6.1.2 geschilderten Ansätzen kombiniert werden.

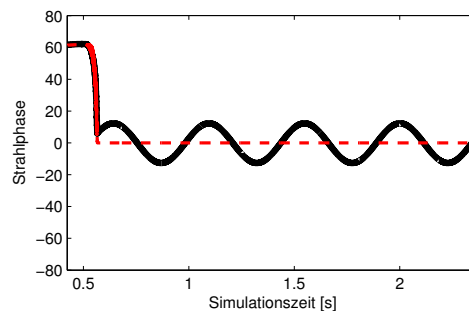


Abbildung 5.70.: Zeitlicher Verlauf der Strahlphase am Ende des Protonen-Beschleunigungszyklus bei Vorgabe einer Sollphase

5.6.1.4 Verbesserte Regelalgorithmen oder Systemtopologie

Durch bessere Regelalgorithmen oder eine andere Systemtopologie kann die Regelgüte des Systems möglicherweise weiter verbessert werden. Mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Modell steht für derartige Untersuchungen ein Werkzeug bereit; die Auswahl alternativer Algorithmen oder Topologien und ihre Untersuchung würde jedoch den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprengen.

5.6.2 Alternative Systemtopologien

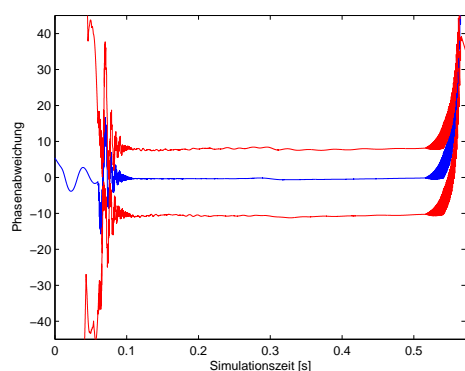
Derzeit ist vorgesehen, dass die Strahlphasenregelung nur die über der Referenzkavität abfallende Spannung heranzieht. Wie in Abschnitt 5.5.3 beschrieben, ist das dann problematisch, wenn diese Referenzkavität nicht repräsentativ für die Gesamtheit der Kavitäten ist. Alternativ wäre es auch möglich, die **Vektorsumme** der über allen Kavitäten abfallende Spannung heranzuziehen, wozu die einzelnen Spannungen aber (etwa von den Kavitäten-DSPs) gemessen und an die Strahlphasenregelung übertragen werden müssten. Auf diese Weise sollte der Einfluss von Parameterabweichungen einzelner Kavitäten auf das Gesamtsystemverhalten verringert werden. Diese Übertragung könnte per Inter-DDS-Kommunikation oder ein vergleichbares Medium geschehen. Ebenso wie die Übertragung der Stellgröße an die einzelnen Versorgungsräume würde auch diese Übertragung aber eine Latenzzeit mit sich bringen, die ihrerseits das Systemverhalten wieder beeinträchtigen würde.

Eine weitere Möglichkeit wäre es, die Messwerte mehrerer Strahlstromsensoren an die Strahlphasenregelung zu übertragen. Bisher zieht die Strahlphasenregelung nur einen Strahlstromsensor heran. Die Messwerte könnten gemittelt und so das Messrauschen vermindert werden, was eine präzisere Messung der Grundschiwingung des Strahlstroms erlauben würde.

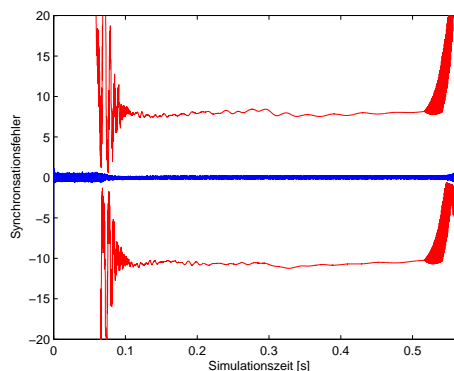
Eine **Monte-Carlo-Simulation** des Systems soll zeigen, ob die Verwendung der Vektorsumme der Kavitätenspannungen statt nur der Spannung einer einzelnen Kavität das Systemverhalten verbessert. Dabei wurde angenommen, dass — wie bei der Inter-DDS-Kommunikation — die Messwerte zu jedem $BuTiS-T_0$ -Takt erhoben und versendet und beim nächsten T_0 -Takt beim Empfänger wirksam werden. Tabelle 5.29 zeigt im Vergleich mit Tabelle 5.27, dass sich die Gütemaße damit etwas verbessern. Insbesondere die maximalen Abweichungen verringern sich. In Abbildung 5.71 ist im Vergleich mit Abbildung 5.39 keinerlei Verbesserung zu erkennen. Das beschriebene alternative Verfahren bietet also keine nennenswerte Verbesserung, ist aber schwieriger umzusetzen, so dass zu seiner Anwendung nicht geraten werden kann.

Tabelle 5.29.: Werte der verschiedenen Gütemaße für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklen bei Verwendung der Vektorsumme der Kavitätsspannungen statt der Spannung der Referenzkavität

Gütemaß	Minimum	Mittelwert	Maximum	Vergleichswert	Einheit
Maximale Abweichung der Strahlphase	4,17	8,73	14,3	4,13	°
Mittlere Abweichung der Strahlphase	1,29	4,33	8,87	0,80	°
Mittlere Abklingzeitkonstante	528	562	601	1290	μs
Maximaler Synchronisationsfehler	4,03	4,47	5,26	1,36	°
Mittlerer Synchronisationsfehler	0,773	0,777	0,784	0,628	°



(a) Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase (in Grad)



(b) Phasenabweichung zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Strahlphasen-Synthesizers (in Grad)

Abbildung 5.71.: Regelabweichungen der Strahlphasenregelung und der Kavitätsynchronisation im Verlauf der Simulationszeit (in Sekunden) für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Zyklen bei Verwendung der Vektorsumme der Kavitätsspannungen statt der Spannung der Referenzkavität

Algorithmus 5.2 Simplex-Verfahren [NM65] zum Auffinden des Maximums einer Funktion

Vorbedingung: Sei N die Menge der freien Parameter und $f(\mathbf{x})$ mit $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ die zu maximierende Funktion. Sei ϵ_T ein Toleranzwert. Seien a , b und c Parameter des Verfahrens, die beliebig gewählt werden können (die Erfinder des Verfahrens schlagen $a = 1$, $b = 2$ und $c = 0,5$ vor [NM65]).

Bestimme $N + 1$ beliebige, voneinander verschiedene Parametervektoren $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^N$.

Bestimme zu jedem Parametervektor \mathbf{x}_i den zugehörigen Funktionswert $y_k = f(\mathbf{x}_k)$.

Bestimme \mathbf{x}_{\min} , \mathbf{x}_{\max} , y_{\min} und y_{\max} , so dass $y_{\min} = f(\mathbf{x}_{\min}) = \min_k(y_k)$ und $y_{\max} = f(\mathbf{x}_{\max}) = \max_k(y_k)$.

Solange $y_{\max} - y_{\min} > \epsilon_T$: {Der Algorithmus soll abbrechen, wenn die Differenz zwischen den betrachteten Funktionswerten kleiner wird als ϵ_T .}

$\mathbf{x}_S \leftarrow \frac{\sum_{k=1}^{N+1} \mathbf{x}_k}{N+1}$ { \mathbf{x}_S ist der Schwerpunkt des Simplex.}

$\mathbf{x}_R \leftarrow (1 + \alpha) \cdot \mathbf{x}_S - \alpha \cdot \mathbf{x}_{\min}$

$y_R \leftarrow f(\mathbf{x}_R)$

Wenn $y_R > y_{\max}$ **dann**

$\mathbf{x}_E \leftarrow (1 + \beta) \cdot \mathbf{x}_R - \beta \cdot \mathbf{x}_S$

$y_E \leftarrow f(\mathbf{x}_E)$

Wenn $y_E > y_{\max}$ **dann**

Ersetze \mathbf{x}_{\min} durch \mathbf{x}_E und y_{\min} durch y_E .

sonst

Ersetze \mathbf{x}_{\min} durch \mathbf{x}_R und y_{\min} durch y_R .

Ende

sonst

Wenn $\exists k : y_R > y_k > y_{\min}$ **dann**

Ersetze \mathbf{x}_{\min} durch \mathbf{x}_R und y_{\min} durch y_R .

sonst

Wenn $y_R > y_{\min}$ **dann**

$\mathbf{x}_Z \leftarrow \gamma \cdot \mathbf{x}_R + (1 - \gamma) \cdot \mathbf{x}_S$

sonst

$\mathbf{x}_Z \leftarrow \gamma \cdot \mathbf{x}_{\min} + (1 - \gamma) \cdot \mathbf{x}_S$

Ende

$y_Z \leftarrow f(\mathbf{x}_Z)$

Ende

Wenn $y_Z > y_{\min}$ **dann**

Ersetze \mathbf{x}_{\min} durch \mathbf{x}_Z und y_{\min} durch y_Z .

sonst

$\mathbf{x}_k \leftarrow \frac{\mathbf{x}_k + \mathbf{x}_S}{2} \forall k$

$y_k \leftarrow f(\mathbf{x}_k) \forall k$

Ende

Ende

Ende

Ergebnis: Die y_k konvergieren gegen y_{\max} , ein (lokales) Maximum von f .



6 Vergleich zwischen Simulation und Experiment

Die mittels des in Kapitel 4.2 vorgestellten Modells und der aus den damit durchgeführten Simulationen gewonnenen Erkenntnisse haben nur dann praktischen Nutzen, wenn das Modell die physikalische Realität ausreichend genau beschreibt. In diesem Kapitel soll genau das nachgewiesen werden, indem **Maschinenexperimente** an der GSI im Modell nachgestellt und die Ergebnisse miteinander verglichen werden. Alle Experimente wurden am *SIS18* durchgeführt, da das in der vorliegenden Arbeit hauptsächlich betrachtete *SIS100* nicht vor dem Jahre 2016 zur Verfügung stehen wird. Der Vergleich mit dem *SIS18* liegt auch insofern nahe, als einige Komponenten für das *SIS100* bereits am *SIS18* erprobt werden bzw. bewährte Komponenten des *SIS18* im *SIS100* ebenfalls zum Einsatz kommen sollen. Zur Nachstellung von Experimenten, welche am *SIS18* vorgenommen wurden, müssen einige Modellparameter an dieses Synchrotron angepasst werden:

- Die Transitions Grenze liegt bei einem Lorentzfaktor von 5.45.
- Der Kurvenradius in den Ablenk magneten beträgt 10 m.
- Der Umfang des Beschleunigers beträgt 216,72 m.

Da es im *SIS18* nur einen Versorgungsraum gibt, entfällt auch die Übertragung der Frequenz per Inter-DDS-Kommunikation und damit die Abtastung im Strahlphasen-Synthesizer ebenso wie die Übertragungslatenz.

6.1 Erfasste Messdaten

In Abbildung 6.1 sind beispielhaft die während eines Experiments am 2. April 2011 vom Strahlphasen-DSP erfassten Abtastwerte aufgetragen. Kanal A entspricht dabei der Spannung über dem Spalt der Referenzkavität, Kanal B dem Signal des Strahlagesensors. Die an der GSI eingesetzte und dort entwickelte DSP-Software erfasst für jeden Kanal stets genau 8.388.608 aufeinanderfolgende Abtastwerte [Kli10a], was bei einer Abtastfrequenz von 1,2405797 MHz einer Zeitspanne von 6,762 s entspricht. Die Analog-Digital-Wandler mit einer Auflösung von 14 bit liefern ganzzahlige Werte zwischen 0 und $2^{14} - 1 = 16.383$.

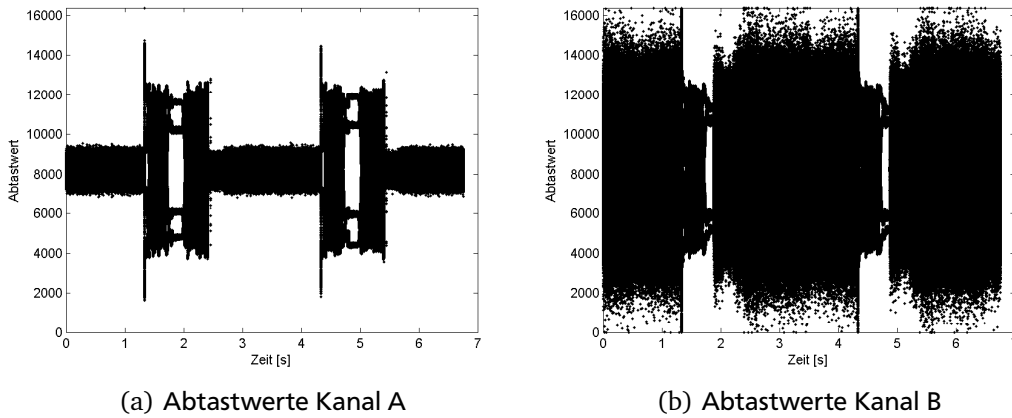


Abbildung 6.1.: Vom Strahlphasen-DSP erfasste Messwerte

Wie in Abschnitt 4.1.5.1 erläutert, sind — bei konstanter Frequenz und Phase — aufeinanderfolgende Abtastwerte jeweils um 90° versetzt. Aus den Abtastwerten s_n , $n \in \mathbb{N}$ werden daher die Inphasen- und Quadraturkomponenten beider Signale folgendermaßen errechnet:

$$i_n = \frac{s_{4n} - s_{4n+2}}{2} \quad (6.1)$$

$$q_n = \frac{s_{4n+1} - s_{4n+3}}{2} \quad (6.2)$$

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.2 dargestellt.

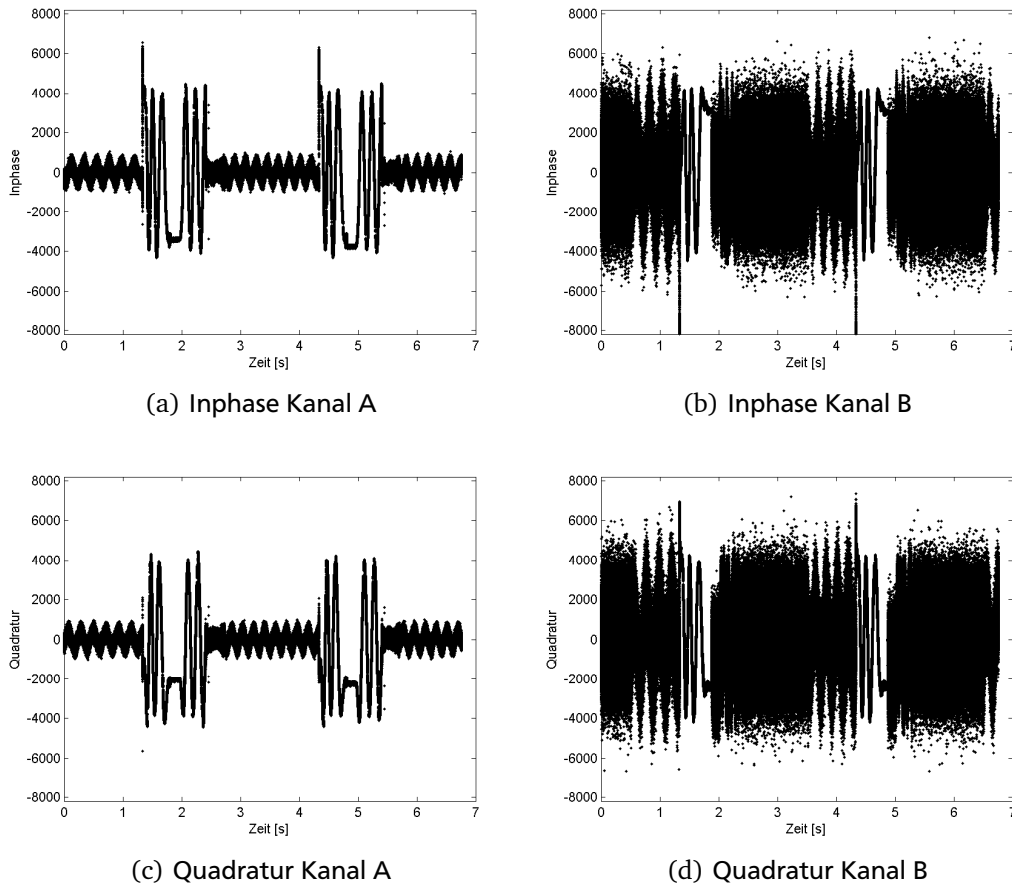


Abbildung 6.2.: Vom Strahlphasen-DSP errechnete Inphasen- und Quadraturkomponenten

Aus den Inphasen- und Quadraturkomponenten der beiden Signale werden Betrag m und Phase φ beider Signale berechnet:

$$m_n = \sqrt{i_n^2 + q_n^2} \quad (6.3)$$

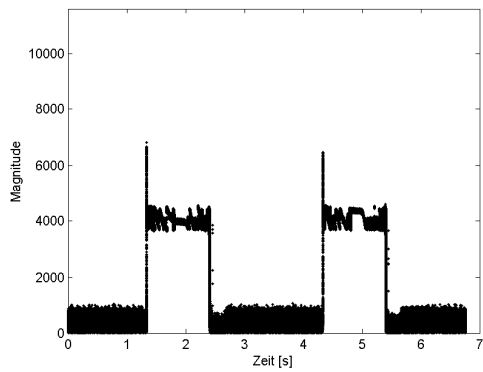
$$\varphi_n = \arctan\left(\frac{q_n}{i_n}\right) \quad (6.4)$$

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Darin ist bereits zu erkennen, dass zwei aufeinanderfolgende Beschleunigungszyklen in den fraglichen Zeitraum fallen. Vor Beginn und nach Ende eines Zyklus zirkuliert kein Strahl, und das Strahlagesignal enthält nur Rauschen.

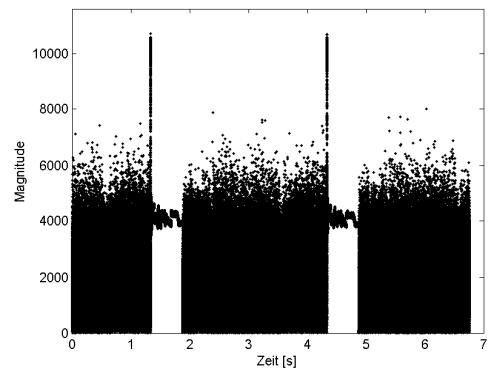
Die Phasen der beiden Signale variieren schnell. Das ist jedoch unerheblich; relevant ist lediglich die Phasendifferenz zwischen ihnen. Diese ist in Abbildung 6.4 aufgetragen. Zukünftig wird außerdem die Amplitude des Strahlsignals für die Dämpfung von Quadrupolschwingungen (siehe Kapitel 2.6.2) von Bedeutung sein.

Um die weitere Betrachtung zu vereinfachen, wird im Folgenden nur jeweils ein Beschleunigungszyklus betrachtet. Vor Beginn und nach Ende desselben enthält das Strahlagesignal nur Rauschen, weswegen sein Betrag und seine Phase zufällige Werte annehmen. Die Betrachtung wird daher weiter eingeschränkt auf den Zeitraum, in welchem auch tatsächlich Teilchen im Beschleuniger zirkulieren. In dem hier betrachteten Beispiel ist das für $1,341\text{s} \leq t \leq 1,379\text{s}$ (Abtastwerte Nr. 1.663.618–2.331.049) der Fall. Die vom Strahlphasen-DSP erfassten Abtastwerte während des fraglichen Zeitraums sind in Abbildung 6.6 aufgetragen. Darin ist bereits zu erkennen, dass aufeinanderfolgende Messwerte um 90° versetzt sind und somit abwechselnd der positiven Inphase, positiven Quadratur, negativen Inphase und negativen Quadratur entsprechen. Die zugehörigen Beträge und Phasen sind in Abbildung 6.6 dargestellt.

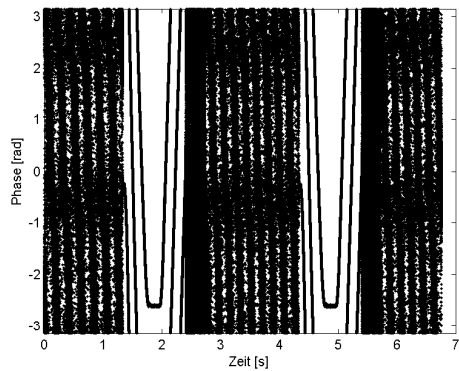
Die DSP-Software erfasst außerdem in Abständen von 1 ms den Schätzwert der Synchrotronfrequenz [Kli10a]. Dieser ist in Abbildung 6.7 aufgetragen. Abbildung 6.8 zeigt den Verlauf des Schätzwerts für den Zeitraum $1,341\text{s} \leq$



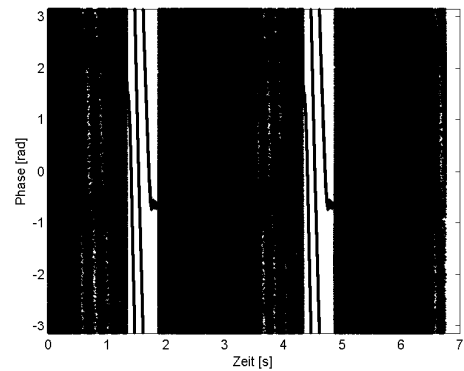
(a) Betrag Kanal A



(b) Betrag Kanal B



(c) Phase Kanal A (im Bogenmaß)



(d) Phase Kanal B (im Bogenmaß)

Abbildung 6.3.: Vom Strahlphasen-DSP errechnete Beträge und Phasen

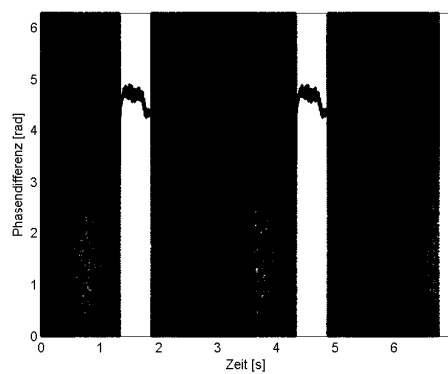
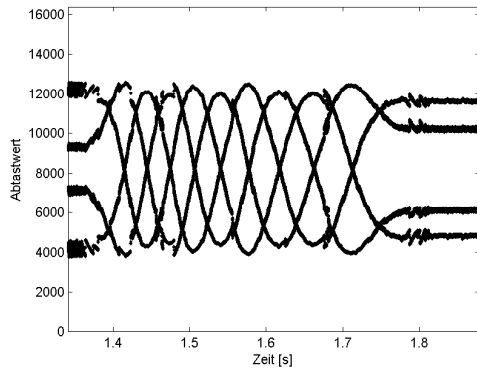
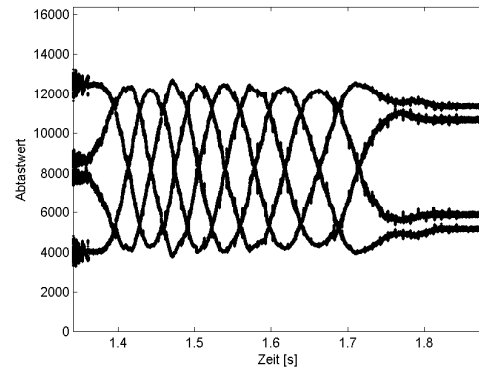


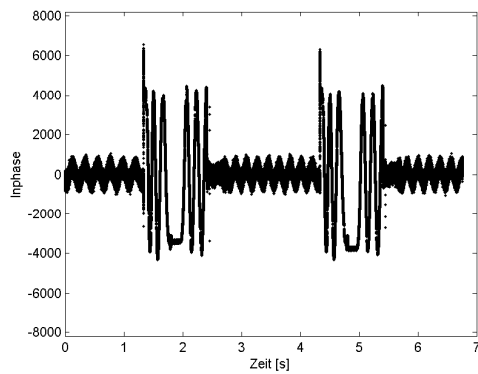
Abbildung 6.4.: Vom Strahlphasen-DSP errechnete Phasendifferenz (im Bogenmaß)



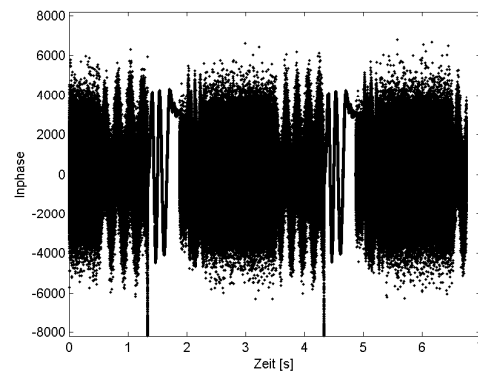
(a) Abtastwerte Kanal A



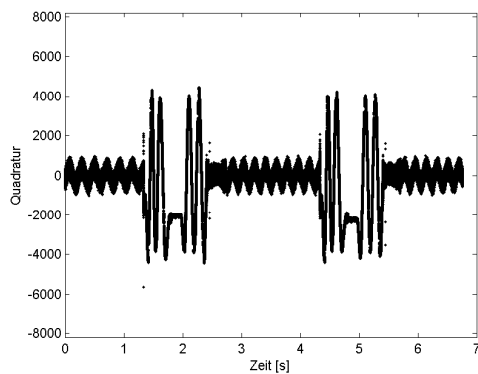
(b) Abtastwerte Kanal B



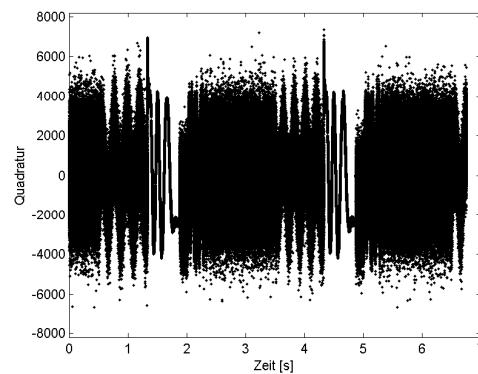
(c) Inphase Kanal A



(d) Inphase Kanal B

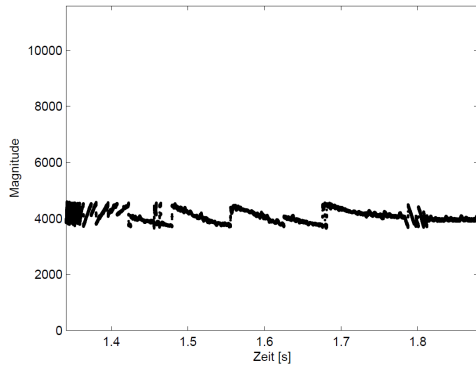


(e) Quadratur Kanal A

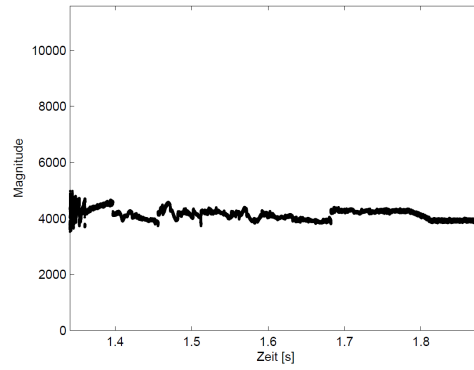


(f) Quadratur Kanal B

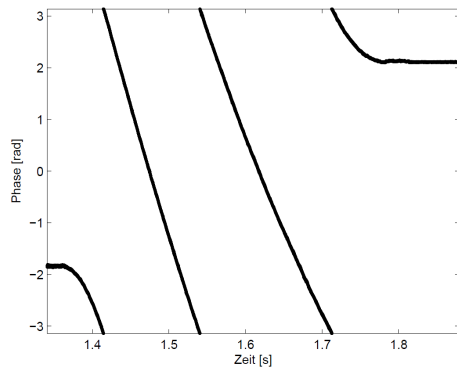
Abbildung 6.5.: Vom Strahlphasen-DSP erfasste Messwerte und die daraus errechneten Inphase- und Quadraturkomponenten für $1,341\text{s} \leq t \leq 1,879\text{s}$



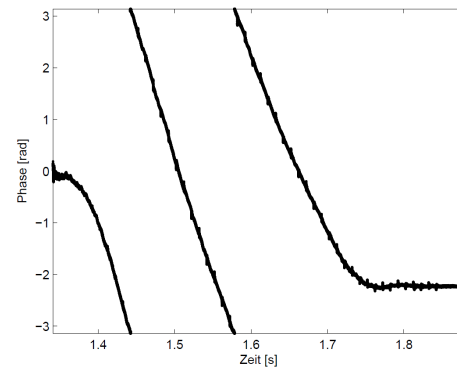
(a) Betrag Kanal A



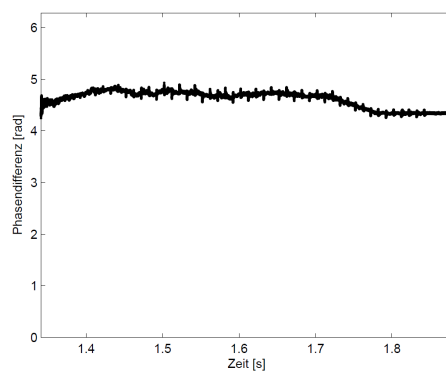
(b) Betrag Kanal B



(c) Phase Kanal A (im Bogenmaß)



(d) Phase Kanal B (im Bogenmaß)



(e) Phasendifferenz zwischen Kanal A und Kanal B (im Bogenmaß)

Abbildung 6.6.: Vom Strahlphasen-DSP errechnete Beträge und Phasen für $1,341s \leq t \leq 1,879s$

$t \leq 1,879$ s. Der Schätzwert ist erkennbar verrauscht, was auf dessen Übertragung als analoge Spannung zwischen Kontrollsystem und DSP-System im Versuchsaufbau zurückzuführen ist. Zukünftig soll das Kontrollsystem diesen Schätzwert zur Verfügung stellen und digital übertragen; da diese Funktion zum Zeitpunkt des Versuchs noch nicht existierte, wurde der Verlauf der Synchrotronfrequenz vorab unabhängig vom Kontrollsystem geschätzt und ein entsprechender Kurvenverlauf in einen Funktionsgenerator (*arbitrary waveform generator*) einprogrammiert.

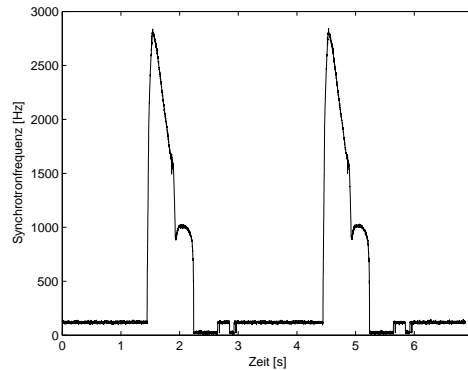


Abbildung 6.7.: Schätzwert der Synchrotronfrequenz

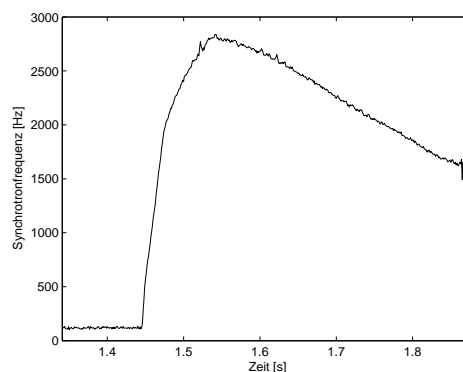


Abbildung 6.8.: Schätzwert der Synchrotronfrequenz für $1,341 \text{ s} \leq t \leq 1,879 \text{ s}$

Abbildung 6.9 zeigt nochmals einen vergrößerten Ausschnitt aus der vom Strahlphasen-DSP errechneten Phasendifferenz, dieses Mal im Gradmaß. Auf dieses Signal wird das in Kapitel 4.1.5.2 beschriebene frequenzadaptive Bandpassfilter angewendet und dessen Mittenfrequenz auf 110% der Synchrotronfrequenz gesetzt, um Dipol-schwingungen zu identifizieren. Die Ausgabe des Filters zeigt Abbildung 6.10.

6.2 Strahlphasenregelung mit einer Kavität

Die ersten Maschinenexperimenten zum Thema Strahlphasenregelung wurden im Dezember 2006 an der GSI am bestehenden *SIS18* durchgeführt. Bei diesen Experimenten war nur eine Kavität in Betrieb, deren DDS von der Strahlphasenregelung direkt angesteuert wurde. Eine Kavitätensynchronisation war daher nicht erforderlich und somit auch keine Inter-DDS-Kommunikation. Zur Nachstellung dieser Experimente mittels des im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Simulationsmodells mussten an diesem einige Änderungen vorgenommen werden:

- Der lokale Kavitäten-DSP entfällt, da keine Kavitätensynchronisation benötigt wird.
- Der lokale Kavitäten-DDS entfällt ebenfalls, da es nur eine Kavität gibt und diese direkt vom Strahlphasen-DDS angesteuert wird.
- Da keine Inter-DDS-Kommunikation erforderlich ist, reduziert sich das Aktualisierungsintervall des Strahlphasen-DDS auf $1 \mu\text{s}$ und die Übertragungslatenz auf 0.

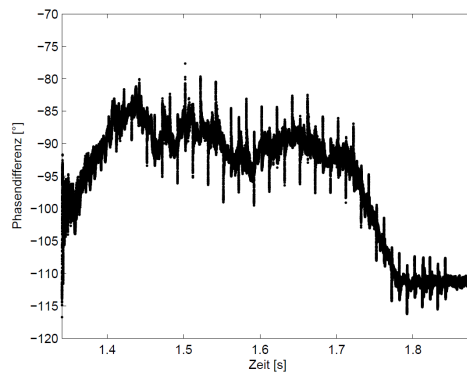


Abbildung 6.9.: Phasendifferenz zwischen Kanal A und Kanal B

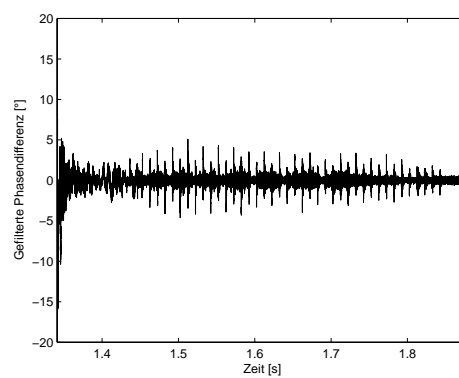


Abbildung 6.10.: Gefilterte Phasendifferenz

Die Abbildungen 6.12 und 6.14 sind einer Veröffentlichung [Kli+07] mehrerer Wissenschaftler der GSI entnommen. Sie zeigen Messungen der Strahlphase als Folge der gezielten Anregung von Dipolschwingungen durch Sollwertsprünge am Eingang der Eigenfrequenzregelung. Diese Messungen wurden mit Argon-Ionen mit einer Ladungszahl von 18 und einer Massenzahl von 40 ($^{40}\text{Ar}^{18++}$) durchgeführt. Die Energie der Ionen betrug $80 \frac{\text{MeV}}{u}$ und die Umlauffrequenz 539,189 kHz. Die Amplitude der Beschleunigungsspannung betrug 12 kV und die maximal zu erwartende Synchrotronfrequenz 2,3014 kHz. Die Harmonischenzahl war $h = 4$. Während der Messung fand keine Beschleunigung statt [Kli+07].

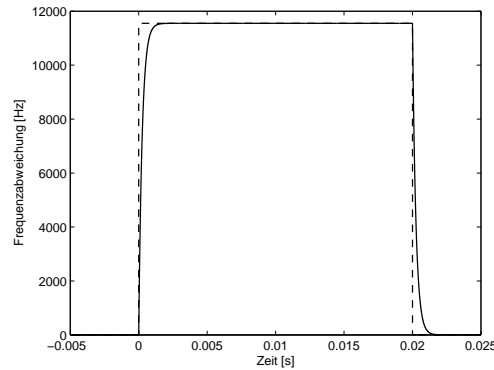


Abbildung 6.11.: Anregung

Abbildung 6.11 zeigt die in der Simulation verwendete Anregung. Die Amplitude der Anregung beträgt 11,55 kHz. Eine Frequenzabweichung der Eigenfrequenz um diesen Betrag führt bei einer Frequenz des HF-Felds von $4 \cdot 539,189 \text{ kHz} = 2,156756 \text{ MHz}$ zu einer Phasenverschiebung der Spannung über dem Spalt der Kavität um etwa 20° .

Die gestrichelte Linie in Abbildung 6.11 zeigt einen rechteckförmigen Puls mit einer Dauer von 20 ms, was den Angaben zum Experiment [Kli+07] entspricht. In der Praxis kann sich die Eigenfrequenz nicht sprunghaft ändern.

In verschiedenen Quellen (z. B. [B F87; Kli+07]) wird übereinstimmend eine „Bandbreite“ von 4 kHz für die Eigenfrequenzregelung angegeben. Wie diese Angabe zu interpretieren ist (etwa als 3 dB-Grenzfrequenz oder als Verstärkungs-Bandbreiten-Produkt), ist jedoch unklar. Zudem verfügt die Eigenfrequenzregelung über eine Vorsteuerung, die erheblich flinker als der eigentliche Regler ist (siehe auch Kapitel 4.2.6.5). Für die verwendeten Rampen ist die Bandbreitenbegrenzung unerheblich, weil die Zeitkonstanten der Frequenzrampen erheblich über denen der Eigenfrequenzregelung liegen. Für die steilen Flanken absichtlich erzeugter Störungen gilt dies jedoch nicht. Die durchgezogene Linie in Abbildung 6.11 zeigt daher das Ergebnis der Anwendung eines Tiefpassfilters erster Ordnung mit einer Eckfrequenz von 4 kHz auf den gestrichelt dargestellten Rechteckpuls. Diese bandbegrenzte Anregung wurde zum Sollwert der Eigenfrequenz addiert.

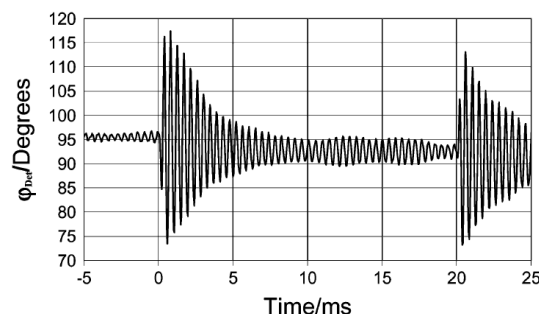


Abbildung 6.12.: Experimentelles Ergebnis für das unregelte System [Kli+07]

Abbildung 6.12 zeigt den gemessenen Verlauf der Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase bei abgeschalteter Regelung. In Abbildung 6.13a ist im Vergleich dazu die simulierte Strahlphase dargestellt. Diese bezieht sich auf eine fiktive Referenz und enthält daher auch die von dem Eigenfrequenz-Sollwertsprung hervorgerufene Phasenabweichung. Abbildung 6.13b zeigt die korrigierte Strahlphase ohne diese Phasenabweichung.

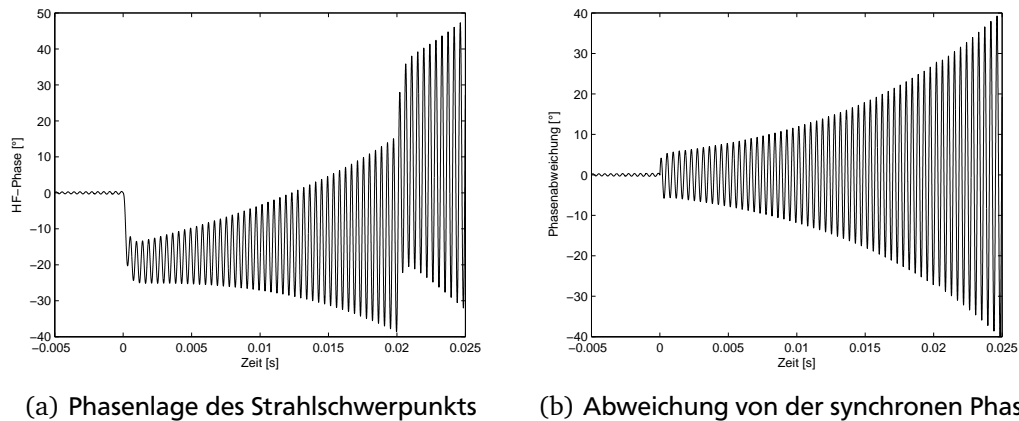


Abbildung 6.13.: Simulationsergebnis für das ungeregelte System bei bandbegrenzter Anregung

In der Simulation klingen die bei $t = 0$ angeregten Schwingungen im Gegensatz zum Experiment nicht ab, sondern schaukeln sich immer mehr hoch. Die erneute Anregung bei $t = 20$ ms verstärken diese Schwingungen noch. In der Simulation ist das System ohne Regelung **instabil**. Dieser Unterschied zwischen Simulation und Realität ist zum Einen darauf zurückzuführen, dass das stark vereinfachte Modell das Verhalten des ungeregelten Systems nur schlecht wiedergibt (siehe Kapitel 5.3.3.10), zum Anderen darauf, dass die Simulation die Landau-Dämpfung (siehe Kapitel 2.5.8.2) nicht berücksichtigt.

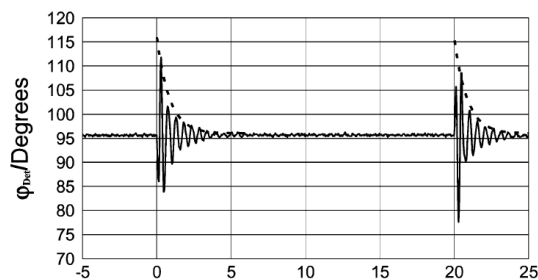


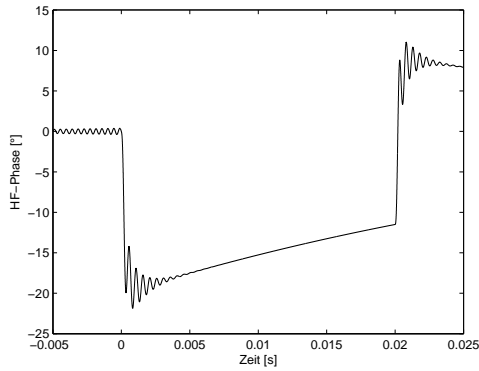
Abbildung 6.14.: Experimentelles Ergebnis für das geregelte System [Kli+07]

Abbildung 6.14 zeigt den gemessenen Verlauf der Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase, Abbildung 6.15 im Vergleich dazu die simulierte Strahlphase. Auch hier ist im linken Diagramm die vom Eigenfrequenz-Sollwertsprung hervorgerufene Phasenabweichung mit enthalten. Die Phasenabweichung verringert sich im Laufe der Zeit. Das ist auf die Eigenfrequenzregelung zurückzuführen, welche die durch die unpassende Eigenfrequenz hervorgerufene Phasenverschiebung der Ausgangsspannung auszugleichen bestrebt ist. Das rechte Diagramm zeigt wieder die um diesen Einfluss bereinigte Phasenabweichung, was einen besseren Vergleich mit dem Experiment erlaubt. Außerdem ist darin gestrichelt die (mittels des in Anhang C.2.3 geschilderten Algorithmus numerisch bestimmte) Einhüllende eingezeichnet.

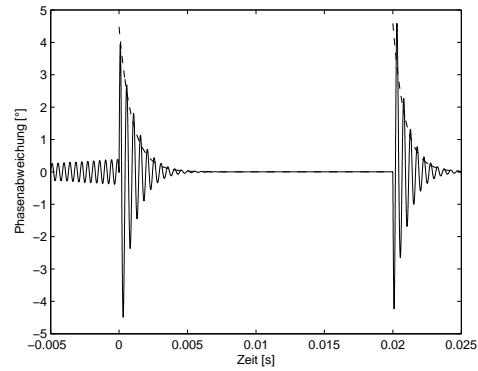
Die Reglerverstärkung beträgt $K = 4680 \text{ s}^{-1} = 13 \frac{\text{Hz}}{\circ}$ bei einer Mittenfrequenz des Bandpassfilters von 3 kHz [Kli+07]. Der als Modellparameter¹ anzugebende Quotient aus Reglerverstärkung und Mittenfrequenz beträgt $K' = 4,3 \frac{1}{\circ}$.

Auffällig ist, dass die Amplitude der angeregten Schwingung in der Simulation nur etwa $4,7^\circ$ beträgt, im Experiment jedoch etwa 20° . Das ist darauf zurückzuführen, dass der Sollwert bedingt durch die Tiefpassfilterung nur langsam ansteigt, der Strahlschwerpunkt der sich einstellenden Phasenabweichung besser folgen und die Strahlphasenregelung noch vor Erreichen der maximalen Abweichung Gegenmaßnahmen einleiten kann. Im Experiment war dieser Effekt nicht zu beobachten. Das ist vermutlich auf den bereits in Kapitel 5.3.3.7 angesprochenen Unterschied zwischen Klein- und Großsignalverhalten zurückzuführen. Möglicherweise ist die „Bandbreite“ der Eigenfrequenzregelung in der Praxis auch größer (oder anders definiert) als angenommen. Zu beachten ist außerdem, dass

¹ siehe Anhang B



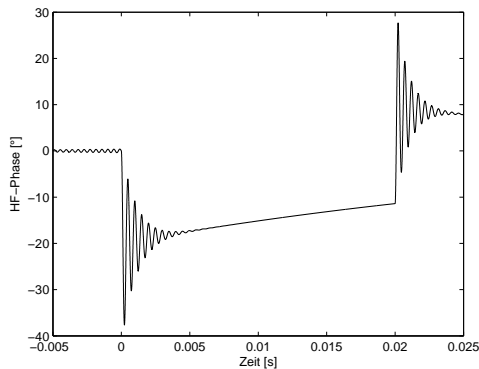
(a) Phasenlage des Strahlschwerpunkts



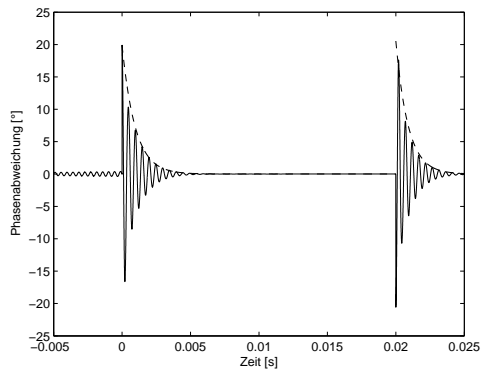
(b) Abweichung von der synchronen Phase

Abbildung 6.15.: Simulationsergebnis für das geregelte System bei bandbegrenzter Anregung

im Experiment ein anderer Bezugspunkt als in der Simulation gewählt wurde, weswegen sich die dargestellten Phasen um 90° voneinander unterscheiden.



(a) Phasenlage des Strahlschwerpunkts



(b) Abweichung von der synchronen Phase

Abbildung 6.16.: Simulationsergebnis für das geregelte System bei nicht bandbegrenzter Anregung

In Abbildung 6.16 ist zum Vergleich die simulierte Strahlphase dargestellt, die sich bei Verwendung einer nicht tiefpassgefilterten Anregung ergibt. Die Amplitude der angeregten Schwingung beträgt etwa 20° und stimmt somit mit der in Abbildung 6.14 gezeigten Messung überein.

Die Abklingzeitkonstante beträgt beim ersten Sollwertsprung ($t = 0$) etwa $958 \mu\text{s}$ und beim zweiten ($t = 20 \text{ ms}$) etwa $895 \mu\text{s}$, was gut mit den experimentell bestimmten $900 \mu\text{s}$ [Kli+07] übereinstimmt. Gleiches gilt mit $950 \mu\text{s}$ bzw. $886 \mu\text{s}$ auch bei tiefpassgefilterter Anregung.

Der in Abbildung 6.17 gezeigte Verlauf der Synchrotronfrequenz wurde während der Simulation berechnet; wie in Kapitel 2.5.7.3 erklärt, handelt es sich dabei um eine Obergrenze, und die tatsächliche Synchrotronfrequenz kann darunter liegen. Zu Beginn beträgt die Synchrotronfrequenz $2301,4 \text{ Hz}$, was exakt der berechneten Frequenz [Kli+07] entspricht. Die Anregung kohärenter Schwingungen führt zu Ausschlägen der Synchrotronfrequenz. Grund dafür ist die in Abbildung 6.18 gezeigte Veränderung der Amplitude der Beschleunigungsspannung. Diese ergibt sich wiederum als Folge der Änderung der Frequenz des HF-Felds durch die Strahlphasenregelung und der daraus resultierenden Fehlanpassung der Resonanzfrequenz der Kavität (siehe Kapitel 2.2).

Aus der Periodendauer der in den Abbildungen 6.15 und 6.16 dargestellten Schwingungen ergibt sich dagegen eine Oszillationsfrequenz von nur etwa 2030 Hz gegenüber einem experimentellen Messwert von etwa 2200 Hz [Kli+07].

Abbildung 6.19 ist einer Veröffentlichung [Kli+07] mehrerer Wissenschaftler der GSI entnommen. Darin ist der Quotient χ , der das Verhältnis der Mittenfrequenz des Filters zur Synchrotronfrequenz angibt, auf der Abszisse und der Quotient aus Verstärkungsfaktor K und Synchrotron-Kreisfrequenz auf der Ordinate aufgetragen. Die

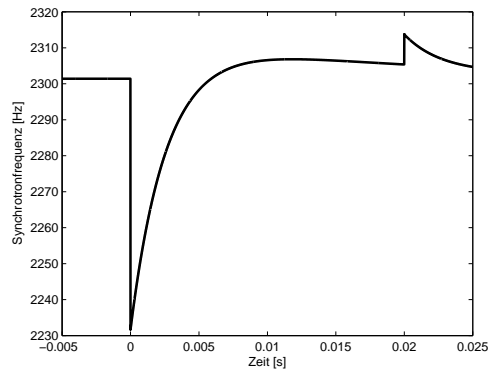


Abbildung 6.17.: Synchrotron-Frequenz für das geregelte System

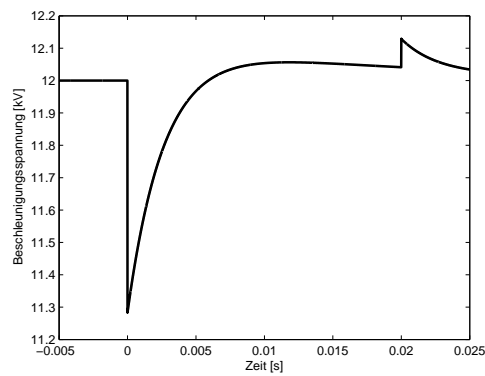


Abbildung 6.18.: Amplitude der Beschleunigungsspannung für das geregelte System

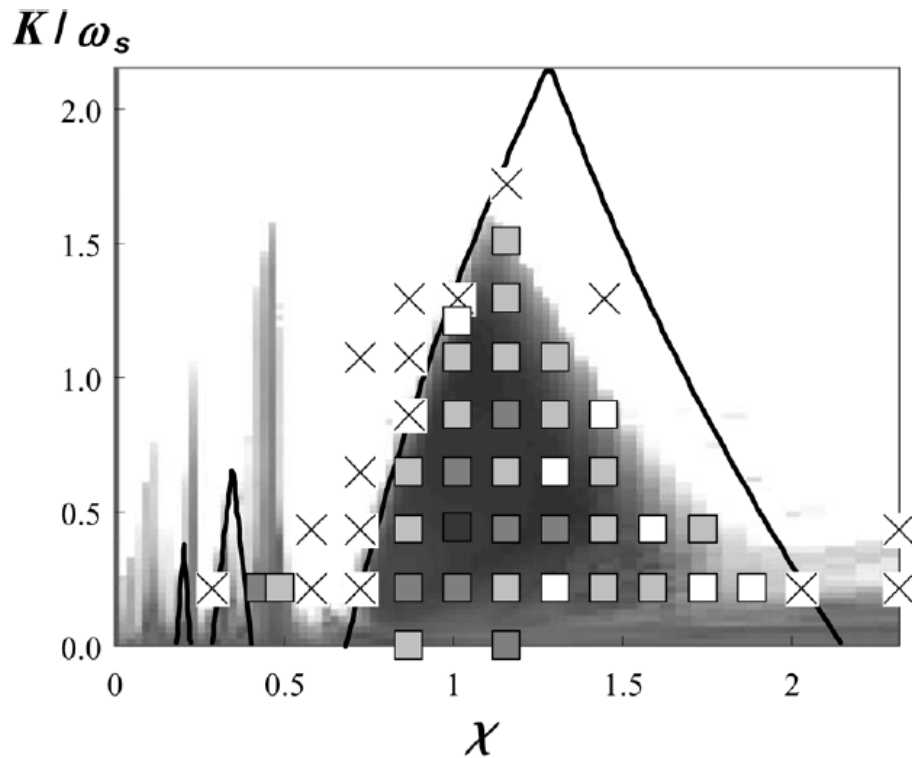


Abbildung 6.19.: Experimentell gewonnenes Stabilitätsdiagramm [Kli+07]

Linien markieren die theoretischen Grenzen des Stabilitätsbereichs. Kreuze markieren Parameterpaare, die sich im Experiment als instabil erwiesen haben, ausgefüllte Quadrate solche, die sich als stabil erwiesen haben. Die Schattierung des Hintergrunds zeigt den Stabilitätsbereich ebenfalls an der GSI durchgeführter nichtlinearer Mehrteilchensimulationen. Je dunkler die Schattierung an einem bestimmten Punkt, desto besser arbeitet die Regelung mit den entsprechenden Parametern.

Diese Messungen wurden mit Uran-Ionen mit einer Ladungszahl von 73, einer Massenzahl von 238 und einer Energie von $11,4 \frac{\text{MeV}}{u}$ durchgeführt. Die Umlauffrequenz betrug 214,459 kHz, die Amplitude der Beschleunigungsspannung 8 kV und die maximal zu erwartende Synchrotronfrequenz 1,7283 kHz. Die Harmonischenzahl war $h = 4$. Während der Messung fand keine Beschleunigung statt [Kli+07]. Somit entspricht $\chi = 1$ einer Filter-Mittenfrequenz von 1,7283 kHz und $\frac{K}{\omega_s} = 1$ einer Verstärkung von $10859 \text{ s}^{-1} = 30,164 \frac{\text{Hz}}{\circ}$.

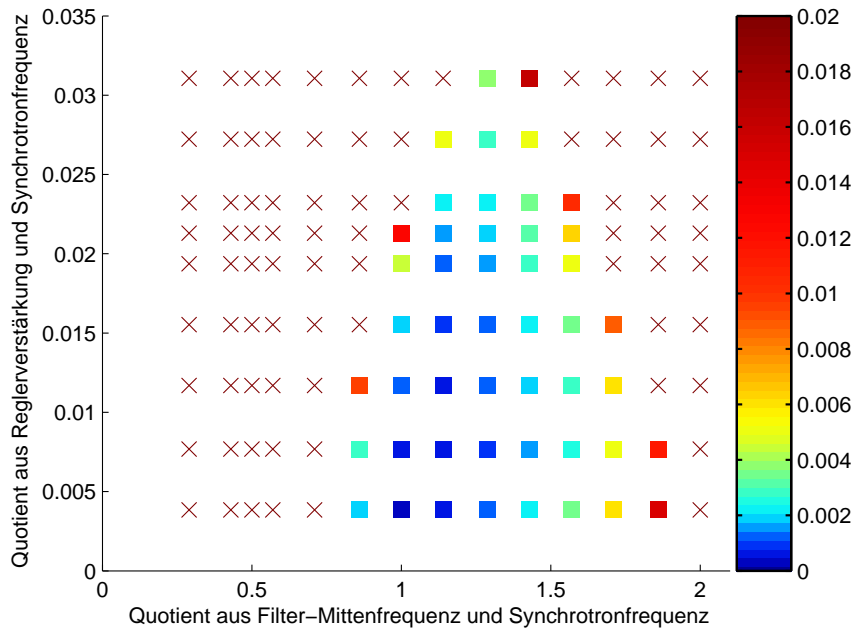


Abbildung 6.20.: Aus Simulationen gewonnenes Stabilitätsdiagramm

Abbildung 6.20 zeigt ein Diagramm gleicher Art, jedoch wurden die diesem Diagramm zu Grunde liegenden Daten durch Simulation des im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Modells gewonnen. Die ausgefüllten Quadrate markieren Parameterpaare, die laut Simulation stabil sind. Die Kreuze markieren instabile Parameterpaare. Ihre Farbe gibt die mittlere Zeitkonstante an, mit der die angeregten Schwingungen abklingen. Blau bedeutet eine rasche Dämpfung, Rot dagegen eine langsame Dämpfung. Der experimentell nachgewiesene Stabilitätsbereich lässt sich auch in der Simulation zeigen, ebenso das bei $\chi \approx 1,1$, $K \approx 0,0061 \cdot f_s$ befindliche „Optimum“ [Kli+07]. Zu beachten ist, dass hier im Gradmaß gerechnet wurde, in der zitierten Literatur dagegen im Bogenmaß, weswegen sich die Zahlenwerte für den Verstärkungsfaktor K um den Faktor $2 \cdot \pi$ und jene für den Quotienten aus Verstärkungsfaktor und Synchrotron-(Kreis-)frequenz um den Faktor $\frac{180}{\pi}$ unterscheiden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein komplexes, heterogenes System modelliert und simuliert. Das fragile System besteht aus der longitudinalen Strahldynamik eines Schwerionen-Synchrotrons und der digitalen Hochfrequenz-Regelsysteme, welche die longitudinale Strahldynamik beeinflussen. Um das Modell zu vereinfachen und die für die Simulation benötigte Rechenzeit zu verkürzen, wurden zahlreiche vereinfachende Annahmen getroffen, die in Kapitel 5.3 überprüft werden und sich als zulässig herausgestellt haben. Beispielsweise konnte nachgewiesen werden, dass sich die für das *SIS100* vorgesehenen Ferritkern-Kavitäten trotz einer komplexen, nichtlinearen Eigendynamik [Har11] hinreichend gut als *RLC*-Parallelschwingkreis darstellen lassen [Spi+12a]. Vor allem durch die Darstellung der hochfrequenten Spannungen und Ströme durch ihre Amplitude, Frequenz und Phasenlage und dem Verzicht auf die Simulation der tatsächlichen Signalverläufe (siehe Kapitel 3.3 und [Spi+12b]) konnte die Simulation erheblich beschleunigt werden; die Simulation ganzer Beschleunigungszyklen in akzeptabler Zeit wurde so erst möglich. Experimente, die am *SIS18* der GSI durchgeführt wurden, stimmen gut mit Simulationsergebnissen überein (siehe Kapitel 6). Es kann also davon ausgegangen werden, dass das in dieser Arbeit beschriebene Modell die Realität hinreichend genau abbildet. Das Modell ist parametrisiert, so dass es rasch auch an andere Synchrotrons angepasst werden kann.

Aus den zahlreichen möglichen Anwendungsfällen für das *SIS100* wurden genau zwei, nämlich die Beschleunigung von Protonen und die von $^{238}\text{U}^{28++}$ -Ionen, als *Benchmark*-Tests exemplarisch herausgegriffen (siehe Kapitel 5.1). Diese beiden Szenarien stellen hinsichtlich des Ladungs-zu-Masse-Verhältnisses der zu beschleunigenden Teilchen gegensätzliche Extreme dar; für alle anderen denkbaren Anwendungsfälle liegt dieses Verhältnis dazwischen. Mittels des in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Modells (siehe Kapitel 4) konnte die Machbarkeit einer Mehr-Kavitäten-Strahlphasenregelung mit Kavitätensynchronisation nachgewiesen werden (siehe Kapitel 5.4), wobei zugleich einige Schwächen des Konzepts zu Tage traten. Die vorliegende Arbeit definiert außerdem physikalisch sinnvolle Metriken für die Güte der Strahlphasenregelung und der Kavitätensynchronisation (siehe Kapitel 5.2), auf deren Basis die Regelsysteme optimiert werden können. Einige Beispiele für mögliche Verbesserungen sind in Kapitel 5.6 enthalten.

Die vorliegende Arbeit soll den an der Entwicklung der Beschleuniger-Regelsysteme beteiligten Ingenieuren Hinweise darauf geben

- an welchen Stellen weitere Optimierungen sinnvoll sind,
- welches die begrenzenden Faktoren für die Regelgüte des Systems sind und
- auf welche Parameter das System sensibel reagiert.

Dieses Wissen kann bei der weiteren Optimierung der geplanten Regelsysteme vor der Inbetriebnahme des *SIS100* sowie bei zukünftigen Erweiterungen oder Umbauten hilfreich sein. Mit Hilfe des Modells konnte bereits gezeigt werden, dass sich zukünftige Optimierungen der Phasendetektor- und Filter-Logik auf die Verkleinerung der entsprechenden Schaltungen konzentrieren sollten [SKG12]. Anders als zuvor angenommen [Sam+11; Pon12] sind weder die benötigte Rechenzeit noch die Genauigkeit der verwendeten Näherungsverfahren „Flaschenhalse“, so dass das Gesamtsystem von einer Verbesserung jener Eigenschaften nicht profitieren kann.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Modell ist auf die Grundschwingung der Beschleunigungsspannung und der Strahlphase beschränkt. Außer den hier betrachteten longitudinalen Dipolschwingungen treten auch Schwingungen höherer Ordnung auf, welche durch Modulation der Beschleunigungsspannung gedämpft werden können [Len+10]. Mit dem vorliegenden Modell kann das aber ebenso wenig simuliert werden wie ein möglicher Mehrharmonischenbetrieb eines Synchrotrons, bei dem die einzelnen Kavitäten bei unterschiedlichen Harmonischen der Umlauffrequenz betrieben werden. Zukünftig könnten bei der Modellierung hochfrequenter Signale mehr als eine Frequenz und somit höhere Harmonische berücksichtigt werden, so dass die Simulation eines Mehrharmonischenbetriebs möglich würde. Zur Simulation höherer Schwingungsmoden müsste statt des Ein-Makroteilchen-Modells für die longitudinale Strahldynamik ein Modell mit mehreren Makroteilchen zum Einsatz kommen [Len12]. Das in Kapitel 4.2.7 beschriebene Strahlmodell ist bereits in ein Teilmodell für das synchrone Teilchen und ein Teilmodell für das Makroteilchen, welches den Bunchschwerpunkt repräsentiert, aufgeteilt. Eine Erweiterung auf ein Modell mit mehreren Teilchen ist daher leicht möglich, indem das Makroteilchen-Modell entsprechend oft instanziiert

wird. Die Auswirkungen des so genannten *beam loading*, bei dem der Strahlstrom in den Beschleunigungskavitäten elektrische Felder induziert, welche wiederum auf den Strahl zurückwirken (siehe Kapitel 2.2.1), wurden in der vorliegenden Arbeit ebenfalls vernachlässigt. Sie zu berücksichtigen, ist jedoch möglich, indem der Strahlstrom auch Eingang in die Kavitäten findet und dort zum Anregungsstrom hinzuaddiert wird; eine ähnliche Vektorsummation enthält das Modell bereits für die Berechnung der wirksamen Beschleunigungsspannung.

A Vorgenommene Änderungen am Programmcode von *Ptolemy II*

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgenommenen Änderungen am Programmcode von *Ptolemy II* sind unter <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/3677> beschrieben. Dort sind auch die zugehörigen **Java**-Quelltexte zu finden.



B Modellparameter, Eingaberampen und ihre Herleitung

Nachfolgend sind sämtliche Parameter des in Kapitel 4.2 beschriebenen, im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Modells nebst ihrer physikalischen Einheit und ihrem Vorgabewert aufgelistet und erläutert; die konkreten Werte einiger weniger offensichtlicher Parameter sind hergeleitet. Ferner sind die verwendeten Eingaberampen nebst den zu ihrer Berechnung verwendeten Formeln angegeben.

B.1 Modellparameter

Jedes Teilmodell eines *Ptolemy II*-Modells kann eigene Parameter unterschiedlichen Typs definieren. Die Parameter eines Modells sind auch in all seinen Untermodellen „sichtbar“, d. h. ihr Wert kann in Ausdrücken verwendet werden.

B.1.1 Globale Parameter

Die globalen Parameter sind in Tabelle B.1 auf Seite 178 aufgelistet. Die Parameter des für die Steuerung der Ausführung der Simulation zuständigen *Directors* sind in Tabelle B.2 auf Seite 179 aufgeführt.

B.1.2 Parameter des CentralControlSystem-Modells

Die Parameter des CentralControlSystem-Modells sind in Tabelle B.3 auf Seite 180 aufgelistet.

B.1.3 Parameter des BeamPhaseDDS-Modells

Die Parameter des BeamPhaseDDS-Modells sind in Tabelle B.4 auf Seite 181 aufgelistet. Das ähnlich aufgebaute ReferenceDDS-Modell hat keine eigenen Parameter.

In einem mehrere Stunden dauernden Test der Zeitsynchronisation mittels des *WhiteRabbit*-Protokolls über eine 2 km lange optische Übertragungsleitung ergab sich eine Standardabweichung der Zeitdifferenz von 80 ps zwischen den Uhren auf beiden Seiten [Mor+09; J S+09]. Bei der maximalen Frequenz des HF-Felds von 2,7 MHz in dem in dieser Arbeit betrachteten Frequenzbereich entspricht diese Zeitdifferenz in etwa $0,08^\circ$.

In der vorliegenden Arbeit wurde jedoch eine deutlich größere Standardabweichung von 1° angenommen. Zum Einen ist dieser Wert als geforderte Genauigkeit¹ in Dokumenten zum Thema [BK09] angegeben, zum Anderen sind damit auch weitere möglichen Rauschquellen abgedeckt.

B.1.4 Parameter des Cavities-Modells und seiner Untermodelle

Das Cavities-Modell hat keine eigenen Parameter, ebensowenig sein Untermodell *Cavities.aCavity*. Die Untermodelle jenes Modells verfügen jedoch sehr wohl über eigene Parameter:

- Die Parameter des Modells *Cavities.aCavity.CavityDDS* sind in Tabelle B.5 auf Seite 183 aufgelistet.
- Die Parameter des Modells *Cavities.aCavity.ControlAttachment* sind in Tabelle B.6 auf Seite 184 aufgelistet.
- Die Parameter des Modells *Cavities.aCavity.Generator* sind in Tabelle B.8 auf Seite 186 aufgelistet. Die gewählten Werte sind in Abschnitt B.1.4.1 hergeleitet bzw. begründet.

¹ Formulierung im Original: „accuracy requirement“

Tabelle B.1.: Globale Parameter des Modells

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
bendingRadius	Radius der Soll-Flugbahn in den Ablenkmagneten	10 m (<i>SIS18</i>)
circumference	Umfang der Soll-Flugbahn	47,36 m (<i>SIS100</i>) 217,72 m (<i>SIS18</i>)
initialFrequency	Frequenz des HF-Felds zu Beginn der Simulation	1083,6 m (<i>SIS100</i>) 1.35842 · 10 ⁶ Hz für Protonen im <i>SIS100</i> , 1,57059 · 10 ⁶ Hz für ²³⁸ U ²⁸⁺ -Ionen im <i>SIS100</i>
initialFrequencyEstimate	Schätzwert der Synchrotronfrequenz zu Beginn der Simulation	37 Hz für Protonen im <i>SIS100</i> , 510 Hz für ²³⁸ U ²⁸⁺ -Ionen im <i>SIS100</i>
initialVoltage	Beschleunigungsspannung insgesamt zu Beginn der Simulation	3.178 · 10 ³ V für Protonen im <i>SIS100</i> , 30,52 · 10 ³ V für ²³⁸ U ²⁸⁺ -Ionen im <i>SIS100</i>
interDDBUpdateInterval	Abtastintervall des Strahlphasen- und des Referenz-Synthesizers	1,024 · 10 ⁻⁵ s (<i>ButIS-T₀</i> -Takt)
interDDBTransportDelay	Latenz (Totzeit) des Strahlphasen- und des Referenz-Synthesizers	1,024 · 10 ⁻⁵ s (<i>ButIS-T₀</i> -Takt)
numberOfCavities	Anzahl der Kavitäten	2 im <i>SIS18</i> [B F87, S. 23] 14 im <i>SIS100</i> [Kli+11]

Tabelle B.2.: Parameter des für die Modellausführung primär zuständigen CTDirectors

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
timeResolution	<i>Ptolemy II</i> -interne Genauigkeit der Zeitdarstellung	10^{-12} s
startTime	Startzeitpunkt der Simulation	$-5 \cdot 10^{-2}$ s für Protonen im <i>SIS100</i> , $-4 \cdot 10^{-3}$ s für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i>
stopTime	Endzeitpunkt der Simulation	$5,45 \cdot 10^{-1}$ s für Protonen im <i>SIS100</i> , $3,96 \cdot 10^{-1}$ s für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i>
initStepSize	Anfängliche Schrittweite	10^{-6} s (feste Schrittweite)
minStepSize	Minimale Schrittweite	10^{-6} s (feste Schrittweite)
maxStepSize	Maximale Schrittweite	10^{-6} s (feste Schrittweite)
maxIterations	Maximale Zahl von Iterationen bei der Suche nach einem Fixpunkt [Bro+08c, S. 33]	Irrelevant, da ein explizites Lösungsverfahren zum Einsatz kommt
errorTolerance	Fehlertoleranz der Schrittweitensteuerung	Irrelevant, da das gewählte Lösungsverfahren nicht über eine Schrittweitensteuerung verfügt
valueResolution	Fehlertoleranz des iterativen Lösungsverfahrens bei der Suche nach einem Fixpunkt [Bro+08c, S. 34]	Irrelevant, da ein explizites Lösungsverfahren zum Einsatz kommt
synchronizeToRealTime	Gibt an, ob das Fortschreiten der Simulationszeit der realen Zeit angepasst werden soll	FALSCH ^a (Boole'scher Wahrheitswert)
ODESolver	Verwendetes Lösungsverfahren zum numerischen Lösen von Differentialgleichungen ^b	ForwardEulerSolver (siehe Kapitel 3.1.1)
breakpointODESolver	Verfahren, das an Unstetigkeitsstellen der Anregung zum „Neustart“ der numerischen Lösung von Differentialgleichungen verwendet wird [Bro+08c, S. 26f.]	DerivativeResolver ^c
runAheadLength	Maximale Zeit, die das von diesem <i>Director</i> gesteuerte Teilmodell dem übergeordneten Modell voraus sein darf	Irrelevant, da es kein übergeordnetes Modell gibt

^a Das wäre gar nicht möglich; die Simulation ist zu komplex und läuft daher nur deutlich langsamer als mit Echtzeit.^b Zur Auswahl stehen das explizite Euler-Verfahren (ForwardEulerSolver) [Kre06, S. 903], das implizite Euler-Verfahren (BackwardEulerSolver) [Kre06, S. 906], ein Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung mit Schrittweitensteuerung (ExplicitRK23Solver) und ein Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung mit Schrittweitensteuerung (ExplicitRK45Solver) [Kre06, S. 904f.].^c In der verwendeten *Ptolemy II*-Version 7.0.1 ist dies das einzige zur Verfügung stehende Verfahren.

Tabelle B.3.: Parameter des CentralControlSystem-Modells

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert
inputFile	Dateiname der Eingabedatei (Zeichenkette)	ramp_1h1+_280kV.csv für Protonen im <i>SIS100</i> , ramp_238u28+_280kV.csv für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i> (siehe Abschnitt B.2)



Tabelle B.4.: Parameter des BeamPhaseDDS-Modells

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
phaseNoise	Standardabweichung des Phasenrauschens des Strahlphasen-Synthesizers	1°

- Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.CavityPlantModel` sind in Tabelle B.9 auf Seite 187 aufgelistet. Die gewählten Werte sind in Abschnitt B.1.4.2 hergeleitet bzw. begründet.
- Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.BiasControl` sind in Tabelle B.10 auf Seite 188 aufgelistet. Die gewählten Werte sind in Abschnitt B.1.4.3 hergeleitet bzw. begründet. In Abschnitt B.1.4.4 wird daraus die Zeitkonstante der Eigenfrequenzregelung abgeschätzt.
- Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.AmplitudeControl` sind in Tabelle B.12 auf Seite 193 aufgelistet. Die gewählten Werte sind in Abschnitt B.1.4.5 hergeleitet bzw. begründet.
- Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.CavityDSP` sind in Tabelle B.7 auf Seite 185 aufgelistet.

B.1.4.1 Herleitung der Parameterwerte des Modells `Cavities.aCavity.Generator`

Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.Generator` sind in Tabelle B.8 auf Seite 186 aufgelistet. Die maximale Steuerspannung der Amplitudenregelung beträgt 7,23 V [Har11, S. 68], im Vorsteuerzweig nur 6 V [Har11, S. 67]. Diese Spannung wird allerdings im Modulator noch mit dem Faktor 0,079 skaliert (siehe Abschnitt B.1.4.5). Bei einer Spannung von 6 V und einer Steilheit von 25,89 S ergibt sich ein maximaler Strom von 12,27 A. Der minimale Anregungsstrom muss lediglich größer als Null sein. Hier wurde er willkürlich auf $1,111 \cdot 10^{-16}$ A festgelegt².

Bei gegebener Reglerverstärkung benötigt die Amplitudenregelung um so mehr Zeit, um Abweichungen der Kavitätsspannung von ihrem Sollwert auszuregeln, je geringer die Verstärkung der Regelstrecke ausfällt. Die Verstärkung der Regelstrecke ist — sofern sich die Kavität in Resonanz befindet — das Produkt aus Generatorsteilheit und Kavitätenwiderstand. Die Abweichungen der tatsächlichen Strahlphase von der synchronen Phase fallen vermutlich um so größer aus, je langsamer die Amplitudenregelung ist. In dem in Kapitel 4.2.6.3 beschriebenen Modell ist die Generatorsteilheit als konstant angenommen, was in der Praxis unzutreffend ist (siehe Kapitel 5.3.3.3 und 5.3.3.4 sowie [Har11, S. 70f.]). Gemäß vorstehender Überlegung sollte der Wert dieser konstanten Steilheit den schlechtesten, also kleinsten zu erwartenden Wert haben, um die Simulationsergebnisse nicht zu optimistisch ausfallen zu lassen. Nach Gleichung 5.12 erreicht der Widerstand sein Minimum für $f_{HF} = \frac{K_1}{2 \cdot K_2} = 2,681$ MHz bei $G_{Generator} \approx 25,89$ S.

B.1.4.2 Herleitung der Parameterwerte des Modells `Cavities.aCavity.CavityPlantModel`

Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.CavityPlantModel` sind in Tabelle B.9 auf Seite 187 aufgelistet.

Bei gegebener Reglerverstärkung benötigt die Amplitudenregelung um so mehr Zeit, um Abweichungen der Kavitätsspannung von ihrem Sollwert auszuregeln, je geringer die Verstärkung der Regelstrecke ausfällt. Die Verstärkung der Regelstrecke ist — sofern sich die Kavität in Resonanz befindet — das Produkt aus Generatorsteilheit und Kavitätenwiderstand. Die Abweichung der tatsächlichen Strahlphase von der synchronen Phase fallen vermutlich um so größer aus, je langsamer die Amplitudenregelung ist. In dem in Kapitel 4.2.6.4 beschriebenen Modell ist der Kavitätenwiderstand als konstant angenommen, was in der Praxis unzutreffend ist (siehe Kapitel 5.3.3.2 und [Har11, S. 23ff.]). Gemäß vorstehender Überlegung sollte der Wert dieses konstanten Widerstands den schlechtesten, also kleinsten zu erwartenden Wert haben, um die Simulationsergebnisse nicht zu optimistisch ausfallen zu lassen. Nach Gleichung 5.11 erreicht der Widerstand sein Minimum bei $\hat{u} \approx 9711$ V und maximaler Frequenz (2,7 MHz im *SIS100*) bei $R_{Kav} \approx 2296 \Omega$.

B.1.4.3 Herleitung der Parameterwerte des Modells `Cavities.aCavity.BiasControl`

Die Parameter des Modells `Cavities.aCavity.BiasControl` sind in Tabelle B.10 auf Seite 188 aufgelistet.

Für die Zeitkonstante der Transistorplatte sind in [Har11, S. 76] unter anderem die in Tabelle B.11 genannten Werte angegeben. Daraus ist ersichtlich, dass diese Zeitkonstante zwar frequenzabhängig, die Frequenzabhängigkeit jedoch nur schwach ausgeprägt ist, so dass es gerechtfertigt erscheint, eine frequenzunabhängige Zeitkonstante von 1 ms zu wählen.

Die Regelstrecke der Resonanzfrequenzregelung besteht aus

² Dieser Wert (2^{-53}) ist für doppeltgenaue Gleitkommazahlen nach IEEE-Standard 754 [IEEE754] das so genannte **Maschinenepsilon**, also die kleinste Zahl ϵ , für die bei gegebener Rechengenauigkeit $1 \pm \epsilon \neq 1$ gilt.

Tabelle B.5.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.CavityDDS

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
phaseNoise	Standardabweichung des Phasenrauschens des lokalen Synthesizers	1° ^a

^a Der gleiche Wert gilt auch für das Modell BeamPhaseDDS; er ist in Abschnitt B.1.3 begründet.

Tabelle B.6.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.ControlAttachment

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
minimumVoltage	Minimale Sollspannung über der Kavität	100 V
maximumVoltage	Bei einer geringeren Sollspannung wird die Kavität kurzgeschlossen. Maximale Sollspannung über der Kavität	20.000 V im SIS100 [FAIR-BTR, S. 359, S. 419] 16.000 V im SIS18 [B F87, S. 23]
voltageSetpointOffset	Schwellwert der Sollspannung aller Kavitäten, unterhalb dessen die jeweilige Kavität kurzgeschlossen wird, Summe der maximalen Beschleunigungsspannungen aller bereits zuvor aktivierten Kavitäten	$(k - 1) \cdot 20.000 \text{ V}$ im SIS100, $(k - 1) \cdot 16.000 \text{ V}$ im SIS18 für die k -te Kavität ($k = 1, 2, \dots$)

Tabelle B.7.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.CavityDSP

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
computationDelay	Für die Berechnung der Stellgröße benötigte Rechenzeit	10^{-5} s
controllerGain	Konstante Reglerverstärkung der Kavitätsynchronisation	$78 \frac{\text{Hz}}{\circ}$
samplingInterval	Abtastintervall der Kavitätsynchronisation	$3,224 \cdot 10^{-6}$ s

Tabelle B.8.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.Generator

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
maximumCurrent	Maximaler Anregungsstrom der Kavität	12,27 A
minimumCurrent	Minimaler Anregungsstrom der Kavität	$1,111 \cdot 10^{-16}$ A
transconductance	Nominelle Steilheit der Reihenschaltung aus Modulator, Generator und Tetrode	25,89 S
relativeTransconductanceError	Relative Abweichung der Generatorsteilheit von ihrem Nominalwert	0 (einheitenlos)

Tabelle B.9.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.CavityPlantModel

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
cavityCapacitance	Nominelle Kapazität der Kavität	$7,4 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ [Har11, S. 16]
cavityResistance	Nomineller Widerstand der Kavität	$2,296 \cdot 10^3 \Omega$
maximumFrequency	Maximale Resonanzfrequenz der Kavität	$5,4 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ [FAIR-BTR, S. 502]
minimumFrequency	Minimale Resonanzfrequenz der Kavität	$8 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ [FAIR-BTR, S. 502]
relativeCapacitanceError	Relative Abweichung der Kapazitätenkapazität von ihrem Nominalwert	0 (einheitenlos)
relativeInductanceError	Relative Abweichung der Kapazitäteninduktivität von ihrem Nominalwert	0 (einheitenlos)
relativeResistanceError	Relative Abweichung des Kapazitätenwiderstands von seinem Nominalwert	0 (einheitenlos)

Tabelle B.10.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.BiasControl

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
biasCurrentTimeConstant	Zeitkonstante des Vormagnetisierungsstroms	$1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
integralGain	Verstärkungsfaktor des Integral-Anteils der Resonanzfrequenzregelung	$4,149 \cdot 10^6 \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$
proportionalGain	Verstärkungsfaktor des Proportional-Anteils der Resonanzfrequenzregelung	$1,384 \cdot 10^3 \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$

Tabelle B.11.: Zeitkonstante der Transistorplatte [Har11]

Frequenz [MHz]	Zeitkonstante [ms]
1	0,9
2	0,9
3	1,1

- der so genannten Transistorplatte, welche die Stellgröße der Resonanzfrequenzregelung in einen Vormagnetisierungsstrom umsetzt,
- der Kavität, in welcher
 - der Vormagnetisierungsstrom die Induktivität und damit die Resonanzfrequenz und
 - die Differenz zwischen Resonanz- und Betriebsfrequenz die Phasenverschiebung der über dem Spalt abfallenden Spannung gegenüber dem Anregungsstrom
 bestimmt, sowie
- dem Phasendiskriminator, welcher die Phasendifferenz zwischen Kavitätenspannung und Anregungsstrom in die Regelgröße der Resonanzfrequenzregelung umsetzt.

Bei der Resonanzfrequenzregelung handelt sich um ein PI -Glied (siehe Abschnitt 4.1.4.3 und [Har11, S. 56]); dessen P -Zweig besitzt eine Verstärkung von $K_p = 6,67 \cdot 10^{-3}$ und der I -Zweig eine Verstärkung von $K_I = 20 \text{ s}^{-1}$ [Har11, S. 56].

Im Modell wirkt die Resonanzfrequenzregelung unmittelbar auf die Resonanzfrequenz, aus der die Kavitäteninduktivität berechnet wird. Der Verstärkungsfaktor der Regelung muss daher, um ein vorbildgerechtes Verhalten des Modells zu erhalten, angepasst werden. Bei gegebener Reglerverstärkung benötigt die Resonanzfrequenzregelung um so mehr Zeit, um Abweichungen der Resonanzfrequenz von ihrem Sollwert auszuregulieren, je geringer die Verstärkung der Regelstrecke ausfällt. In der Realität ist die Verstärkung der Stellglieder der Regelung frequenzabhängig. Im Modell ist diese Verstärkung aber als konstant angenommen und in die Verstärkung des Reglers einbezogen. Der Wert dieser konstanten Verstärkung sollte den schlechtesten, also kleinsten zu erwartenden Wert haben, um die Simulationsergebnisse nicht zu optimistisch ausfallen zu lassen.

Der Phasendiskriminator wandelt die Phasendifferenz zwischen Kavitätenspannung und Anregungsstrom in die Eingangsspannung U_E der Regelung um; der Skalierungsfaktor ist $\frac{dU_E}{d\varphi} = K_{\varphi \rightarrow u} = \frac{1}{12} \frac{\text{V}}{\circ}$ [Har11, S. 73], es handelt sich also um ein lineares Glied. Die Transistorplatte kann als gesteuerte Stromquelle mit frequenzabhängiger Steilheit $G_{\text{Transistor}}$ gemäß Gleichung 5.26 modelliert werden. Die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Vormagnetisierungsstrom kann durch Gleichung 5.27 beschrieben werden. Zwischen Resonanzfrequenz und Vormagnetisierungsstrom besteht der in den Gleichungen 2.18 und 4.30 beschriebene Zusammenhang. Stellt man Gleichung 5.27 nach dem Vormagnetisierungsstrom um, so erhält man Gleichung 5.28. Die Ableitung der Resonanzfrequenz aus Gleichung 5.27 nach dem Vormagnetisierungsstrom ist

$$\frac{df_{\text{Resonanz}}}{dI_V} = 2 \cdot K_{f2} \cdot I_V + K_{f1}. \quad (\text{B.1})$$

In einem beliebigen, durch die Resonanzfrequenz definierten Arbeitspunkt lassen sich diese Kennlinien linearisieren, also durch eine Gerade annähern, welche die gleiche Steigung durch den Arbeitspunkt aufweist. Setzt man Gleichung 5.28 in Gleichung B.1 ein, so ergibt sich die Steigung der Strom-Frequenz-Kennlinie im Arbeitspunkt, der durch die Resonanzfrequenz definiert ist. Die Steilheit der Transistorplatte gemäß Gleichung 5.26 ist die Steigung der Spannungs-Strom-Kennlinie im Arbeitspunkt, und der Skalierungsfaktor des Phasendiskriminators ist die Steigung der Phasen-Spannungs-Kennlinie im Arbeitspunkt. Die Verstärkung nimmt mit steigender Frequenz zu (siehe Abbildung B.1); der kleinste Wert wird also bei der minimalen HF-Frequenz $f_{\text{HF,min}}$ erreicht. Im Modell muss daher für die Verstärkungsfaktoren der Regelung gelten:

$$G_{I,P} = \frac{dU_E}{d\varphi} \cdot \frac{dI_V}{dU_A}(f_{\text{HF,min}}) \cdot \frac{df_{\text{Resonanz}}}{dI_V}(f_{\text{HF,min}}) \cdot K_{I,P} \quad (\text{B.2})$$

Für $f_{\text{Resonanz}} = 1,1 \text{ MHz}$ ist nach Gleichung 5.28 ein Vormagnetisierungsstrom von $25,13 \text{ A}$ erforderlich. Die Steigung der Spannungs-Strom-Kennlinie beträgt nach Gleichung 5.26 $130,34 \frac{\text{A}}{\text{V}}$ und die der Strom-Resonanzfrequenz-Kennlinie nach Gleichung B.1 $19,1 \frac{\text{kHz}}{\text{A}}$. Die Steigung der Phasen-Spannungs-Kennlinie ist konstant $\frac{1}{12} \frac{\text{V}}{\circ}$. Daraus ergibt sich $G_{I,\text{RFR}} = 4,149 \cdot 10^6 \frac{\text{Hz}}{\circ \text{s}}$ und $G_{P,\text{RFR}} = 1,384 \cdot 10^3 \frac{\text{Hz}}{\circ}$.

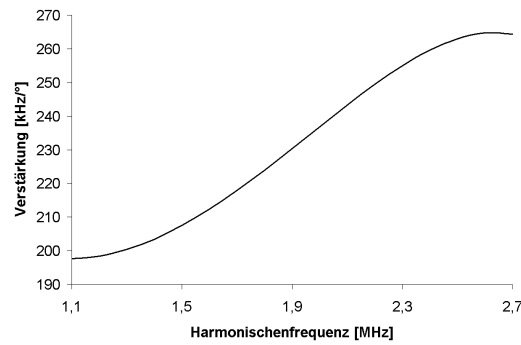


Abbildung B.1.: Produkt der Verstärkung des Phasendiskriminators, der Steilheit der Transistorplatte und der Steigung der Strom-Resonanzfrequenz-Kennlinie als Funktion der HF-Frequenz

B.1.4.4 Herleitung der Zeitkonstante der Resonanzfrequenzregelung

In die Verstärkung des offenen Regelkreises fließt neben den in Abschnitt B.1.4.3 erwähnten Verstärkungsfaktoren der Stellglieder noch die Steigung der Resonanzfrequenz-Induktivitäts-Kennlinie ein sowie die im Arbeitspunkt linearisierte Abhängigkeit der Phasendifferenz zwischen Kavitätsspannung und Anregungsstrom. Gleichung 4.36 beschreibt (in Verbindung mit den Gleichungen 4.31 bis 4.35 und Gleichung 3.11) die Abhängigkeit der Phasendifferenz zwischen Kavitätsspannung und Anregungsstrom von der Resonanzfrequenz und der Frequenz f_{iA} des Anregungsstroms. Bei gegebener Frequenz f_{iA} , Kavitätenkapazität C_{Kav} und -widerstand R_{Kav} sind die kapazitiven

und Ohm'schen Leitwerte \underline{Y}_C und \underline{Y}_R konstant. Bei Resonanz ($f_{\text{Resonanz}} \approx f_{i_A}$) ist außerdem $\Re\{Z_{\text{ges}}\} = R_{Kav}$ und $\Im\{Z_{\text{ges}}\} = 0$. Es gilt dann

$$L_{Kav} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot C_{Kav} \cdot f_{\text{Resonanz}}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dL_{Kav}}{df_{\text{Resonanz}}} = -\frac{1}{2 \cdot \pi^2 \cdot C_{Kav} \cdot f_{\text{Resonanz}}^3} \quad (\text{B.3})$$

$$\underline{Y}_L = -j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_{i_A} \cdot L_{Kav})^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{Y}_L}{dL_{Kav}} = j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_{i_A} \cdot L_{Kav}^2)^{-1} \quad (\text{B.4})$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{Y}_L}{df_{\text{Resonanz}}} = \frac{d\underline{Y}_L}{dL_{Kav}} \cdot \frac{dL_{Kav}}{df_{\text{Resonanz}}}$$

$$= -j \cdot 4 \cdot \pi \cdot C_{Kav} \quad (\text{bei Resonanz}) \quad (\text{B.5})$$

$$\underline{Y}_{\text{ges}} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{Y}_{\text{ges}}}{d\underline{Y}_L} = 1 \quad (\text{B.6})$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{Y}_{\text{ges}}}{df_{\text{Resonanz}}} = \frac{d\underline{Y}_{\text{ges}}}{d\underline{Y}_L} \cdot \frac{d\underline{Y}_L}{df_{\text{Resonanz}}}$$

$$= -j \cdot 4 \cdot \pi \cdot C_{Kav} \quad (\text{bei Resonanz}) \quad (\text{B.7})$$

$$\underline{Z}_{\text{ges}} = \underline{Y}_{\text{ges}}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{Z}_{\text{ges}}}{d\underline{Y}_{\text{ges}}} = -\underline{Y}_{\text{ges}}^{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\underline{Z}_{\text{ges}}}{df_{\text{Resonanz}}} = \frac{d\underline{Z}_{\text{ges}}}{d\underline{Y}_{\text{ges}}} \cdot \frac{d\underline{Y}_{\text{ges}}}{df_{\text{Resonanz}}}$$

$$= j \cdot 4 \cdot \pi \cdot C_{Kav} \cdot R_{Kav}^2 \quad (\text{bei Resonanz}) \quad (\text{B.8})$$

$$\Rightarrow \frac{d}{df_{\text{Resonanz}}} \Re\{Z_{\text{ges}}\} = 0,$$

$$\Rightarrow \frac{d}{df_{\text{Resonanz}}} \Im\{Z_{\text{ges}}\} = 4 \cdot \pi \cdot C_{Kav} \cdot R_{Kav}^2 \quad (\text{B.9})$$

$$\angle \underline{Z}_{\text{ges}} = \arctan\left(\frac{\Im\{Z_{\text{ges}}\}}{\Re\{Z_{\text{ges}}\}}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{df_{\text{Resonanz}}} \angle \underline{Z}_{\text{ges}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Im\{Z_{\text{ges}}\}}{\Re\{Z_{\text{ges}}\}}\right)^2} \cdot \frac{d}{df_{\text{Resonanz}}} \left(\frac{\Im\{Z_{\text{ges}}\}}{\Re\{Z_{\text{ges}}\}}\right)$$

$$= \frac{\frac{d}{df_{\text{Resonanz}}} \Im\{Z_{\text{ges}}\}}{\Re\{Z_{\text{ges}}\}}$$

$$= 4 \cdot \pi \cdot C_{Kav} \cdot R_{Kav} \quad (\text{B.10})$$

Mit $C_{Kav} = 740 \text{ pF}$ und $R_{Kav} = 2,296 \text{ k}\Omega$ beträgt die Verstärkung der Regelstrecke also

$$G_{\text{Strecke}} = 4 \cdot \pi \cdot C_{Kav} \cdot R_{Kav}$$

$$= 2,135077 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{Hz}}$$

$$= 1,223309 \cdot 10^{-3} \frac{\circ}{\text{Hz}}.$$

Die Zeitkonstante für das Ausregeln der Regelabweichung durch den I -Anteil der Regelung ist der Kehrwert des Produkts aus der Verstärkung des I -Reglers und der Verstärkung der Strecke. Mit den Ergebnissen aus Abschnitt B.1.4.3 ergibt sich

$$T = (G_{Strecke} \cdot G_{I,RR})^{-1} = 197,0 \mu s$$

unter ungünstigsten Bedingungen. Die Resonanzfrequenzregelung ist damit deutlich schneller als die Amplitudenregelung.

B.1.4.5 Herleitung der Parameterwerte des Modells Cavities.aCavity.AmplitudeControl

Die Parameter des Modells Cavities.aCavity.AmplitudeControl sind in Tabelle B.12 auf Seite 193 aufgelistet.

Die Verstärkung der Amplitudenregelung beträgt $K_{Regler} = 14,9$ und ihre beiden Zeitkonstanten sind $T_1 = 487,2 \mu s$ und $T_V = 17,2 \mu s$ [Har11, S. 53, S. 69]. Es handelt sich um ein PPT_1 -Glieder (siehe Abschnitt 4.1.4.2 und [Har11, S. 53]); auf dessen (im Modell nicht berücksichtigten!) P -Zweig entfällt eine Verstärkung von

$$K_P = K_{Regler} \cdot \frac{T_V}{T_1} = 0,526026 \quad (B.11)$$

und auf den PT_1 -Zweig eine Verstärkung von

$$K_{PT1} = K_{Regler} \cdot \left(1 - \frac{T_V}{T_1}\right) = 14,37397. \quad (B.12)$$

Die Verstärkung im Vorsteuerzweig beträgt $K_{Steuer} = 0,6$ [Har11, S. 69].

In dem in Kapitel 4.2.6.6 beschriebenen Modell wird die Amplitude der Kavitätenspannung direkt zur Regelung herangezogen und die Stellgröße der Regelung ist die Ausgangsspannung des Modulators. In der Realität ist die Eingangsgröße der Regelung jedoch die Amplitude der über dem kapazitiven Spannungsteiler abfallende Spannung (siehe Abschnitt 4.1.4.2 und [Har11, S. 65]), die nur $\frac{1}{2000}$ der Kavitätenspannung beträgt. Der Modulator produziert außerdem ein hochfrequentes Signal, dessen Amplitude von der Ausgangsspannung der Amplitudenregelung abhängt. Die maximale Steuerspannung der Amplitudenregelung beträgt 7,23 V [Har11, S. 68], im Vorsteuerzweig nur 6 V [Har11, S. 67]. Die Verstärkung des Modulators ist frequenz- und aussteuerungsabhängig und fällt für kleine Steuerspannungen stark ab [MW08]. Für Steuerspannungen zwischen 1 V und 7,23 V beträgt die Verstärkung zwischen 0,1 und 0,13 [MW08, S. 15]; in [Har11, S. 69] ist eine Verstärkung von 0,316 und eine Dämpfung von $-12 \text{ dB} \approx \frac{1}{4}$, insgesamt also ein Verstärkungsfaktor von 0,079, angegeben.

Im Modell ist die Eingangsgröße der Regelung also um den Faktor 2000 und die Ausgangsgröße um den Faktor $\frac{1}{0,079} \approx 12,658$ zu groß. Die Verstärkungsfaktoren müssen daher, um das gleiche Verhalten zu erzielen, um diese beiden Faktoren verringert werden. Die Zeitkonstante bleibt gleich. Somit ergibt sich für die Verstärkung der nur aus dem PT_1 -Glieder bestehenden Regelung

$$G_{AR} = K_{PT1} \cdot \frac{1}{2000} \cdot 0,079 \approx 5,678 \cdot 10^{-4} \quad (B.13)$$

und für die Verstärkung der Vorsteuerung

$$G_{AVS} = K_{Steuer} \cdot \frac{1}{2000} \cdot 0,079 \approx 2,37 \cdot 10^{-5}. \quad (B.14)$$

B.1.5 Parameter des Beam-Modells

Die Parameter des Beam-Modells sind in Tabelle B.13 auf Seite 194 aufgelistet.

Tabelle B.12.: Parameter des Modells Cavities.aCavity.AmplitudeControl

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
controlGain	Verstärkungsfaktor der Amplitudenregelung	$5,678 \cdot 10^{-4}$
controlTimeConstant	Zeitkonstante der Amplitudenregelung	$4,872 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ [Har11, S. 53]
pilotGain	Verstärkungsfaktor im Vorsteuerzweig der Amplitudenregelung	$2,370 \cdot 10^{-5}$

Tabelle B.13.: Parameter des Beam-Modells

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
chargeNumber	Ladungszahl der zu beschleunigenden Ionen (einheitenlos)	1 für Protonen (H^{1+} -Ionen), 28 für $^{238}U^{28++}$ -Ionen
harmonicNumber	Harmonischenzahl (einheitenlos)	2 im <i>SIS18</i> (1 für Protonen), 5 für Protonen im <i>SIS100</i> , 10 für $^{238}U^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i>
initialEnergy	Teilchenenergie zu Beginn der Simulation	$4 \cdot 10^9 \frac{eV}{u}$ für Protonen im <i>SIS100</i> , $2 \cdot 10^8 \frac{eV}{u}$ für $^{238}U^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i>
ionCount	Anzahl der Ionen pro Bunch (einheitenlos)	$5 \cdot 10^{11} u$ für $^{238}U^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i> [FAIR-BTR, S. 6f, S. 7, S. 10, S. 30, S. 355, S. 379] $4 \cdot 10^{13}$ für Protonen im <i>SIS100</i> [FAIR-BTR, S. 3, S. 20, S. 21, S. 32f, S. 355] 5, 45 im <i>SIS18</i> , 15, 63 für $^{238}U^{28+}$ -Ionen im <i>SIS100</i> , 44 für Protonen im <i>SIS100</i>
lorentzFactorAtTransition	Lorentzfaktor bei der Transitionsenergie	
restMass	Massenzahl der zu beschleunigenden Ionen (einheitenlos)	1 für Protonen, 238 für $^{238}U^{28+}$ -Ionen

Tabelle B.14.: Parameter des BPM-Modells

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
measurementNoise	Standardabweichung des Rauschens, welches zur Phase des Strahlstromsignals hinzugefügt wird	3°

B.1.6 Parameter des BPM-Modells

Die Parameter des BPM-Modells sind in Tabelle B.14 auf Seite 195 aufgelistet.

In Abbildung B.2 sind die Beträge der Abtastwerte beider Eingangssignale der Strahlphasen-DSP-Einheit dargestellt, wie sie während eines Experiments am 2. April 2011 gemessen wurden (siehe Kapitel 6.1). Beide Signale sind — auch als Folge der nicht idealen automatischen Verstärkungsregelung — verrauscht: Der Mittelwert des Betrags der Kavitätenspannung beträgt 4.076, die Standardabweichung 205,9. Der Mittelwert des Betrags des Strahlagesignals beträgt 4.126, die Standardabweichung 241,0. Beide Signale werden von A/D-Wandlern mit einer Auflösung von 14bit abgetastet, so dass sich Abtastwerte im Bereich $[0; 16.383]$ ergeben³. Aus den Abtastwerten werden mittels der Gleichungen 4.7 und 4.8 die Quadratur- und Inphasekomponenten errechnet, deren Wertebereich $[-8.192; 8.191]$ ist. Daraus ergeben sich mittels der Gleichungen 4.12 und 4.13 die Phasen und Beträge beider Signale errechnet. Der Wertebereich des Betrags ist daher $[0; 11.585]$ ⁴. Somit beträgt die Standardabweichung der Beträge beider Größen 1,777% bzw. 2,080% der Vollaussteuerung oder 5,05% bzw. 5,84% des Mittelwerts.

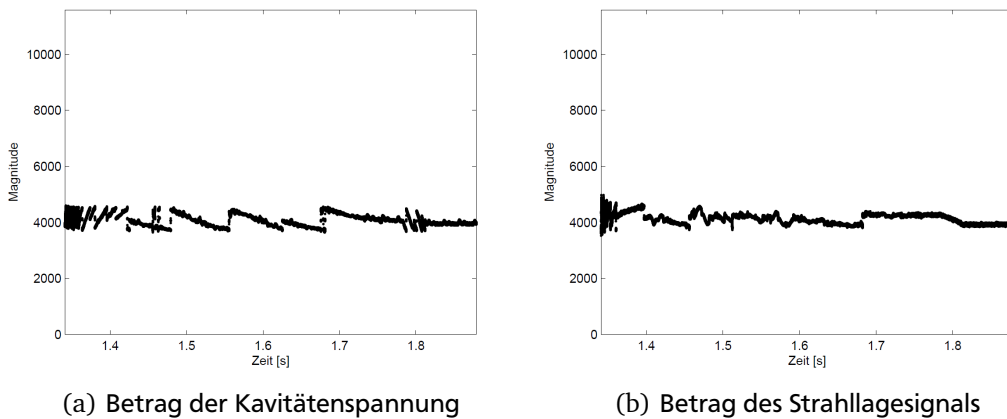


Abbildung B.2.: Experimentell bestimmte Beträge der Eingangssignale des Strahlphasen-DSP

Wenn die Abtastwerte mit einem normalverteilten Fehler (Rauschen) mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung σ behaftet sind, dann haben die Inphase- und Quadraturkomponenten, die gemäß Gleichungen 4.7 und 4.8 Mittelwerte je zweier Abtastwerte sind, die Standardabweichung $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sigma$. Wenn der Pegel des Rauschsignals deutlich unter dem des betrachteten Signals liegt, die Standardabweichung also klein ist gegenüber dem Erwartungswert des Betrags, dann beträgt die Standardabweichung des Betrags σ , ist also gleich der Standardabweichung der Abtastwerte. Die Standardabweichung der Phase beträgt unter den gleichen Annahmen $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sigma$ im Bogenmaß bzw. $\frac{180^\circ}{\pi \cdot \sqrt{2}} \cdot \sigma$ im Gradmaß. Die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen, die jeweils mit einem normalverteilten Fehler mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung σ behaftet sind, ist nochmals um den Faktor $\sqrt{2}$ größer, beträgt also σ (im Bogenmaß) bzw. $\frac{180}{\pi} \cdot \sigma$ (im Gradmaß). Einer Standardabweichung des Betrags von 5,84% entspricht deshalb eine ebenso große Standardabweichung der Abtastwerte; diese führt zu einer Standardabweichung der Phase eines Signals von 2,366° bzw. einer Standardabweichung der Phasendifferenz von 3,346°. Abbildung B.3 zeigt das Phasenrauschen am Ausgang eines Phasendetektors in Abhängigkeit vom Rauschen der Eingangswerte als Ergebnis einer Monte-Carlo-Simulation. Im Simulationsmodell ist nur das Signal des Strahlstromsensors, aber nicht die Kavitätenspannung verrauscht. Basierend auf vorstehenden Überlegungen ist eine Standardabweichung des Rauschens von 3° realistisch.

B.1.7 Parameter des BeamPhaseDSP-Modells

Die Parameter des BeamPhaseDSP-Modells sind in Tabelle B.15 auf Seite 197 aufgelistet.

In bisherigen Veröffentlichungen zum Thema ist der optimale Wert für die spezifische Reglerverstärkung (Parameter `controllerGain`) mit etwa 0,35 angegeben [Kli+07][Len12, S. 140]. Dieser Wert ist einheitenlos, bezieht

³ $2^{14} - 1 = 16.383$

⁴ $[8.192 \cdot \sqrt{2}] = 11.585$

Tabelle B.15.: Parameter des BeamPhaseDSP-Modells

Parameter	Beschreibung	Vorgabewert und Einheit
computationDelay	Für die Berechnung der Stellgröße benötigte Rechenzeit	10^{-5} s
controllerGain	Konstante, die mit der Zielfrequenz multipliziert wird, um die Reglerverstärkung zu erhalten	$6,109 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{\circ \text{Hz}}$
filterFrequencyMultiplier	Faktor, mit dem die Zielfrequenz multipliziert wird, um die Filtermittenfrequenz zu erhalten	1,1 [Kli+07]
frequencyInterval	Quantisierungsschrittweite der Synchrotronfrequenz	100 Hz
maximumFilterTapDistance	Maximaler Abstand zweier benachbarter, von Null verschiedener Einträge im Koeffizientenvektor voneinander	8.191
numberOfIntervals	Anzahl der Registerbänke des frequenzvariablen Bandpassfilters	64
phaseSetpoint	Sollwert der Phasendifferenz zwischen Strahlstrom und Beschleunigungsspannung	-90°
samplingInterval	Abtastintervall der Phasendifferenz	$3,224 \cdot 10^{-6}$ s
updateInterval	Abtastintervall der Synchrotronfrequenz	10^{-3} s

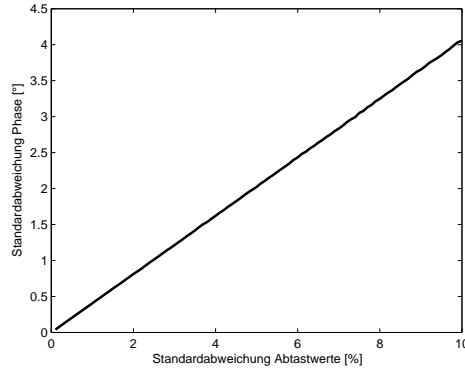


Abbildung B.3.: Phasenrauschen am Ausgang vs. Amplitudenrauschen am Eingang

sich also auf einen Winkel im Bogenmaß, und muss mit dem Schätzwert der Synchrotronfrequenz multipliziert werden, um die tatsächliche Reglerverstärkung zu erhalten. In dem in dieser Arbeit beschriebenen Modell haben Frequenzen stets die Einheit **Hertz** und Phasen werden im **Gradmaß** gemessen. Umgerechnet in die hier verwendeten Einheiten beträgt der Vorgabewert der Reglerverstärkung

$$0,35 \text{ rad}^{-1} = 0,35 \text{ rad}^{-1} \cdot \frac{\pi}{180} \frac{\text{rad}}{^\circ} = 6,109 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Hz}}{^\circ \text{ Hz}}$$

Das in Kapitel 4.1.5.2 beschriebene Bandpassfilter speichert maximal 16.384 Abtastwerte. Der Koeffizientenvektor ist ebenso lang und dünn besetzt; nur drei Koeffizienten sind von Null verschieden. Die Abstände zwischen den Koeffizienten sind gleich groß; der größte Abstand ergibt sich also, wenn sich der erste Koeffizient an 1ter, der zweite an 8.192ter und der dritte an 16.383ter Stelle im Koeffizientenvektor befindet. Der maximale Abstand zweier Koeffizienten voneinander (Parameter `maximumFilterTapDistance`) beträgt also 8.191.

B.2 Eingabe-Rampen

In den Tabellen B.17 und B.16 sind die numerischen Werte der in Kapitel 5.1.1 beschriebenen Rampen angegeben. Seitens der GSI wurden die Stützwerte $t[n]$ und die zugehörigen Werte der Frequenz $f_{HF,Rampe}[n]$ des HF-Felds und der Spannung $\hat{u}_{Rampe}[n]$ zur Verfügung gestellt. Alle anderen Größen (zeitliche Ableitung \dot{B} der magnetischen Flussdichte, Synchrotronfrequenz f_S und Teilchenenergie W_{kin}) wurden aus diesen beiden Größen folgendermaßen errechnet:

1. Aus der Frequenz des HF-Felds und der Harmonischenzahl h ergibt sich die Umlauffrequenz f_U .

$$f_U[n] = h^{-1} \cdot f_{HF,Rampe}[n]$$

2. Aus der Umlauffrequenz, dem Umfang L der Sollflugbahn und der Lichtgeschwindigkeit c_0 ergibt sich der Quotient β aus Teilchengeschwindigkeit und Lichtgeschwindigkeit.

$$\beta[n] = \frac{L}{c_0} \cdot f_U[n]$$

3. Aus β ergibt sich der Lorentzfaktor γ .

$$\gamma[n] = \sqrt{1 - \beta[n]^2}^{-1}$$

4. Aus β , dem Lorentzfaktor, der Massenzahl a , der atomaren Massenkostante m_U und der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich der Impuls p .

$$K_p = m_U \cdot c_0 = 4,97817068414862 \cdot 10^{-19} \text{ Ns}$$

$$p[n] = K_p \cdot a \cdot \beta \cdot \gamma$$

5. Aus dem Impuls, der Ladungszahl z , der Elementarladung q_e und dem Bahnradius r ergibt sich die magnetische Flussdichte B .

$$B[n] = (z \cdot q_e \cdot r)^{-1} \cdot p[n]$$

6. Die zeitliche Ableitung \dot{B} der magnetischen Flussdichte wurde durch numerische Differentiation 1. Ordnung bestimmt:

$$\dot{B}[n] = \frac{B[n+1] - B[n]}{t[n+1] - t[n]} \quad (\text{B.15})$$

7. Aus dem Lorentzfaktor γ und dem Lorentzfaktor γ_T bei der Transitionsenergie ergibt sich der Phasenschlupffaktor η .

$$\eta[n] = \gamma_T^{-2} - \gamma^{-2}$$

8. Aus dem Umfang der Sollflugbahn, dem Bahnradius, der zeitlichen Ableitung der magnetischen Flussdichte und der Spannung ergibt sich die synchrone Phase φ_{syn} .

$$\varphi_{syn}[n] = \arcsin \left(L \cdot r \cdot \frac{\dot{B}[n]}{\hat{u}_{Rampe}[n]} \right)$$

9. Aus der Umlauffrequenz, der Ladungszahl und der Elementarladung, der Massenzahl und der atomaren Massenkonzstante, der Lichtgeschwindigkeit, der Harmonischenzahl, der Spannung, dem Phasenschlupffaktor, der synchronen Phase, β und dem Lorentzfaktor ergibt sich die Synchrotronfrequenz.

$$K_{fs} = -\frac{q_e}{2 \cdot \pi \cdot m_U \cdot c_0^2} = -1,70860216322953 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{J}}$$

$$f_s[n] = f_U[n] \cdot \sqrt{K_{fs} \cdot \frac{z}{a} \cdot h \cdot \frac{\eta[n] \cdot \hat{u}[n] \cdot \cos(\varphi_{syn}[n])}{\beta[n]^2 \cdot \gamma[n]}} \quad (\text{B.16})$$

10. Aus dem Lorentzfaktor und der atomaren Massenkonzstante sowie der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich die kinetische Energie W_{kin} pro Nukleon. Im Modell hat die Teilchenenergie die Einheit **Elektronen-Volt** (1 eV = $1,60218 \cdot 10^{-19}$ J).

$$K_{J \rightarrow eV} = 6,2415 \cdot 10^{18} \frac{\text{eV}}{\text{J}}$$

$$K_W = m_U \cdot c_0^2 \cdot K_{J \rightarrow eV} = 9,3149210809301 \cdot 10^8 \text{ eV}$$

$$W_{kin} = K_W \cdot (\gamma[n] - 1) \quad (\text{B.17})$$

11. Weil die Simulation die **zeitlichen Ableitungen** aller Größen erwartet, werden auch die Frequenz des HF-Felds, die Spannung und die Synchrotronfrequenz numerisch differenziert:

$$\dot{f}_{HF,Rampe}[n] = \frac{f_{HF,Rampe}[n+1] - f_{HF,Rampe}[n]}{t[n+1] - t[n]} \quad (\text{B.18})$$

$$\dot{u}_{Rampe}[n] = \frac{\hat{u}_{Rampe}[n+1] - \hat{u}_{Rampe}[n]}{t[n+1] - t[n]} \quad (\text{B.19})$$

$$\dot{f}_s[n] = \frac{f_s[n+1] - f_s[n]}{t[n+1] - t[n]} \quad (\text{B.20})$$

In den seitens der GSI zur Verfügung gestellten Rampen beginnt die eigentliche Beschleunigung bei $t = 0$. Da in dem in Kapitel 4 beschriebenen Modell zu diesem Zeitpunkt jedoch die Regelsysteme erst eingeschaltet werden, wurde der Beginn der Beschleunigung etwas verschoben. Somit wird das System vorher einige Zeit bei konstanter (Einschuss-)Energie (**flat bottom**) betrieben, damit die Regelkreise einschwingen können. Nach dem Ende der Beschleunigung wird das System in der Simulation einige Zeit bei konstanter (Extraktions-)Energie (**flat**

top) betrieben. Die Simulation beginnt bei $t = t_0 < 0$ und t_0 ist so gewählt, dass der Strahlschwerpunkt etwa zwei ungedämpfte Synchrotronschwingungen ausführt, bevor die Regelsysteme bei $t = 0$ aktiviert werden.

Tabelle B.16 auf Seite 201ff. enthält die Rampen-Stützstellen eines Beschleunigungszyklus für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im *SIS100*. Die anfängliche Synchrotronfrequenz beträgt etwa 510 Hz, woraus sich eine Periodendauer der Synchrotronschwingungen von etwas unter 2 ms ergibt. Die Simulation beginnt bei $t_0 = -4$ ms. Die eigentliche Beschleunigung dauert 372 ms und es wurden zusätzliche 20 ms vor deren Beginn und 4 ms nach deren Ende eingefügt, so dass sich eine Gesamtlänge der Rampe von 400 ms ergibt.

Tabelle B.17 auf Seite 209ff. enthält die Rampen-Stützstellen eines Beschleunigungszyklus für $^1\text{H}^{1+}$ -Ionen im *SIS100*. Die anfängliche Synchrotronfrequenz beträgt etwa 37 Hz, woraus sich eine Periodendauer der Synchrotronschwingungen von etwas über 27 ms ergibt. Die Simulation beginnt bei $t_0 = -28$ ms. Die eigentliche Beschleunigung dauert 506 ms und es wurden zusätzliche 60 ms vor deren Beginn und 6 ms nach deren Ende eingefügt, so dass sich eine Gesamtlänge der Rampe von 600 ms ergibt.

Tabelle B.16.: Beschleunigungsrampe für $^{238}\text{U}^{28+}$ -Ionen im *SIS100*

Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
0	1,570590	30,521	0,384547	510
20	1,570590	30,521	0,384547	510
21	1,570592	31,118	0,384547	515
22	1,570607	32,883	0,384553	530
23	1,570649	35,289	0,384568	548
24	1,570731	38,233	0,384597	571
25	1,570865	41,627	0,384646	595
26	1,571065	45,438	0,384718	620
27	1,571344	49,641	0,384819	647
28	1,571716	54,180	0,384954	675
29	1,572193	59,058	0,385126	703
30	1,572788	64,260	0,385342	731
31	1,573515	69,753	0,385605	760
32	1,574386	75,546	0,385921	788
33	1,575414	81,630	0,386293	817
34	1,576612	87,998	0,386728	845
35	1,577993	94,643	0,387230	873
36	1,579567	101,558	0,387803	901
37	1,581349	108,739	0,388453	929
38	1,583350	116,182	0,389183	956
39	1,585582	123,884	0,390000	983
40	1,588056	131,841	0,390907	1.010
41	1,590783	140,053	0,391910	1.036
42	1,593776	148,516	0,393013	1.062
43	1,597043	157,231	0,394220	1.087
44	1,600596	166,195	0,395538	1.112
45	1,604444	175,394	0,396970	1.137
46	1,608592	184,450	0,398519	1.160
47	1,613029	193,021	0,400183	1.181
48	1,617738	201,110	0,401957	1.200
49	1,622702	208,734	0,403836	1.217
50	1,627905	215,920	0,405815	1.232
51	1,633331	222,666	0,407889	1.246
52	1,638963	228,988	0,410054	1.257
53	1,644786	234,911	0,412305	1.268
54	1,650782	240,403	0,414637	1.276
55	1,656938	245,513	0,417045	1.284
56	1,663236	250,241	0,419525	1.290
57	1,669662	254,557	0,422072	1.295
58	1,676201	258,505	0,424681	1.299
59	1,682838	262,088	0,427346	1.302
60	1,689558	265,300	0,430065	1.304
61	1,696348	268,127	0,432831	1.305
62	1,703193	270,598	0,435640	1.305
63	1,710080	272,717	0,438487	1.304
64	1,716996	274,485	0,441368	1.303
65	1,723928	275,904	0,444277	1.300
66	1,730864	276,966	0,447210	1.297

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite				
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
67	1,737790	277,673	0,450162	1.293
68	1,744697	278,039	0,453128	1.288
69	1,751572	278,065	0,456104	1.283
70	1,758403	277,752	0,459085	1.277
71	1,765184	277,272	0,462067	1.270
72	1,771910	276,794	0,465048	1.263
73	1,778584	276,318	0,468030	1.257
74	1,785206	275,844	0,471011	1.250
75	1,791775	275,373	0,473993	1.244
76	1,798293	274,904	0,476974	1.237
77	1,804759	274,437	0,479956	1.231
78	1,811174	273,973	0,482937	1.225
79	1,817538	273,507	0,485919	1.218
80	1,823852	273,037	0,488901	1.212
81	1,830116	272,568	0,491882	1.205
82	1,836331	272,103	0,494864	1.199
83	1,842496	271,639	0,497845	1.193
84	1,848612	271,179	0,500827	1.187
85	1,854679	270,720	0,503808	1.180
86	1,860699	270,264	0,506790	1.174
87	1,866670	269,811	0,509771	1.168
88	1,872594	269,360	0,512753	1.162
89	1,878471	268,911	0,515734	1.156
90	1,884301	268,465	0,518716	1.150
91	1,890084	268,021	0,521697	1.144
92	1,895822	267,580	0,524679	1.138
93	1,901514	267,141	0,527661	1.132
94	1,907160	266,703	0,530642	1.126
95	1,912761	266,258	0,533624	1.120
96	1,918318	265,817	0,536605	1.114
97	1,923830	265,378	0,539587	1.108
98	1,929298	264,941	0,542568	1.103
99	1,934723	264,507	0,545550	1.097
100	1,940104	264,076	0,548531	1.091
101	1,945442	263,647	0,551513	1.085
102	1,950738	263,220	0,554494	1.080
103	1,955991	262,796	0,557476	1.074
104	1,961203	262,375	0,560457	1.068
105	1,966372	261,956	0,563439	1.063
106	1,971501	261,540	0,566421	1.057
107	1,976588	261,126	0,569402	1.052
108	1,981635	260,715	0,572384	1.046
109	1,986642	260,305	0,575365	1.041
110	1,991608	259,889	0,578347	1.035
111	1,996535	259,475	0,581328	1.030
112	2,001423	259,064	0,584310	1.024
113	2,006271	258,655	0,587291	1.019
114	2,011081	258,249	0,590273	1.014
115	2,015853	257,846	0,593254	1.008
116	2,020586	257,445	0,596236	1.003

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]	
117	2,025282	257,046	0,599217		998
118	2,029941	256,651	0,602199		993
119	2,034562	256,257	0,605181		988
120	2,039146	255,866	0,608162		982
121	2,043694	255,478	0,611144		977
122	2,048206	255,092	0,614125		972
123	2,052682	254,709	0,617107		967
124	2,057123	254,328	0,620088		962
125	2,061528	253,940	0,623070		957
126	2,065898	253,555	0,626051		952
127	2,070233	253,172	0,629033		947
128	2,074534	252,791	0,632014		942
129	2,078801	252,413	0,634996		938
130	2,083035	252,037	0,637978		933
131	2,087234	251,664	0,640959		928
132	2,091401	251,293	0,643941		923
133	2,095534	250,925	0,646922		918
134	2,099635	250,559	0,649904		914
135	2,103704	250,195	0,652885		909
136	2,107740	249,834	0,655867		904
137	2,111745	249,476	0,658848		900
138	2,115718	249,119	0,661830		895
139	2,119659	248,765	0,664811		891
140	2,123570	248,410	0,667793		886
141	2,127450	248,051	0,670774		881
142	2,131300	247,695	0,673756		877
143	2,135119	247,341	0,676738		872
144	2,138908	246,990	0,679719		868
145	2,142668	246,641	0,682701		864
146	2,146398	246,295	0,685682		859
147	2,150099	245,950	0,688664		855
148	2,153772	245,609	0,691645		851
149	2,157415	245,269	0,694627		846
150	2,161030	244,932	0,697608		842
151	2,164617	244,597	0,700590		838
152	2,168176	244,264	0,703571		833
153	2,171707	243,934	0,706553		829
154	2,175211	243,605	0,709534		825
155	2,178688	243,279	0,712516		821
156	2,182137	242,950	0,715498		817
157	2,185560	242,619	0,718479		813
158	2,188957	242,291	0,721461		809
159	2,192327	241,965	0,724442		805
160	2,195671	241,642	0,727424		801
161	2,198990	241,320	0,730405		797
162	2,202283	241,001	0,733387		793
163	2,205550	240,684	0,736368		789
164	2,208792	240,369	0,739350		785
165	2,212010	240,057	0,742331		781
166	2,215203	239,746	0,745313		777

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit	Frequenz	HF-	Magnetische	Synchrotron-	
[ms]	des HF-Felds	Beschleunigungs-	Flussdichte	frequenz	
	[MHz]	spannung	[T]	[Hz]	
		[kV]			
167	2,218371	239,438	0,748295		773
168	2,221515	239,132	0,751276		769
169	2,224635	238,827	0,754258		765
170	2,227731	238,525	0,757239		762
171	2,230804	238,225	0,760221		758
172	2,233853	237,923	0,763202		754
173	2,236879	237,619	0,766184		751
174	2,239881	237,317	0,769165		747
175	2,242862	237,017	0,772147		743
176	2,245819	236,719	0,775128		740
177	2,248754	236,423	0,778110		736
178	2,251667	236,129	0,781091		732
179	2,254558	235,837	0,784073		729
180	2,257427	235,547	0,787055		725
181	2,260274	235,259	0,790036		722
182	2,263100	234,973	0,793018		718
183	2,265905	234,690	0,795999		715
184	2,268689	234,408	0,798981		711
185	2,271452	234,128	0,801962		708
186	2,274194	233,850	0,804944		704
187	2,276915	233,573	0,807925		701
188	2,279617	233,299	0,810907		698
189	2,282298	233,020	0,813888		694
190	2,284959	232,742	0,816870		691
191	2,287600	232,465	0,819851		688
192	2,290222	232,191	0,822833		684
193	2,292824	231,918	0,825815		681
194	2,295407	231,647	0,828796		678
195	2,297971	231,378	0,831778		675
196	2,300516	231,111	0,834759		671
197	2,303042	230,846	0,837741		668
198	2,305550	230,583	0,840722		665
199	2,308039	230,321	0,843704		662
200	2,310509	230,061	0,846685		659
201	2,312962	229,803	0,849667		656
202	2,315397	229,547	0,852648		653
203	2,317813	229,293	0,855630		649
204	2,320213	229,040	0,858611		646
205	2,322594	228,789	0,861593		643
206	2,324959	228,535	0,864575		640
207	2,327306	228,280	0,867556		637
208	2,329636	228,027	0,870538		634
209	2,331949	227,775	0,873519		631
210	2,334245	227,525	0,876501		629
211	2,336525	227,277	0,879482		626
212	2,338788	227,031	0,882464		623
213	2,341035	226,786	0,885445		620
214	2,343265	226,543	0,888427		617
215	2,345480	226,302	0,891408		614
216	2,347679	226,062	0,894390		611

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]	
217	2,349862	225,824	0,897372	608	
218	2,352029	225,588	0,900353	606	
219	2,354181	225,353	0,903335	603	
220	2,356317	225,120	0,906316	600	
221	2,358438	224,888	0,909298	597	
222	2,360544	224,658	0,912279	595	
223	2,362636	224,429	0,915261	592	
224	2,364712	224,196	0,918242	589	
225	2,366773	223,964	0,921224	587	
226	2,368820	223,733	0,924205	584	
227	2,370853	223,504	0,927187	581	
228	2,372871	223,276	0,930168	579	
229	2,374875	223,050	0,933150	576	
230	2,376864	222,825	0,936132	573	
231	2,378840	222,602	0,939113	571	
232	2,380802	222,381	0,942095	568	
233	2,382750	222,160	0,945076	566	
234	2,384685	221,942	0,948058	563	
235	2,386606	221,725	0,951039	561	
236	2,388514	221,509	0,954021	558	
237	2,390408	221,295	0,957002	556	
238	2,392289	221,082	0,959984	553	
239	2,394157	220,870	0,962965	551	
240	2,396012	220,660	0,965947	548	
241	2,397855	220,452	0,968928	546	
242	2,399684	220,243	0,971910	544	
243	2,401501	220,030	0,974892	541	
244	2,403306	219,819	0,977873	539	
245	2,405098	219,610	0,980855	536	
246	2,406878	219,401	0,983836	534	
247	2,408645	219,195	0,986818	532	
248	2,410401	218,989	0,989799	529	
249	2,412144	218,785	0,992781	527	
250	2,413876	218,582	0,995762	525	
251	2,415595	218,381	0,998744	522	
252	2,417303	218,181	1,001725	520	
253	2,419000	217,982	1,004707	518	
254	2,420685	217,785	1,007688	516	
255	2,422358	217,589	1,010670	513	
256	2,424020	217,394	1,013652	511	
257	2,425671	217,201	1,016633	509	
258	2,427311	217,008	1,019615	507	
259	2,428940	216,818	1,022596	505	
260	2,430558	216,628	1,025578	503	
261	2,432165	216,439	1,028559	500	
262	2,433761	216,247	1,031541	498	
263	2,435347	216,054	1,034522	496	
264	2,436922	215,863	1,037504	494	
265	2,438486	215,674	1,040485	492	
266	2,440040	215,485	1,043467	490	

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit	Frequenz	HF-	Magnetische	Synchrotron-	
[ms]	des HF-Felds	Beschleunigungs-	Flussdichte	frequenz	
	[MHz]	spannung	[T]	[Hz]	
		[kV]			
267	2,441584	215,298	1,046449		488
268	2,443118	215,112	1,049430		486
269	2,444641	214,927	1,052412		484
270	2,446154	214,744	1,055393		482
271	2,447658	214,562	1,058375		480
272	2,449151	214,380	1,061356		478
273	2,450634	214,200	1,064338		476
274	2,452108	214,022	1,067319		474
275	2,453572	213,844	1,070301		472
276	2,455027	213,667	1,073282		470
277	2,456472	213,492	1,076264		468
278	2,457908	213,318	1,079245		466
279	2,459334	213,145	1,082227		464
280	2,460751	212,973	1,085209		462
281	2,462158	212,802	1,088190		460
282	2,463557	212,628	1,091172		458
283	2,464947	212,454	1,094153		456
284	2,466327	212,280	1,097135		454
285	2,467699	212,108	1,100116		452
286	2,469061	211,937	1,103098		451
287	2,470415	211,767	1,106079		449
288	2,471761	211,598	1,109061		447
289	2,473097	211,430	1,112042		445
290	2,474426	211,263	1,115024		443
291	2,475745	211,097	1,118005		441
292	2,477056	210,932	1,120987		440
293	2,478359	210,768	1,123969		438
294	2,479654	210,606	1,126950		436
295	2,480940	210,444	1,129932		434
296	2,482218	210,284	1,132913		433
297	2,483488	210,124	1,135895		431
298	2,484750	209,965	1,138876		429
299	2,486004	209,808	1,141858		427
300	2,487250	209,651	1,144839		426
301	2,488489	209,496	1,147821		424
302	2,489719	209,341	1,150802		422
303	2,490942	209,185	1,153784		421
304	2,492157	209,027	1,156765		419
305	2,493365	208,870	1,159747		417
306	2,494565	208,714	1,162729		416
307	2,495757	208,558	1,165710		414
308	2,496942	208,404	1,168692		412
309	2,498120	208,251	1,171673		411
310	2,499290	208,098	1,174655		409
311	2,500454	207,947	1,177636		407
312	2,501610	207,797	1,180618		406
313	2,502758	207,647	1,183599		404
314	2,503900	207,499	1,186581		403
315	2,505035	207,351	1,189562		401
316	2,506163	207,204	1,192544		400

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]	
317	2,507283	207,058	1,195526		398
318	2,508397	206,913	1,198507		396
319	2,509504	206,769	1,201489		395
320	2,510605	206,626	1,204470		393
321	2,511699	206,484	1,207452		392
322	2,512786	206,342	1,210433		390
323	2,513866	206,202	1,213415		389
324	2,514940	206,062	1,216396		387
325	2,516007	205,923	1,219378		386
326	2,517068	205,780	1,222359		384
327	2,518123	205,638	1,225341		383
328	2,519171	205,496	1,228322		381
329	2,520213	205,356	1,231304		380
330	2,521248	205,216	1,234286		379
331	2,522277	205,077	1,237267		377
332	2,523301	204,939	1,240249		376
333	2,524318	204,802	1,243230		374
334	2,525329	204,666	1,246212		373
335	2,526334	204,530	1,249193		371
336	2,527333	204,396	1,252175		370
337	2,528326	204,262	1,255156		369
338	2,529313	204,129	1,258138		367
339	2,530294	203,996	1,261119		366
340	2,531270	203,865	1,264101		365
341	2,532239	203,734	1,267082		363
342	2,533203	203,604	1,270064		362
343	2,534161	203,331	1,273045		361
344	2,535112	202,771	1,276021		359
345	2,536055	201,925	1,278987		357
346	2,536987	200,792	1,281939		356
347	2,537908	199,374	1,284872		354
348	2,538816	197,669	1,287782		351
349	2,539711	195,679	1,290662		349
350	2,540589	193,402	1,293509		346
351	2,541452	190,840	1,296318		343
352	2,542296	187,992	1,299084		340
353	2,543122	184,858	1,301803		337
354	2,543927	181,438	1,304469		334
355	2,544711	177,731	1,307077		330
356	2,545473	173,734	1,309624		326
357	2,546211	169,436	1,312104		322
358	2,546924	164,848	1,314512		318
359	2,547612	159,970	1,316844		313
360	2,548273	154,801	1,319095		309
361	2,548906	149,323	1,321260		304
362	2,549509	143,542	1,323334		298
363	2,550083	137,466	1,325313		292
364	2,550626	131,068	1,327192		286
365	2,551137	124,360	1,328966		280
366	2,551614	117,328	1,330630		273

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.16 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit	Frequenz	HF-	Magnetische	Synchrotron-	
[ms]	des HF-Felds	Beschleunigungs-	Flussdichte	frequenz	
	[MHz]	spannung	[T]	[Hz]	
		[kV]			
367	2,552058	109,972	1,332179		265
368	2,552466	102,568	1,333611		257
369	2,552841	95,430	1,334929		249
370	2,553184	88,554	1,336137		241
371	2,553496	81,927	1,337239		233
372	2,553779	75,562	1,338242		225
373	2,554035	69,457	1,339149		217
374	2,554265	63,610	1,339966		209
375	2,554471	58,022	1,340696		201
376	2,554653	52,692	1,341346		192
377	2,554814	47,621	1,341919		184
378	2,554954	42,811	1,342421		176
379	2,555076	38,256	1,342856		167
380	2,555180	33,963	1,343229		159
381	2,555269	29,930	1,343544		150
382	2,555342	26,161	1,343807		141
383	2,555402	22,653	1,344023		132
384	2,555451	19,409	1,344195		124
385	2,555488	16,432	1,344330		115
386	2,555516	13,727	1,344431		105
387	2,555536	11,298	1,344503		96
388	2,555550	9,155	1,344552		87
389	2,555558	7,313	1,344581		78
390	2,555562	5,805	1,344596		70
391	2,555564	4,694	1,344602		63
392	2,555564	4,187	1,344603		59

Tabelle B.17.: Beschleunigungsrampe für $^1H^{1+}$ -Ionen im SIS100

Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
0	1,358416	3,178	0,341080	37
60	1,358416	3,178	0,341080	37
61	1,358416	3,948	0,341081	41
62	1,358417	5,456	0,341088	48
63	1,358420	7,478	0,341108	56
64	1,358425	9,950	0,341146	64
65	1,358434	12,847	0,341208	72
66	1,358447	16,156	0,341301	80
67	1,358466	19,872	0,341431	88
68	1,358490	23,988	0,341605	96
69	1,358522	28,500	0,341827	103
70	1,358561	33,404	0,342104	111
71	1,358608	38,701	0,342444	118
72	1,358665	44,387	0,342850	126
73	1,358733	50,453	0,343331	133
74	1,358810	56,900	0,343891	140
75	1,358900	63,725	0,344538	147
76	1,359002	70,925	0,345276	154
77	1,359116	78,488	0,346113	160
78	1,359244	86,417	0,347055	167
79	1,359385	94,708	0,348107	173
80	1,359541	103,358	0,349276	179
81	1,359712	112,347	0,350568	185
82	1,359897	121,689	0,351989	191
83	1,360098	131,366	0,353545	196
84	1,360313	141,374	0,355243	201
85	1,360545	151,716	0,357088	206
86	1,360791	161,967	0,359085	211
87	1,361051	171,749	0,361229	215
88	1,361324	181,053	0,363515	218
89	1,361607	189,892	0,365936	221
90	1,361900	198,284	0,368486	223
91	1,362200	206,207	0,371159	224
92	1,362507	213,682	0,373949	225
93	1,362819	220,720	0,376849	226
94	1,363135	227,323	0,379854	227
95	1,363454	233,468	0,382957	227
96	1,363774	239,186	0,386153	226
97	1,364095	244,480	0,389434	226
98	1,364416	249,352	0,392796	225
99	1,364736	253,805	0,396231	224
100	1,365054	257,827	0,399734	222
101	1,365369	261,432	0,403298	221
102	1,365681	264,629	0,406917	219
103	1,365989	267,420	0,410586	217
104	1,366292	269,808	0,414298	215
105	1,366591	271,795	0,418047	213
106	1,366884	273,384	0,421826	211

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit	Frequenz	HF-	Magnetische	Synchrotron-	
[ms]	des HF-Felds	Beschleunigungs-	Flussdichte	frequenz	
	[MHz]	spannung	[T]	[Hz]	
		[kV]			
107	1,367171	274,578	0,425630		208
108	1,367452	275,378	0,429453		206
109	1,367727	275,784	0,433288		203
110	1,367995	275,798	0,437128		201
111	1,368257	275,618	0,440970		198
112	1,368512	275,435	0,444812		195
113	1,368760	275,250	0,448654		193
114	1,369003	275,063	0,452496		190
115	1,369239	274,874	0,456338		188
116	1,369470	274,683	0,460180		185
117	1,369695	274,490	0,464022		183
118	1,369914	274,296	0,467864		180
119	1,370128	274,100	0,471706		178
120	1,370338	273,902	0,475548		176
121	1,370542	273,703	0,479390		173
122	1,370742	273,503	0,483232		171
123	1,370937	273,302	0,487074		169
124	1,371127	273,099	0,490916		167
125	1,371313	272,895	0,494758		165
126	1,371495	272,690	0,498599		163
127	1,371673	272,484	0,502441		161
128	1,371847	272,277	0,506283		159
129	1,372017	272,069	0,510125		157
130	1,372183	271,860	0,513967		155
131	1,372346	271,650	0,517809		153
132	1,372505	271,436	0,521651		151
133	1,372661	271,218	0,525493		150
134	1,372813	271,000	0,529335		148
135	1,372962	270,780	0,533177		146
136	1,373108	270,560	0,537019		144
137	1,373251	270,340	0,540861		143
138	1,373391	270,119	0,544703		141
139	1,373528	269,897	0,548545		139
140	1,373662	269,675	0,552387		138
141	1,373794	269,453	0,556229		136
142	1,373923	269,230	0,560071		135
143	1,374049	269,006	0,563912		133
144	1,374173	268,782	0,567754		132
145	1,374294	268,558	0,571596		130
146	1,374413	268,334	0,575438		129
147	1,374530	268,109	0,579280		127
148	1,374644	267,884	0,583122		126
149	1,374756	267,659	0,586964		125
150	1,374866	267,433	0,590806		123
151	1,374974	267,206	0,594648		122
152	1,375080	266,973	0,598490		121
153	1,375184	266,739	0,602332		119
154	1,375286	266,506	0,606174		118
155	1,375385	266,272	0,610016		117
156	1,375484	266,038	0,613858		116

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]	
157	1,375580	265,803	0,617700		114
158	1,375675	265,569	0,621542		113
159	1,375767	265,335	0,625384		112
160	1,375859	265,100	0,629225		111
161	1,375948	264,865	0,633067		110
162	1,376036	264,631	0,636909		109
163	1,376122	264,396	0,640751		108
164	1,376207	264,161	0,644593		106
165	1,376291	263,926	0,648435		105
166	1,376372	263,691	0,652277		104
167	1,376453	263,456	0,656119		103
168	1,376532	263,221	0,659961		102
169	1,376610	262,981	0,663803		101
170	1,376686	262,738	0,667645		100
171	1,376761	262,495	0,671487		99
172	1,376835	262,252	0,675329		98
173	1,376908	262,009	0,679171		97
174	1,376979	261,766	0,683013		96
175	1,377049	261,523	0,686855		95
176	1,377119	261,280	0,690696		95
177	1,377186	261,037	0,694538		94
178	1,377253	260,794	0,698380		93
179	1,377319	260,551	0,702222		92
180	1,377384	260,308	0,706064		91
181	1,377447	260,065	0,709906		90
182	1,377510	259,822	0,713748		89
183	1,377572	259,580	0,717590		88
184	1,377632	259,337	0,721432		88
185	1,377692	259,088	0,725274		87
186	1,377751	258,837	0,729116		86
187	1,377809	258,586	0,732958		85
188	1,377866	258,334	0,736800		84
189	1,377922	258,083	0,740642		84
190	1,377977	257,832	0,744484		83
191	1,378031	257,581	0,748326		82
192	1,378085	257,330	0,752168		81
193	1,378138	257,078	0,756009		81
194	1,378189	256,827	0,759851		80
195	1,378241	256,576	0,763693		79
196	1,378291	256,325	0,767535		78
197	1,378341	256,074	0,771377		78
198	1,378390	255,823	0,775219		77
199	1,378438	255,571	0,779061		76
200	1,378485	255,312	0,782903		76
201	1,378532	255,051	0,786745		75
202	1,378578	254,791	0,790587		74
203	1,378624	254,531	0,794429		74
204	1,378669	254,271	0,798271		73
205	1,378713	254,010	0,802113		72
206	1,378756	253,750	0,805955		72

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite				
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
207	1,378799	253,489	0,809797	71
208	1,378842	253,229	0,813639	70
209	1,378884	252,968	0,817481	70
210	1,378925	252,707	0,821322	69
211	1,378965	252,446	0,825164	69
212	1,379005	252,186	0,829006	68
213	1,379045	251,921	0,832848	67
214	1,379084	251,650	0,836690	67
215	1,379122	251,379	0,840532	66
216	1,379160	251,108	0,844374	66
217	1,379198	250,837	0,848216	65
218	1,379235	250,566	0,852058	65
219	1,379271	250,294	0,855900	64
220	1,379307	250,023	0,859742	64
221	1,379342	249,751	0,863584	63
222	1,379377	249,479	0,867426	62
223	1,379412	249,207	0,871268	62
224	1,379446	248,934	0,875110	61
225	1,379480	248,661	0,878952	61
226	1,379513	248,378	0,882793	60
227	1,379545	248,095	0,886635	60
228	1,379578	247,811	0,890477	59
229	1,379610	247,527	0,894319	59
230	1,379641	247,243	0,898161	58
231	1,379672	246,958	0,902003	58
232	1,379703	246,673	0,905845	57
233	1,379733	246,388	0,909687	57
234	1,379763	246,102	0,913529	56
235	1,379793	245,817	0,917371	56
236	1,379822	245,530	0,921213	55
237	1,379851	245,234	0,925055	55
238	1,379880	244,935	0,928897	55
239	1,379908	244,637	0,932739	54
240	1,379936	244,337	0,936581	54
241	1,379963	244,037	0,940423	53
242	1,379990	243,737	0,944265	53
243	1,380017	243,436	0,948106	52
244	1,380043	243,135	0,951948	52
245	1,380070	242,833	0,955790	51
246	1,380096	242,531	0,959632	51
247	1,380121	242,218	0,963474	51
248	1,380146	241,902	0,967316	50
249	1,380171	241,585	0,971158	50
250	1,380196	241,268	0,975000	49
251	1,380220	240,950	0,978842	49
252	1,380244	240,631	0,982684	49
253	1,380268	240,311	0,986526	48
254	1,380292	239,990	0,990368	48
255	1,380315	239,669	0,994210	47
256	1,380338	239,337	0,998052	47

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]	
257	1,380361	239,000	1,001894		47
258	1,380383	238,662	1,005736		46
259	1,380405	238,324	1,009578		46
260	1,380427	237,985	1,013419		45
261	1,380449	237,647	1,017261		45
262	1,380471	237,309	1,021103		45
263	1,380492	236,972	1,024945		44
264	1,380513	236,628	1,028787		44
265	1,380534	236,280	1,032629		43
266	1,380554	235,934	1,036471		43
267	1,380574	235,591	1,040313		43
268	1,380594	235,251	1,044155		42
269	1,380614	234,916	1,047997		42
270	1,380634	234,586	1,051839		42
271	1,380653	234,260	1,055681		41
272	1,380673	233,930	1,059523		41
273	1,380692	233,603	1,063365		41
274	1,380710	233,283	1,067207		40
275	1,380729	232,972	1,071049		40
276	1,380748	232,670	1,074890		40
277	1,380766	232,378	1,078732		39
278	1,380784	232,097	1,082574		39
279	1,380802	231,828	1,086416		39
280	1,380819	231,565	1,090258		38
281	1,380837	231,309	1,094100		38
282	1,380854	231,069	1,097942		38
283	1,380871	230,839	1,101784		38
284	1,380888	230,621	1,105626		37
285	1,380905	230,419	1,109468		37
286	1,380921	230,231	1,113310		37
287	1,380938	230,058	1,117152		36
288	1,380954	229,899	1,120994		36
289	1,380970	229,753	1,124836		36
290	1,380986	229,610	1,128678		36
291	1,381002	229,478	1,132520		35
292	1,381017	229,358	1,136362		35
293	1,381033	229,246	1,140203		35
294	1,381048	229,144	1,144045		35
295	1,381063	229,046	1,147887		35
296	1,381078	228,952	1,151729		34
297	1,381093	228,869	1,155571		34
298	1,381108	228,796	1,159413		34
299	1,381122	228,731	1,163255		34
300	1,381137	228,663	1,167097		33
301	1,381151	228,601	1,170939		33
302	1,381165	228,546	1,174781		33
303	1,381179	228,497	1,178623		33
304	1,381193	228,448	1,182465		33
305	1,381206	228,396	1,186307		32
306	1,381220	228,349	1,190149		32

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit	Frequenz	HF-	Magnetische	Synchrotron-	
[ms]	des HF-Felds	Beschleunigungs-	Flussdichte	frequenz	
	[MHz]	spannung	[T]	[Hz]	
		[kV]			
307	1,381233	228,306	1,193991		32
308	1,381247	228,265	1,197833		32
309	1,381260	228,215	1,201675		32
310	1,381273	228,168	1,205516		32
311	1,381286	228,125	1,209358		31
312	1,381299	228,085	1,213200		31
313	1,381311	228,039	1,217042		31
314	1,381324	227,994	1,220884		31
315	1,381336	227,952	1,224726		31
316	1,381349	227,913	1,228568		30
317	1,381361	227,871	1,232410		30
318	1,381373	227,825	1,236252		30
319	1,381385	227,783	1,240094		30
320	1,381397	227,743	1,243936		30
321	1,381409	227,705	1,247778		30
322	1,381421	227,660	1,251620		29
323	1,381432	227,618	1,255462		29
324	1,381444	227,578	1,259304		29
325	1,381455	227,543	1,263146		29
326	1,381466	227,499	1,266987		29
327	1,381477	227,457	1,270829		29
328	1,381488	227,418	1,274671		28
329	1,381499	227,382	1,278513		28
330	1,381510	227,343	1,282355		28
331	1,381521	227,301	1,286197		28
332	1,381532	227,262	1,290039		28
333	1,381542	227,226	1,293881		28
334	1,381553	227,190	1,297723		28
335	1,381563	227,149	1,301565		27
336	1,381573	227,110	1,305407		27
337	1,381583	227,074	1,309249		27
338	1,381594	227,040	1,313091		27
339	1,381604	226,997	1,316933		27
340	1,381614	226,956	1,320775		27
341	1,381623	226,918	1,324617		26
342	1,381633	226,883	1,328459		26
343	1,381643	226,845	1,332300		26
344	1,381652	226,805	1,336142		26
345	1,381662	226,767	1,339984		26
346	1,381671	226,732	1,343826		26
347	1,381681	226,698	1,347668		26
348	1,381690	226,657	1,351510		25
349	1,381699	226,619	1,355352		25
350	1,381708	226,585	1,359194		25
321	1,381717	226,553	1,363036		25
352	1,381726	226,514	1,366878		25
353	1,381735	226,477	1,370720		25
354	1,381744	226,442	1,374562		25
355	1,381753	226,411	1,378404		25
356	1,381761	226,376	1,382246		24

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]	
357	1,381770	226,339	1,386088	24	
358	1,381779	226,305	1,389930	24	
359	1,381787	226,273	1,393772	24	
360	1,381795	226,241	1,397613	24	
361	1,381804	226,204	1,401455	24	
362	1,381812	226,169	1,405297	24	
363	1,381820	226,136	1,409139	24	
364	1,381828	226,107	1,412981	23	
365	1,381836	226,071	1,416823	23	
366	1,381844	226,037	1,420665	23	
367	1,381852	226,006	1,424507	23	
368	1,381860	225,977	1,428349	23	
369	1,381868	225,945	1,432191	23	
370	1,381876	225,911	1,436033	23	
371	1,381883	225,880	1,439875	23	
372	1,381891	225,851	1,443717	22	
373	1,381898	225,822	1,447559	22	
374	1,381906	225,788	1,451401	22	
375	1,381913	225,757	1,455243	22	
376	1,381921	225,728	1,459084	22	
377	1,381928	225,702	1,462926	22	
378	1,381935	225,669	1,466768	22	
379	1,381942	225,638	1,470610	22	
380	1,381950	225,610	1,474452	22	
381	1,381957	225,584	1,478294	21	
382	1,381964	225,554	1,482136	21	
383	1,381971	225,523	1,485978	21	
384	1,381978	225,495	1,489820	21	
385	1,381985	225,469	1,493662	21	
386	1,381991	225,442	1,497504	21	
387	1,381998	225,411	1,501346	21	
388	1,382005	225,383	1,505188	21	
389	1,382011	225,357	1,509030	21	
390	1,382018	225,333	1,512872	21	
391	1,382025	225,303	1,516714	20	
392	1,382031	225,275	1,520556	20	
393	1,382038	225,249	1,524397	20	
394	1,382044	225,226	1,528239	20	
395	1,382050	225,198	1,532081	20	
396	1,382057	225,170	1,535923	20	
397	1,382063	225,145	1,539765	20	
398	1,382069	225,122	1,543607	20	
399	1,382075	225,097	1,547449	20	
400	1,382082	225,069	1,551291	20	
401	1,382088	225,044	1,555133	19	
402	1,382094	225,020	1,558975	19	
403	1,382100	224,998	1,562817	19	
404	1,382106	224,971	1,566659	19	
405	1,382112	224,946	1,570501	19	
406	1,382117	224,923	1,574343	19	

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite				
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
407	1,382123	224,901	1,578185	19
408	1,382129	224,875	1,582027	19
409	1,382135	224,849	1,585869	19
410	1,382140	224,825	1,589710	19
411	1,382146	224,803	1,593552	18
412	1,382152	224,779	1,597394	18
413	1,382157	224,754	1,601236	18
414	1,382163	224,730	1,605078	18
415	1,382168	224,708	1,608920	18
416	1,382174	224,687	1,612762	18
417	1,382179	224,661	1,616604	18
418	1,382185	224,637	1,620446	18
419	1,382190	224,615	1,624288	18
420	1,382195	224,596	1,628130	18
421	1,382201	224,572	1,631972	18
422	1,382206	224,549	1,635814	18
423	1,382211	224,528	1,639656	17
424	1,382216	224,510	1,643498	17
425	1,382221	224,489	1,647340	17
426	1,382226	224,467	1,651181	17
427	1,382231	224,447	1,655023	17
428	1,382236	224,429	1,658865	17
429	1,382241	224,411	1,662707	17
430	1,382246	224,389	1,666549	17
431	1,382251	224,369	1,670391	17
432	1,382256	224,350	1,674233	17
433	1,382261	224,334	1,678075	17
434	1,382266	224,313	1,681917	17
435	1,382271	224,294	1,685759	16
436	1,382275	224,277	1,689601	16
437	1,382280	224,262	1,693443	16
438	1,382285	224,244	1,697285	16
439	1,382289	224,225	1,701127	16
440	1,382294	224,208	1,704969	16
441	1,382299	224,193	1,708811	16
442	1,382303	224,177	1,712653	16
443	1,382308	224,159	1,716494	16
444	1,382312	224,143	1,720336	16
445	1,382317	224,128	1,724178	16
446	1,382321	224,115	1,728020	16
447	1,382325	224,098	1,731862	16
448	1,382330	224,083	1,735704	15
449	1,382334	224,069	1,739546	15
450	1,382339	224,057	1,743388	15
451	1,382343	224,043	1,747230	15
452	1,382347	224,028	1,751072	15
453	1,382351	224,015	1,754914	15
454	1,382356	224,003	1,758756	15
455	1,382360	223,991	1,762598	15
456	1,382364	223,977	1,766440	15

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite					
Zeit	Frequenz	HF-	Magnetische	Synchrotron-	
[ms]	des HF-Felds	Beschleunigungs-	Flussdichte	frequenz	
	[MHz]	spannung	[T]	[Hz]	
		[kV]			
457	1,382368	223,965	1,770282		15
458	1,382372	223,954	1,774124		15
459	1,382376	223,945	1,777966		15
460	1,382380	223,932	1,781807		15
461	1,382384	223,921	1,785649		15
462	1,382388	223,912	1,789491		14
463	1,382392	223,905	1,793333		14
464	1,382396	223,895	1,797175		14
465	1,382400	223,885	1,801017		14
466	1,382404	223,876	1,804859		14
467	1,382408	223,868	1,808701		14
468	1,382412	223,861	1,812543		14
469	1,382416	223,851	1,816385		14
470	1,382419	223,844	1,820227		14
471	1,382423	223,838	1,824069		14
472	1,382427	223,834	1,827911		14
473	1,382431	223,826	1,831753		14
474	1,382434	223,820	1,835595		14
475	1,382438	223,816	1,839437		14
476	1,382442	223,814	1,843278		14
477	1,382445	223,810	1,847120		14
478	1,382449	223,806	1,850962		13
479	1,382452	223,803	1,854804		13
480	1,382456	223,801	1,858646		13
481	1,382460	223,799	1,862488		13
482	1,382463	223,796	1,866330		13
483	1,382467	223,796	1,870172		13
484	1,382470	223,797	1,874014		13
485	1,382474	223,799	1,877856		13
486	1,382477	223,798	1,881698		13
487	1,382480	223,799	1,885540		13
488	1,382484	223,802	1,889382		13
489	1,382487	223,807	1,893224		13
490	1,382491	223,810	1,897066		13
491	1,382494	223,814	1,900908		13
492	1,382497	223,819	1,904750		13
493	1,382500	223,825	1,908591		13
494	1,382504	223,830	1,912433		13
495	1,382507	223,835	1,916275		12
496	1,382510	223,842	1,920117		12
497	1,382513	223,850	1,923959		12
498	1,382517	223,861	1,927801		12
499	1,382520	223,869	1,931643		12
500	1,382523	223,879	1,935485		12
501	1,382526	223,892	1,939327		12
502	1,382529	223,907	1,943169		12
503	1,382532	223,920	1,947011		12
504	1,382535	223,935	1,950853		12
505	1,382538	223,952	1,954695		12
506	1,382542	223,969	1,958537		12

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite				
Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
507	1,382545	223,985	1,962379	12
508	1,382548	224,002	1,966221	12
509	1,382551	224,020	1,970063	12
510	1,382554	224,041	1,973904	12
511	1,382557	224,064	1,977746	12
512	1,382559	224,086	1,981588	12
513	1,382562	224,111	1,985430	11
514	1,382565	224,138	1,989272	11
515	1,382568	224,168	1,993114	11
516	1,382571	224,197	1,996956	11
517	1,382574	224,059	2,000797	11
518	1,382577	223,583	2,004632	11
519	1,382580	222,770	2,008454	11
520	1,382582	221,613	2,012258	11
521	1,382585	220,117	2,016038	11
522	1,382588	218,285	2,019786	11
523	1,382590	216,117	2,023498	11
524	1,382593	213,599	2,027167	11
525	1,382596	210,741	2,030787	11
526	1,382598	207,545	2,034351	11
527	1,382601	204,011	2,037854	11
528	1,382603	200,140	2,041289	10
529	1,382605	195,930	2,044650	10
530	1,382608	191,381	2,047932	10
531	1,382610	186,476	2,051127	10
532	1,382612	181,227	2,054231	10
533	1,382614	175,633	2,057236	10
534	1,382616	169,697	2,060136	10
535	1,382618	163,399	2,062926	10
536	1,382620	156,748	2,065599	9
537	1,382621	149,755	2,068149	9
538	1,382623	142,395	2,070570	9
539	1,382625	134,679	2,072855	9
540	1,382626	126,598	2,075000	9
541	1,382627	118,148	2,076997	8
542	1,382629	109,666	2,078842	8
543	1,382630	101,514	2,080539	8
544	1,382631	93,678	2,082096	8
545	1,382632	86,162	2,083517	7
546	1,382633	78,967	2,084808	7
547	1,382633	72,084	2,085977	7
548	1,382634	65,521	2,087030	7
549	1,382635	59,276	2,087971	6
550	1,382635	53,351	2,088808	6
551	1,382636	47,746	2,089547	6
552	1,382636	42,462	2,090193	5
553	1,382636	37,495	2,090754	5
554	1,382637	32,848	2,091234	5
555	1,382637	28,518	2,091641	5
556	1,382637	24,507	2,091980	4

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle B.17 — Fortsetzung von der vorigen Seite

Zeit [ms]	Frequenz des HF-Felds [MHz]	HF- Beschleunigungs- spannung [kV]	Magnetische Flussdichte [T]	Synchrotron- frequenz [Hz]
557	1,382637	20,815	2,092258	4
558	1,382638	17,440	2,092480	4
559	1,382638	14,385	2,092653	3
560	1,382638	11,636	2,092783	3
561	1,382638	9,205	2,092877	3
562	1,382638	7,099	2,092939	3
563	1,382638	5,324	2,092977	2
564	1,382638	3,900	2,092996	2
565	1,382638	2,874	2,093004	2
566	1,382638	2,432	2,093005	2

B.3 Zustandsvariablen des Modells

Aus den Zustandsvariablen eines Systems lassen sich alle anderen internen Größen berechnen. Das in Kapitel 4 beschriebene System verfügt über folgende Integrations- und Totzeitglieder, deren Ausgangssignale den Zustandsvariablen entsprechen:

- Drei Integrationsglieder befinden sich im Modell `CentralControlSystem` und berechnen die Sollwerte der Frequenz des HF-Felds, der HF-Beschleunigungsspannung und der Synchrotronfrequenz aus den zeitlichen Ableitungen dieser Größen. Der Verlauf dieser Größen wird durch die Simulationsstimuli vorgegeben und ist somit *a priori* bekannt, muss also nicht aufgezeichnet werden.
- Ein Totzeitglied befindet sich im Modell `BeamPhaseDDS`. Es modelliert die Latenz der Übertragung der Frequenzwerte vom *Master*- und die *Slave*-Synthesizer.
- Ein Totzeitglied befindet sich im Modell `ReferenceDDS` und stellt sicher, dass die Totzeit dieses Modells gleich der des Modells `BeamPhaseDDS` ist.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.CavityDSP.PhaseDetector` und bildet das zeitliche Integral der Frequenzdifferenz zwischen der Kavitätsspannung und dem Signal des Synthesizers für die Strahlphasenregelung. Dieses Integrationsglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Totzeitglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.CavityDSP` und modelliert die Ausführungszeit der Signalverarbeitung. Dieses Totzeitglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.PhaseDetector` und bildet das zeitliche Integral der Frequenzdifferenz zwischen der Kavitätsspannung und Anregungsstrom der Kavität. Dieses Integrationsglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.BiasControl` und modelliert den *I*-Regler für die Resonanzfrequenzregelung. Dieses Integrationsglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.BiasControl.PT1` und modelliert als PT_1 -Glied die „Trägheit“ des Vormagnetisierungsstroms. Dieses Integrationsglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.AmplitudeControl.PT1` und ist Teil des PT_1 -Reglers für die Amplitudenregelung. Dieses Integrationsglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Cavities.aCavity.PhaseDetector2` und bildet das zeitliche Integral der Frequenzdifferenz zwischen der Kavitätsspannung dieser und jener der Referenzkavität. Dieses Integrationsglied wird zusammen mit dem übergeordneten Modell `Cavities.aCavity` genau so oft instanziiert, wie Kavitäten im System vorhanden sind.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Beam.BunchCenter.PhaseDetector` und bildet das zeitliche Integral der Differenz zwischen der *h*-ten Harmonischen der Umlauffrequenz und der Frequenz der wirksamen Beschleunigungsspannung.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Beam.BunchCenter` und berechnet die kinetische Energie pro Nukleon.
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `Beam.PhaseDetector` und berechnet die Differenz zwischen der *h*-ten Harmonischen der Umlauffrequenz des synchronen Teilchens und derselben Harmonischen der Umlauffrequenz des Makroteilchens.

-
- Ein Integrationsglied befindet sich im Modell `BeamPhaseDSP.PhaseDetector` und bildet das zeitliche Integral der Frequenzdifferenz zwischen der Spannung über dem Spalt der Referenzkavität und dem Strahlstrom.
 - Ein Totzeitglied befindet sich im Modell `BeamPhaseDSP` und modelliert die Ausführungszeit der Signalverarbeitung.

Insgesamt gibt es (bei N_{Kav} Kavitäten) $7 + 6 \cdot N_{Kav}$ Integrations- und $3 + N_{Kav}$ Totzeitglieder.



C Berechnung der Güte- und Fehlermaße

Nachfolgend sind die in dieser Arbeit verwendeten Algorithmen zur Berechnung der in Kapitel 5.2 beschriebenen Güte- und Fehlermaße wiedergegeben und erläutert. An der Entwicklung und Implementierung dieser Algorithmen haben auch **Pocharavidh Phuphatana** und **Christian Althoff** mitgewirkt.

C.1 Allgemeines

Die nachfolgend aufgeführten Algorithmen sind allgemein verwendbar und werden von verschiedenen anderen Algorithmen in der vorliegenden Arbeit verwendet.

C.1.1 Numerische Integration

Algorithmus C.1 beschreibt die numerische Integration einer Größe nach dem Euler-Verfahren (Rechteckregel) [Kre06, S. 887].

Algorithmus C.1 Numerische Integration nach dem Euler-Verfahren

Vorbedingung: Seien t_1, t_2, \dots, t_N , $t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen und x_1, x_2, \dots, x_N die zugehörigen Stützwerte der Größe x , d. h. $x_k = x(t_k)$. Sei y_0 der Startwert der Integration.

$y_1 \leftarrow y_0$

Für $k = 2, \dots, N$:

$y_k \leftarrow y_{k-1} + x_{k-1} \cdot (t_k - t_{k-1})$

Ende

Ergebnis: y_1, y_2, \dots, y_N sind die Stützwerte des Integrals von x , d. h. $y_k = y(t_k) \approx y_0 + \int_{t_1}^{t_k} x(t) dt$.

C.1.2 Numerische Differentiation

Algorithmus C.2 beschreibt die numerische Differentiation 1. Ordnung [Kre06, S. 827f.], das Gegenstück zur Integration gemäß Algorithmus C.1.

Algorithmus C.2 Numerische Differentiation 1. Ordnung

Vorbedingung: Seien t_1, t_2, \dots, t_N , $t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen und x_1, x_2, \dots, x_N die zugehörigen Stützwerte der Größe x , d. h. $x_k = x(t_k)$.

Für $k = 1, \dots, N - 1$:

Wenn $t_{k+1} \neq t_k$ **dann**

$y_k \leftarrow \frac{x_{k+1} - x_k}{t_{k+1} - t_k}$

sonst

$y_k \leftarrow \text{NaN}$

Ende

Ende

$y_N \leftarrow 0$

Ergebnis: y_1, y_2, \dots, y_N sind die Stützwerte der Ableitung von x , d. h. $y_k = y(t_k) \approx \frac{dx}{dt}$.

C.1.3 Numerische Interpolation und Neuabtastung

Die zeitlichen Ableitungen der Eingaberampen sind zwischen den Stützstellen der Rampen stückweise konstant. Zwischenwerte können mit Algorithmus C.3 berechnet werden. Die Eingaberampen sind folglich zwischen den Stützstellen stückweise linear und Zwischenwerte können mit Algorithmus C.4 berechnet werden. Sollen Simulationen mit unterschiedlichen Stützstellen verglichen werden, so kann Algorithmus 5.1 angewendet werden.

Algorithmus C.3 Neuabtastung einer stückweise konstanten Größe

Vorbedingung: Sei T_x die Menge der Stützstellen der Größe x und T eine Menge von Stützstellen, zu denen x neu abgetastet werden soll.

Für alle $t \in T$:

Wenn $t \in T_x$ dann

Verwende die Stützstelle bei t und den zugehörigen Stützwert $x(t)$.

sonst

Finde $t_L \in T_x$, so dass $t_L < t \wedge \{\tau \in T_x | t_L < \tau\} = \emptyset$.

$x(t) \leftarrow x(t_L)$

Ende

Ende

Ergebnis: x ist $\forall t \in T$ definiert.

Algorithmus C.4 Neuabtastung einer stückweise linearen Größe

Vorbedingung: Sei T_x die Menge der Stützstellen der Größe x und T eine Menge von Stützstellen, zu denen x neu abgetastet werden soll.

Für alle $t \in T$:

Wenn $t \in T_x$ dann

Verwende die Stützstelle bei t und den zugehörigen Stützwert $x(t)$.

sonst

Finde $t_L, t_R \in T_x$, so dass $t_L < t < t_R \wedge \{\tau \in T_x | t_L < \tau < t_R\} = \emptyset$.

$x(t) \leftarrow x(t_L) + (t - t_L) \cdot \frac{x(t_R) - x(t_L)}{t_R - t_L}$

Ende

Ende

Ergebnis: x ist $\forall t \in T$ definiert.

C.2 Gütemaße für Kavitätensynchronisation und Strahlphasenregelung

Die nachfolgend aufgeführten Algorithmen dienen der Berechnung der in Kapitel 5.2.1 eingeführten Gütemaße.

Die Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase ergibt sich unmittelbar aus der Simulation. Das Maximum dieser Größe ist das in Kapitel 5.2.1.1 erläuterte Gütemaß und ihr Effektivwert das in Kapitel 5.2.1.2 erläuterte. Mit Algorithmus C.7 kann der Effektivwert der Größe berechnet werden. Die Ermittlung der mittleren Abklingzeitkonstante longitudinaler Dipolschwingungen der Strahlphase ist etwas schwieriger und wird in Abschnitt C.2.3 beschrieben. Die Berechnung der Phasendifferenz zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Master-Synthesizer für die Strahlphasenregelung ist in Abschnitt C.2.4 beschrieben; die beiden in Kapitel 5.2.1.4 bzw. 5.2.1.5 beschriebenen Gütemaße entsprechen dem Maximum bzw. dem Effektivwert dieser Größe.

C.2.1 Aufteilung der Simulationsergebnisse in Segmente und Intervalle

Im Laufe der Simulation werden vier verschiedene Betriebszustände unterschieden:

1. Für $t < 0$ sind alle Regelsysteme inaktiv, das System also ungeregelt.
2. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden alle Regelsysteme eingeschaltet. Es findet zunächst keine Beschleunigung statt, d. h. die synchrone Phase ist Null. Dieser Betriebszustand wird **Flat-Bottom**-Betrieb genannt.

3. Zu einem Zeitpunkt $t > 0$ beginnt die eigentliche Beschleunigung; die synchrone Phase ist positiv.
4. Nach dem Ende des eigentlichen Beschleunigungsvorgangs bleibt die Teilchenenergie konstant und die synchrone Phase geht wieder auf Null herunter. Dieser Betriebszustand wird **Flat-Top**-Betrieb genannt.

Der unregelmäßige Betrieb des Synchrotrons findet in der Praxis nicht statt und dient nur dem Vergleich zwischen dem Verhalten des geregelten und dem des unregelmäßigen Systems. Dafür treten in der Praxis noch weitere Betriebszustände auf (beispielsweise das Herunterfahren der Frequenz des HF-Felds vor dem nächsten Beschleunigungszyklus), die in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet werden. In diesen Betriebszuständen sind Strahlphasenschwingungen ausgeschlossen, beispielsweise weil kein Strahl zirkuliert oder weil keine Beschleunigungsspannung auf die Teilchen wirkt. Die vier genannten Betriebszustände werden nachfolgend als **Segmente** bezeichnet. Jedes Segment ist durch den Zeitpunkt seines Beginns und seines Endes in der Simulation eindeutig identifiziert. Algorithmus C.5 beschreibt die Zerlegung der Simulationsdaten in Segmente.

Algorithmus C.5 Zerlegung in Segmente

Vorbedingung: Seien $t_1, t_2, \dots, t_N, t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen und $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ die zugehörigen Stützwerte der synchronen Phase φ_{syn} , d. h. $\varphi_k = \varphi_{syn}(t_k)$.
 Finde $k_1 = \min \{k \in]1; N] \mid t_k \geq 0\}$.
 Finde $k_2 = \min \{k \in]k_1; N] \mid \varphi_k > 0\}$.
 Finde $k_3 = \min \{k \in]k_2; N] \mid \varphi_k = 0\}$.
 Die Stützstellen $1, \dots, k_1 - 1$ gehören zum ersten Segment (unregelmäßiges System).
 Die Stützstellen $k_1, \dots, k_2 - 1$ gehören zum zweiten Segment (*flat bottom*).
 Die Stützstellen $k_2, \dots, k_3 - 1$ gehören zum dritten Segment.
 Die Stützstellen k_3, \dots, N gehören zum vierten Segment (*flat top*).

Die Knickstellen der Rampen an ihren Stützstellen sind Ursachen für kohärente Strahlphasenschwingungen, die zu diesen Zeitpunkten angeregt werden. Die Bestimmung der Abklingzeitkonstante der Schwingungen erfolgt von einer Stützstelle der Eingaberampen zur nächsten, da zu jenem Zeitpunkt erneut Schwingungen angeregt werden. Der Zeitraum zwischen zwei Stützstellen der Eingaberampen wird nachfolgend als **Intervall** bezeichnet. Jedes Intervall ist durch den Zeitpunkt seines Beginns und seines Endes in der Simulation eindeutig identifiziert. Algorithmus C.6 beschreibt die Zerlegung der Simulationsdaten in Intervalle.

Algorithmus C.6 Zerlegung in Intervalle

Vorbedingung: Sei $T = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ mit $t_k \leq t_{k+1}$ die Menge aller Stützstellen der Simulation und $U = \{u_1, u_2, \dots, u_M\}$ mit $u_k \leq u_{k+1}$ die Menge aller Stützstellen der Rampen. Sei $U \subset T$, was in der Praxis garantiert ist.
 $k_0 \leftarrow 1$
Für $l = 1, \dots, M$:
 Finde $k_l : t_{k_l} = u_l$
 Die Stützstellen $k_{l-1}, \dots, k_l - 1$ gehören zum l -ten Intervall.
Ende
 Die Stützstellen k_M, \dots, N gehören zum $M + 1$ -ten Intervall.

C.2.2 Berechnung des Effektivwerts einer Größe

Algorithmus C.7 beschreibt die Berechnung des Zeitintegrals des Betragsquadrats einer Größe. Handelt es sich dabei um eine Potentialgröße, so entspricht dieses Integral — bis auf einen konstanten Vorfaktor — der mittels dieser Größe übertragenen Energie.

Algorithmus C.8 beschreibt die Berechnung des Effektivwerts einer Größe. Handelt es sich dabei um eine Potentialgröße, so entspricht dieses Integral — bis auf einen konstanten Vorfaktor — der mittels dieser Größe übertragenen mittleren Leistung.

Algorithmus C.7 Berechnung des Zeitintegrals des Betragsquadrats

Vorbedingung: Seien t_1, t_2, \dots, t_N , $t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen und x_1, x_2, \dots, x_N die zugehörigen Stützwerte der Größe x , d. h. $x_k = x(t_k)$.

$$y_k \leftarrow |x_k|^2 \quad \forall k.$$

Berechne die Stützstellen z_k des Integrals $\int y dt$ gemäß Algorithmus C.1 aus den Stützstellen t_k , den Stützwerten y_k und dem Anfangswert 0.

$$W \leftarrow z_N$$

Ergebnis: W ist die im Zeitraum $[t_1; t_N]$ mittels der Größe x übertragene Energie.

Algorithmus C.8 Berechnung des Effektivwerts

Vorbedingung: Seien t_1, t_2, \dots, t_N , $t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen und x_1, x_2, \dots, x_N die zugehörigen Stützwerte der Größe x , d. h. $x_k = x(t_k)$.

Berechne die Energie W gemäß Algorithmus C.7 aus den Stützstellen t_k und den Stützwerten x_k .

$$P \leftarrow \frac{W}{t_N - t_1}$$

Ergebnis: P ist die mittlere im Zeitraum $[t_1; t_N]$ mittels der Größe x übertragene Leistung.

C.2.3 Bestimmung der Abklingzeitkonstanten longitudinaler Strahlphasenschwingungen

Bei der Bestimmung der Abklingzeitkonstanten der Strahlphasenschwingungen wird davon ausgegangen, dass die Einhüllende der Schwingung exponentiell abklingt. Die Bestimmung der Abklingzeitkonstanten ist erheblich einfacher, wenn die Strahlphase um Null zentriert ist. Dazu werden mehrere Korrekturterme zur Strahlphase hinzuaddiert (siehe Algorithmus C.9 in Abschnitt C.2.3.1). Anschließend können die Extremwerte der gedämpften Schwingung bestimmt werden (siehe Algorithmus C.10 in Abschnitt C.2.3.2). Aus den Extremwerten $\hat{\delta}_k$ und den Zeitpunkten t_k ihres Auftretens ergibt sich ein Gleichungssystem für die Abklingzeitkonstante τ :

$$\hat{\delta}_k = \hat{\delta}_1 \cdot \exp\left(-\frac{t_k - t_1}{\tau}\right) \quad (\text{C.1})$$

$$\Rightarrow \tau^{-1} \cdot t_k = -\log\left(\frac{\hat{\delta}_k}{\hat{\delta}_1}\right) \quad (\text{C.2})$$

Gibt es mehr als zwei Extrema, dann ist das Gleichungssystem überbestimmt und es kann nur eine **Ausgleichsrechnung** durchgeführt werden [Bro+00, S. 916f.]. Gleichung C.2 kann als lineares Gleichungssystem geschrieben werden:

$$\mathbf{T} \cdot \tau^{-1} = \mathbf{d}, \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{T} = (t_2 - t_1 \quad \dots \quad t_N - t_1)^T,$$

$$\mathbf{d} = -\left(\log\left(\frac{\hat{\delta}_2}{\hat{\delta}_1}\right) \quad \dots \quad \log\left(\frac{\hat{\delta}_N}{\hat{\delta}_1}\right)\right)^T$$

Für $k > 2$ ist \mathbf{T} nicht quadratisch und somit auch nicht invertierbar. Mittels der **Pseudoinversen** \mathbf{T}^\dagger kann jedoch eine Lösung angegeben werden, die das Fehlerquadrat minimiert:

$$\tau^{-1} \approx \mathbf{T}^\dagger \cdot \mathbf{d} \quad (\text{C.4})$$

Da die Spalten von \mathbf{T} linear unabhängig sind¹, gilt mit der Adjungierten \mathbf{T}^* zu \mathbf{T} :

$$\mathbf{T}^\dagger = (\mathbf{T}^* \cdot \mathbf{T})^{-1} \cdot \mathbf{T}^* \quad (\text{C.5})$$

¹ \mathbf{T} hat nur eine Spalte!

Da außerdem die t_k reell sind, gilt $\mathbf{T}^* = \mathbf{T}^T$ und somit

$$\mathbf{T}^\dagger = \left(\sum_{k=2}^N (t_k - t_1)^2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{T}^T \quad (\text{C.6})$$

$$\Rightarrow \mathbf{T}^\dagger \cdot \mathbf{d} = \left(\sum_{k=2}^N (t_k - t_1)^2 \right)^{-1} \cdot \left(- \sum_{k=1}^N t_k \cdot \log \left(\frac{\hat{\delta}_k}{\hat{\delta}_1} \right) \right) \quad (\text{C.7})$$

$$\Rightarrow \tau \approx - \frac{\sum_{k=2}^N (t_k - t_1)^2}{\sum_{k=1}^N t_k \cdot \log \left(\frac{\hat{\delta}_k}{\hat{\delta}_1} \right)} \quad (\text{C.8})$$

Gibt es genau zwei Extrema, dann folgt die Abklingzeitkonstante unmittelbar aus Gleichung C.2.

Gibt es nur ein Extremum, dann ist das Gleichungssystem unterbestimmt. Das ist dann der Fall, wenn die Synchrotronfrequenz weniger als 500 Hz beträgt, weil dann nicht mindestens zwei Extrema der Strahlphase in ein üblicherweise 1 ms langes Intervall zwischen zwei Rampen-Stützstellen fallen. In diesem wie auch in dem Fall, dass kein Extremum in das untersuchte Intervall fällt, kann mit obigem Ansatz keine Abklingzeitkonstante bestimmt werden. Stattdessen kann folgender Ansatz gewählt werden:

$$\tilde{\delta}_k = A_\delta \cdot \sin(\varphi_\delta + 2 \cdot \pi \cdot f_\delta \cdot t_k) \cdot \exp(-\tau_\delta \cdot t_k) \quad (\text{C.9})$$

Die Konstanten A_δ , f_δ , φ_δ und τ_δ können numerisch so bestimmt werden, dass der quadratische Fehler

$$\sum_k (\tilde{\delta}_k - \delta_k) \quad (\text{C.10})$$

minimal wird [Bro+00, S. 913f.]. Das erfordert jedoch erheblich mehr Rechenleistung, weswegen in dieser Arbeit bevorzugt der vorbeschriebene Ansatz verwendet wird.

C.2.3.1 Korrekturterme für die Strahlphase

Die Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase liegt als Ausgangsgröße der Simulation vor, so dass die Strahlphase nicht um die synchrone Phase bereinigt werden muss. Es gibt jedoch systematische Einflüsse auf die Strahlphase:

1. Das Modell des synchronen Teilchens (siehe Kapitel 4.2.7.1) berücksichtigt die Phasenlage der wirksamen Beschleunigung nicht
2. Bei der Berechnung der synchronen Phase (siehe Kapitel 4.2.7.1) wird nur der Sollwert der Beschleunigungsspannung berücksichtigt. Abweichungen der Amplitude der wirksamen Beschleunigungsspannung von ihrem Sollwert bewirken Abweichungen der Strahlphase.
3. Die HF-Frequenzrampe verläuft stückweise linear. Da aber bei relativistischen Geschwindigkeiten auch die Masse der Teilchen mit der Geschwindigkeit zunimmt, muss die Energie mehr als linear zunehmen, um einen linearen Geschwindigkeitsanstieg zu bewirken. Die Phase der Beschleunigungsspannung zum Zeitpunkt des Durchflugs eines Teilchens muss sich daher mit zunehmender Teilchenenergie zu größeren Werten hin verschieben, um eine lineare Zunahme der Teilchengeschwindigkeit zu ermöglichen.

Die Phasendifferenz zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Referenz-Synthesizers muss also aus der Strahlphase herausgerechnet werden. Gleiches gilt für die Verschiebung der synchronen Phase durch die in den Punkten 2 und 3 der vorstehenden Aufzählung genannten Effekte. Algorithmus C.9 berechnet die erforderlichen Korrekturterme.

C.2.3.2 Auffinden der Extrema einer Größe

Algorithmus C.10 dient dem Auffinden der Extremwerte einer Größe.

Algorithmus C.9 Zentrierung der Strahlphase um 0

Vorbedingung: Seien $t_1, t_2, \dots, t_N, t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen. Seien $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \dots, \Delta\varphi_N$ die zugehörigen Stützwerte der Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase. Seien u_1, u_2, \dots, u_N die zugehörigen Stützwerte der Amplitude, f_1, f_2, \dots, f_N die der Frequenz und $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ die der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung. Seien r_1, r_2, \dots, r_N die zugehörigen Stützwerte der Referenzfrequenz. Sei L der Umfang des Synchrotrons, h die Harmonisenzahl, c_0 die Lichtgeschwindigkeit und m und q die Ruhemasse bzw. die Ladung jedes einzelnen Teilchens.

$$\Delta f_k \leftarrow r_k - f_k \forall k$$

Berechne die Stützstellen i_k des Integrals $\int \Delta f dt$ gemäß Algorithmus C.1 aus den Stützstellen t_k , den Stützwerten Δf_k und dem Anfangswert 0.

$$\Delta\varphi'_k \leftarrow \Delta\varphi_k + 360 \frac{^\circ}{\text{Hz s}} \cdot i_k + \varphi_k \forall k \forall k$$

$$\beta_k \leftarrow \frac{L}{h \cdot c_0} \cdot f_k \forall k$$

$$\gamma_k \leftarrow \sqrt{1 - \beta_k^2}^{-1} \forall k$$

Berechne die Stützstellen a_k der Ableitung $\frac{d\gamma}{dt}$ gemäß Algorithmus C.2 aus den Stützstellen t_k und den Stützwerten γ_k .

$$\varphi'_k \leftarrow \arcsin \left(\frac{h \cdot a_k \cdot m \cdot c_0^2}{q \cdot u_k \cdot f_k} \right)$$

$$\Delta\varphi''_k \leftarrow \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} \cdot \varphi'_k - \varphi_k$$

Ergebnis: Die $\Delta\varphi''_k$ sind die korrigierten Stützwerte der Abweichung der Strahlphase.

C.2.4 Bestimmung der Regelabweichung der Kavitätsynchronisation

Die Phasendifferenz zwischen der wirksamen Beschleunigungsspannung und dem Ausgangssignal des Synthesizers für die Strahlphasenregelung ergibt sich aus der Frequenz und der Phase der Beschleunigungsspannung und der Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers gemäß Gleichung 3.11. Das Maximum dieser Größe ist das in Kapitel 5.2.1.4 erläuterte Gütemaß und ihr Effektivwert das in Kapitel 5.2.1.5 erläuterte. Algorithmus C.11 berechnet die Phasendifferenz; mit Algorithmus C.7 kann ihr Effektivwert berechnet werden.

C.2.5 Prüfung, ob der Bunchschwerpunkt den *Bucket* verlassen hat

Es ist möglich, dass ein Teilchen den Bucket nur kurzzeitig verlässt und dann wieder in selbigen eintritt. Wenn aber der Bunchschwerpunkt außerhalb des Buckets liegt, ist mit dem Verlust eines erheblichen Anteils der Teilchen oder gar aller Teilchen des Bunch zu rechnen. Algorithmus C.12 prüft, ob der Bunchschwerpunkt außerhalb des Buckets liegt; der Rand des Buckets ist die Separatrix, die mittels Gleichung 2.74 berechnet werden kann.

C.3 Fehlermetriken

Die nachfolgend aufgeführten Algorithmen dienen der Berechnung der in Kapitel 5.2.2 eingeführten Fehlermaße.

C.3.1 Maximaler Fehlerbetrags (MAE)

Algorithmus C.13 beschreibt die Berechnung des maximalen Fehlerbetrags von x_1 , bezogen auf x_2 . x_1 und x_2 sind zwei Verläufe derselben Größe aus zwei unterschiedlichen Simulationen.

C.3.2 Relativer Fehler-Effektivwert (RRMSE)

Algorithmus C.14 beschreibt die Berechnung des relativen Fehler-Effektivwerts von x_1 , bezogen auf x_2 . x_1 und x_2 sind zwei Verläufe derselben Größe aus zwei unterschiedlichen Simulationen.

Algorithmus C.10 Auffinden von Extremwerten

Vorbedingung: Seien t_1, t_2, \dots, t_N , $t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen und x_1, x_2, \dots, x_N die zugehörigen Stützwerte der Größe x , d. h. $x_k = x(t_k)$.

Vorbedingung: Die Extremwerte von x seien abwechselnd positiv und negativ und die Beträge der Extremwerte seien streng monoton mit der Zeit t fallend (wende zuvor Algorithmus C.9 an!).

$X \leftarrow \emptyset$

$k_{vor} \leftarrow 0, w_{vor} \leftarrow 0$

Solange $k_{vor} < N$:

Wenn $w_{vor} = 0$ **dann** {Es gab kein voriges Extremum}

 Finde $k : (k_{vor} < k \leq N) \wedge (|x_k| > |x_l| \forall l \neq k)$.

wenn andererseits $w_{vor} > 0$ **dann** {Das vorige Extremum war ein lokales Maximum}

 Finde $k : (k_{vor} < k \leq N) \wedge (x_k < x_l \forall l \neq k)$.

wenn andererseits $w_{vor} < 0$ **dann** {Das vorige Extremum war ein lokales Minimum}

 Finde $k : (k_{vor} < k \leq N) \wedge (x_k > x_l \forall l \neq k)$.

Ende

$w \leftarrow x_k, t \leftarrow t_k$

 Füge (t, w) zu X hinzu.

$k_{vor} \leftarrow k, w_{vor} \leftarrow w$

Ende{Das letzte gefundene Paar ist kein Extremum, sondern (t_N, x_N) .}

Entferne (t_N, w_N) aus X .

Ergebnis: X ist eine Menge von Paaren (t, w) von Extremwerten w und dem Zeitpunkt t ihres Auftretens.

Algorithmus C.11 Berechnung der Phasendifferenz zwischen Beschleunigungsspannung und Strahlphasen-Synthesizer

Vorbedingung: Seien t_1, t_2, \dots, t_N , $t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen. Seien f_1, f_2, \dots, f_N die zugehörigen Stützwerte der Frequenz und $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ die der Phase der wirksamen Beschleunigungsspannung. Seien r_1, r_2, \dots, r_N die zugehörigen Stützwerte der Frequenz des Strahlphasen-Synthesizers.

$\Delta f_k \leftarrow r_k - f_k \forall k$

Berechne die Stützstellen i_k des Integrals $\int \Delta f dt$ gemäß Algorithmus C.1 aus den Stützstellen t_k , den Stützwerten Δf_k und dem Anfangswert 0.

$\Delta \varphi_k \leftarrow 360 \frac{^\circ}{\text{Hz s}} \cdot i_k + \varphi_k \forall k \forall k$

Ergebnis: Die $\Delta \varphi_k$ sind die Stützwerte der gesuchten Phasendifferenz.

C.4 Statistische Metriken

Die nachfolgend beschriebenen statistischen Kenngrößen werden verwendet, um die Abklingzeitkonstanten der longitudinalen Strahlphasenschwingungen statistisch auszuwerten. Das ist erforderlich, weil die Abklingzeitkonstanten stark streuen (siehe Kapitel 5.2.1.3).

Der in Abschnitt C.4.2 beschriebene Rangkorrelationskoeffizient wurde auch verwendet, um die Korrelation der einzelnen Gütemaße untereinander und mit den Modellparametern zu bestimmen.

C.4.1 Ausreißertest nach Walsh

Algorithmus C.15 (basierend auf [Wal59]) beschreibt den Ausreißertest nach Walsh.

C.4.2 Rangkorrelation nach Kendall

Algorithmus C.16 (basierend auf [Dod08]) beschreibt die Berechnung des Rangkorrelationskoeffizienten nach **Kendall** zwischen zwei Größen x und y .

Algorithmus C.17 (basierend auf [Dod08]) beschreibt die Berechnung des kritischen Werts für den Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall. Ist der Betrag des Rangkorrelationskoeffizienten zwischen zwei Größen x und y größer als der kritische Wert, so ist die Nullhypothese, dass beide Größen unabhängig sind, abzulehnen.

Algorithmus C.12 Prüfung, ob Strahlverlust eintritt

Vorbedingung: Seien $t_1, t_2, \dots, t_N, t_k \leq t_{k+1}$ die Stützstellen. Seien $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ die zugehörigen Stützwerte der synchronen Phase φ_{syn} und $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N$ die der Abweichung der Strahlphase von der synchronen Phase. Seien f_1, f_2, \dots, f_N die zugehörigen Stützwerte der Synchrotronfrequenz f_s .

$\psi_k \leftarrow \varphi_k + \delta_k \forall k$ {Die ψ_k sind die Stützwerte der Strahlphase.}

$s_k \leftarrow 2 \cdot \pi \cdot f_k \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\cos(\psi_k) + \psi_k \cdot \sin(\varphi_k) - \cos(\pi - \varphi_k) - (\pi - \varphi_k) \cdot \sin(\psi_k)}{\cos(\varphi_k)}}$ {Die s_k sind die Stützwerte der Separatrix.}

Berechne die Stützstellen a_k der Ableitung $\frac{d\psi}{dt}$ gemäß Algorithmus C.2 aus den Stützstellen t_k und den Stützwerten ψ_k . {Der Bunchschwerpunkt liegt zum Zeitpunkt t_k außerhalb des Buckets, wenn $a_k > s_k$ ist.}

$K \leftarrow \{k \in [1; N] | a_k > \Re\{s_k\}\}$

Wenn $K = \emptyset$ **dann**

Es tritt kein Strahlverlust ein.

sonst

$k_1 \leftarrow \min(K)$

Zum Zeitpunkt t_{k_1} tritt Strahlverlust ein.

Ende

Algorithmus C.13 Berechnung des maximalen Fehlerbetrags zwischen zwei zeitlichen Verläufen derselben Größe aus zwei verschiedenen Simulationen

Vorbedingung: Sei T die Menge der Stützstellen. Seien $x_1(t)$ und $x_2(t) \forall t \in T$ definiert (sonst wende zuerst Algorithmus 5.1 an).

$mae \leftarrow 0$

Für alle $t \in T$:

$e(t) \leftarrow x_1(t) - x_2(t)$

Wenn $|e(t)| > mae$ **dann**

$mae \leftarrow |e(t)|$

Ende

Ende

Ergebnis: mae ist der maximale Fehlerbetrag.

Algorithmus C.14 Berechnung des relativen Fehler-Effektivwerts zwischen zwei zeitlichen Verläufen derselben Größe aus zwei verschiedenen Simulationen

Vorbedingung: Sei T die Menge der Stützstellen. Seien $x_1(t)$ und $x_2(t) \forall t \in T$ definiert (sonst wende zuerst Algorithmus 5.1 an).

Für alle $t \in T$:

$e(t) \leftarrow x_1(t) - x_2(t)$

Ende

Berechne den Effektivwert e_{eff} von $e(t)$ gemäß Algorithmus C.8.

Berechne den Effektivwert x_{eff} von $x_2(t)$ gemäß Algorithmus C.8.

$rrmse \leftarrow \frac{e_{eff}}{x_{eff}}$

Ergebnis: $rrmse$ ist der relative Fehler-Effektivwert.

Algorithmus C.15 Ausreißertest nach Walsh

Vorbedingung: Seien $x_k, k = 1, 2, \dots, N$ die Beobachtungen der Größe x und $N > 60$ der Stichprobenumfang. Sei $r \geq 0$ die vermutete Anzahl der Ausreißer.

Bringe die x_k in aufsteigende Reihenfolge.

Wenn $N \leq 60$ dann

Der Test kann nicht angewendet werden!

wenn andererseits $60 < N \leq 220$ dann

Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0,1$.

wenn andererseits $220 < N$ dann

Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0,05$.

Ende

$c \leftarrow \lceil \sqrt{2 \cdot N} \rceil$

$d \leftarrow r + c$

$b \leftarrow \sqrt{\alpha^{-1}}$

$a \leftarrow \frac{1+b \cdot \sqrt{\frac{c-b^2}{c-1}}}{c-b^2-1}$

Wenn $x_r - (1+a) \cdot x_{r+1} + a \cdot x_d < 0$ dann

Die r kleinsten Werte sind allesamt Ausreißer.

wenn andererseits $x_{N+1-r} - (1+a) \cdot x_{N-r} + a \cdot x_{N+1-d} > 0$ dann

Die r größten Werte sind allesamt Ausreißer.

Ende

Algorithmus C.16 Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall

Vorbedingung: Seien x_k und y_k die Beobachtungen der Größe x bzw y , $k = 1, 2, \dots, N$.

$q \leftarrow 0$.

Für $k = 1, \dots, N$:

Für $l = 1, \dots, k-1$:

Wenn $x_k > x_l \wedge y_k > y_l$ dann

$q \leftarrow q + 1$

wenn andererseits $x_k > x_l \wedge y_k < y_l$ dann

$q \leftarrow q - 1$

wenn andererseits $x_k < x_l \wedge y_k > y_l$ dann

$q \leftarrow q - 1$

wenn andererseits $x_k < x_l \wedge y_k < y_l$ dann

$q \leftarrow q - 1$

Ende

Ende

Ende

$\tau = \frac{2 \cdot q}{N^2 - N}$

Ergebnis: $0 \leq \tau \leq 1$ ist der Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall.

Algorithmus C.17 Kritischer Wert für den Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall

Vorbedingung: Sei $N \geq 10$ der Stichprobenumfang und $0 < \alpha < 1$ die gewünschte Irrtumswahrscheinlichkeit. {In einer ausreichend großen Stichprobe ($N \geq 10$) ist der Rangkorrelationskoeffizient näherungsweise normalverteilt mit Erwartungswert 0 und Varianz $\frac{4N+10}{9 \cdot N^2 - 9 \cdot N}$ [Dod08].}

$\sigma \leftarrow \sqrt{\frac{4N+10}{9 \cdot N^2 - 9 \cdot N}}$

Sei z das $(1 - \frac{\alpha}{2})$ -Quantil der Standard-Normalverteilung.

$t \leftarrow z \cdot \sigma$

Ergebnis: t ist der kritische Wert.



Literaturverzeichnis

- [ABT99] A. M. Stankovic, B. C. Lesieutre und T. Aydin. “Modeling and Analysis of Single-Phase Induction Machines with Dynamic Phasors”. In: **IEEE Transactions on Power Systems** 14.1 (1999), S. 9–14.
- [AD6645] Analog Devices, Inc. **14-bit, 80 MSPS / 105 MSPS A/D Converter AD6645**. 2008.
- [Ada05] Jürgen Adamy. **Systemdynamik und Regelungstechnik II**. Shaker-Verlag, Aachen, 2005.
- [Agh86] Gul A. Agha. **ACTORS – A Model of Concurrent Computation in Distributed Systems**. MIT Press, Cambridge, 1986.
- [AK01] Jürgen Ackermann und Dieter Kaesbauer. “Design of Robust PID Controllers”. In: **Proceedings of the European Control Conference**. 2001.
- [AK03] Jürgen Ackermann und Dieter Kaesbauer. “Stable polyhedra in parameter space”. In: **automatica** 39 (2003), S. 937–943.
- [Ale+95] A. N. Aleshaev u. a. “A Study of Influence of Synchrotron Radiation Quantum Fluctuations on the Synchrotron Oscillations of a Single Electron Using Undulator Radiation”. In: **ArXiv:9503001v2 [physics.acc-ph]** (1995). URL: <http://arxiv.org/abs/acc-phys/9503001>.
- [Ale07] Alexander Theisen. “Implementierung, Optimierung und Systemintegration eines FIR-Filters in VHDL”. Bachelor Thesis. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2007.
- [Ana99] Analog Devices, Inc. **A Technical Tutorial on Direct Digital Synthesis**. 1999. URL: http://www.analog.com/static/imported-files/tutorials/450968421DDS_Tutorial_rev12-2-99.pdf.
- [AS09] Karin Avnit und Arcot Sowmya. “A formal approach to design space exploration of protocol converters”. In: **Proceedings of the DATE (Design Automation and Test in Europe) Conference**. 2009, S. 129–134.
- [Avn+08] Karin Avnit, Vijay D’Silva, Arcot Sowmya, S. Rameshz und Sri Parameswaran. “A Formal Approach To The Protocol Converter Problem”. In: **Proceedings of the DATE (Design Automation and Test in Europe) Conference**. 2008, S. 294–299.
- [B F87] B. Franczak. **SIS Parameter List**. Techn. Ber. GSI-SIS-TN/87-13. Gesellschaft für Schwerionenforschung, 1987. URL: http://www.gsi.de/beschleuniger/sis18/pdf/sis18_parameterliste.pdf.
- [Bac10] Petru Bogdan Bacinschi. “Technology-Accurate Variability-Aware Performance Macromodels for On-Chip Communication Synthesis”. Diss. Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, 2010.
- [Beu11] Ottmar Beucher. **Signale und Systeme: Theorie, Simulation, Anwendung**. Springer, 2011.
- [BK09] Michael Bousonville und Harald Klingbeil. “Synchronized RF Generation in Distant Supply Rooms”. In: **GSI Scientific Report** (2009).
- [Bou08] Michael Bousonville. “Optische Übertragung phasensynchroner Taktsignale unter Verwendung des Wellenlängen-Multiplex-Verfahrens”. Diss. Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, 2008.
- [BR09] Michael Bousonville und Jacqueline Rausch. “Universal picosecond timing system for the Facility for Antiproton and Ion Research”. In: **Physical Review – Special Topic Accelerators and Beams** 12.4 (2009), S. 042801/1–10.
- [Bro+00] Ilja N. Bronstein, Konstantin A. Semendjajew, Gerhard Musiol und Heiner Mühlig. **Taschenbuch der Mathematik**. 5. Auflage. Verlag Harri Deutsch, 2000.

- [Bro+08a] Christopher Brooks u. a. **Heterogeneous Concurrent Modeling and Design in Java (Volume 1: Introduction to Ptolemy II)**. Techn. Ber. UCB/EECS-2008-28. EECS Department, University of California, Berkeley, 2008. URL: <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2008/EECS-2008-28.html>.
- [Bro+08b] Christopher Brooks u. a. **Heterogeneous Concurrent Modeling and Design in Java (Volume 2: Ptolemy II Software Architecture)**. Techn. Ber. UCB/EECS-2008-29. EECS Department, University of California, Berkeley, 2008. URL: <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2008/EECS-2008-29.html>.
- [Bro+08c] Christopher Brooks u. a. **Heterogeneous Concurrent Modeling and Design in Java (Volume 3: Ptolemy II Domains)**. Techn. Ber. UCB/EECS-2008-37. EECS Department, University of California, Berkeley, 2008. URL: <http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2008/EECS-2008-37.html>.
- [Bun+12] Tobias Bund, Steffen Moser, Steffen Kollmann und Frank Slomka. "Jitter Considerations for Worst-Case Performance Generation in Digital Controller Design". In: **Tagungsband des Workshops "Cyber-Physical Systems: Enabling Multi-Nature Systems"**. 2012, S. 65–70.
- [Car+05] Luca P. Carloni, Roberto Passerone, Alessandro Pinto und Alberto L. Sangiovanni-Vincentelli. "Languages and Tools for Hybrid Systems Design". In: **Foundations and Trends in Electronic Design Automation** 1.1 (2005), S. 1–177.
- [Comport] Sundance Microprocessor Technology Ltd. **External Interface User Manual**. 2003.
- [Dan05] Daniel L. Cuadrado. "The Distributed-SDF Domain". In: **Proceedings of the 6th Biennial Ptolemy Miniconference**. 2005. URL: <http://ptolemy.berkeley.edu/conferences/05/presentations/cuadradoDistributedSDF.pdf>.
- [Den05] Jiajun Deng. "Filter design and implementation for realtime applications". Studienarbeit. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2005.
- [Dir06] **1st Annual Report "DIRAC-secondary-beams"**. Reporting period from 01/02/2005 to 31/01/2006. März 2006. URL: <http://www-alt.gsi.de/documents/DOC-2006-Mar-119-1.pdf>.
- [Dir07] **2nd Annual Report "DIRAC-secondary-beams"**. Reporting period from 01/02/2006 to 31/01/2007. März 2007. URL: <https://www-alt.gsi.de/documents/DOC-2007-Mar-149-3.pdf>.
- [Dir08] **3rd Annual Report "DIRAC-secondary-beams"**. Reporting period from 01/02/2007 to 31/01/2008. Mai 2008. URL: <https://www-alt.gsi.de/documents/DOC-2008-May-80-1.pdf>.
- [Dir09] **4th Annual Report "DIRAC-secondary-beams"**. Reporting period from 01/02/2008 to 31/01/2009. März 2009. URL: <https://www-alt.gsi.de/documents/DOC-2009-Mar-186-1.pdf>.
- [DL11] Wei Dong und Peng Li. "Parallel Circuit Simulation with Adaptively Controlled Projective Integration". In: **ACM Transactions on Design Automation of Electronic Systems** 16.4 (2011), 44:1–44:24.
- [DMW11] Yali Dong, Shengwei Mei und Xueli Wang. "Novel Stability Criteria of Nonlinear Uncertain Systems with Time-Varying Delay". In: **Hindawi Journal Abstract and Applied Analysis** 969674 (2011).
- [Dod08] Yadolah Dodge. "Kendall Rank Correlation Coefficient". In: **The Concise Encyclopedia of Statistics**. Springer, 2008, S. 278–281.
- [Dom83] G. Dôme. "Theory of RF acceleration and RF noise". In: **Proceedings of the CERN Accelerator School**. 1983, S. 215–260.
- [EEMBC] Embedded Microprocessor Benchmark Consortium. **Networking 2.0 Benchmark Software**. 2012. URL: http://www.eembc.org/benchmark/networking2_sl.php.
- [Eke+03] Johan Eker u. a. "Taming heterogeneity — the Ptolemy approach". In: **Proceedings of the IEEE** 91.1 (2003), S. 127–144.
- [FAIR-BTR] Facility for Antiproton and Ion Research in Europe GmbH. **FAIR Baseline Technical Report, Volume 2: Accelerator and Scientific Infrastructure**. Techn. Ber. Facility for Antiproton und Ion Research, 2006. URL: http://www.fair-center.de/fileadmin/fair/publications_FAIR/FAIR_BTR_2.pdf.

-
- [Fei91] Jörg Feikes. **Was Sie schon immer über Speicherringe wissen wollten (aber bislang nicht zu fragen wagten)**. Techn. Ber. Deutsches Elektronen-Synchrotron, 1991. URL: <http://mhf-e.desy.de/e638/e736/source737/wassieschonimmerwissenwollten,JrgFeikes.pdf>.
- [For11] Peter Forck. “Beam Instrumentation and Diagnostics”. In: **Proceedings of the Joint University Accelerator School**. 2011.
- [Fra01] Andreas Franck. “Entwicklung eines Konzeptes zur Modellierung und Simulation heterogener Systeme”. Diplomarbeit. Technische Universität Ilmenau, Fachgebiet System- und Steuerungstheorie, 2001.
- [Geh10a] Thorsten Gehrke. “Robustness Validation, Teil 1: FMEA leicht gemacht”. In: **Elektronik automotive** 3 (2010), S. 30–32.
- [Geh10b] Thorsten Gehrke. “Robustness Validation, Teil 2: Dem Worst Case auf der Spur”. In: **Elektronik automotive** 4 (2010), S. 34–37.
- [GG09] André Guntoro und Manfred Glesner. “Resolving longitudinal amplitude and phase information of two continuous data streams for high-speed and real-time processing”. In: **Advances in Radio Science – Kleinheubacher Berichte** 7 (2009), S. 133–137.
- [GN03] Keqin Gu und Silviu-Iulian Niculescu. “Survey on Recent Results in the Stability and Control of Time-Delay Systems”. In: **ASME Journal on Dynamic Systems, Measurement and Control** 125.2 (2003), S. 158–165.
- [GS06] Feng Gao und Kai Strunz. “Frequency-Adaptive Power System Modeling for Multi-Scale Simulation of Transients”. In: **IEEE Transactions on Circuits and Systems** 53.12 (2006), S. 2788–2803.
- [GSI] GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH. **GSI**. URL: <http://www.gsi.de>.
- [Gun+06a] André Guntoro u. a. “Implementation of Realtime and Highspeed Phase Detector on FPGA”. In: **Reconfigurable Computing – Architectures and Applications**. Hrsg. von K. Bertels, J. M. P. Cardoso und S. Vassiliadis. Springer, 2006, S. 1–11.
- [Han06] Liang Han. “Reconfigurable FIR Filter for Large Tap Distances and Low Tap Counts”. Bachelor Thesis. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2006.
- [Har11] Uta Kristin Hartel. “Modellierung des Regelungs- und Steuerungssystems einer Beschleunigungseinheit für Synchrotrons”. Diplomarbeit. Technische Universität Darmstadt, Institut für Theorie Elektromagnetischer Felder, 2011.
- [Has+07] Rahman Hassan, Antony Harris, Nigel Topham und Aris Efthymiou. “Synthetic Trace-Driven Simulation of Cache Memory”. In: **Proceedings of the International Conference on Advanced Information Networking and Applications**. 2007, S. 764–771.
- [Her06] Yannick Hervé. **VHDL-AMS**. Oldenbourg, 2006.
- [Her69] H. G. Hereward. **Landau Damping by Non-Linearity**. Techn. Ber. CERN/MPS/DL 69-11. CERN, 1969.
- [Her76] H. G. Hereward. “Landau Damping”. In: **Proceedings of the International School of Particle Accelerators “Ettore Majorana”**. 1976, S. 219–230.
- [HM99] Willard C. Hewitt Jr. und Eric E. Miller. “Applying Simulation in a Consulting Environment — Tips from Airport Planners”. In: **Proceedings of the Winter Simulation Conference**. 1999, S. 67–71.
- [Hof05] Albert Hofmann. “Landau Damping”. In: **Proceedings of the CERN Accelerator School**. 2005.
- [Hoh02] Norbert Hohenbichler. “Auslegung robuster PID-Regler für Totzeitsysteme”. Diplomarbeit. Technische Universität München, Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, 2002.
- [Hua05] Hua Zhong. “Exploring Concurrency at Instruction Level on Reconfigurable Computing Platforms”. Master Thesis. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2005.
- [Ipe+08] Engin İpek u. a. “Efficient architectural design space exploration via predictive modelling”. In: **ACM Transactions on Architecture and Code Optimization** 4.4 (2008), 20:1–20:34.
- [Ise01] Rolf Isermann. **Regelungstechnik I**. Shaker-Verlag, Aachen, 2001.
-

- [J L84] J. LeDuff. “Longitudinal Beam Dynamics in Circular Accelerators”. In: *Proceedings of the CERN Accelerator School*. 1984, S. 125–143.
- [J S+09] J. Serrano u. a. “The White Rabbit project”. In: *Proceedings of the International Conference on Accelerators and Large Experimental Physics Control Systems*. 2009, S. 93–95.
- [J S+11] J. Serrano, P. Alvarez, M. M. Lipinski und T. Włostowski. “Accelerator Timing Systems Overview”. In: *Proceedings of the Particle Accelerator Conference*. 2011, S. 1376–1380.
- [JT03] Axel Jantsch und Hannu Tenhunen, Hrsg. *Networks on Chips*. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [K J84] K. Johnsen. “Transition”. In: *Proceedings of the CERN Accelerator School*. 1984, S. 178–194.
- [Ken38] M. G. Kendall. “A New Measure of Rank Correlation”. In: *Biometrika* 30.1 (1938), S. 81–93.
- [Kie97] Uwe Kiencke. *Ereignisdiskrete Systeme*. Oldenbourg, 1997.
- [KK08] Sukhun Kang und Rakesh Kumar. “Magellan — A Search and Machine Learning-based Framework for Fast Multi-core Design Space Exploration and Optimization”. In: *Proceedings of the DATE (Design Automation and Test in Europe) Conference*. 2008, S. 1432–1437.
- [KL05] Günter Küppers und Johannes Lenhard. “Computersimulationen — Modellierungen 2. Ordnung”. In: *Journal for General Philosophy of Science* 36.2 (2005), S. 305–329.
- [Kli+07] Harald Klingbeil, Bernhard Zipfel, Martin Kumm und Peter Moritz. “A Digital Beam-Phase Control System for Heavy-Ion Synchrotrons”. In: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 54.6 (2007), S. 2604–2610.
- [Kli+10] Harald Klingbeil, Dieter Lens, Monika Mehler und Bernhard Zipfel. “Modeling Longitudinal Oscillations of Bunched Beams in Synchrotrons”. In: *ArXiv:1011.3957v1 [physics.acc-ph]* (2010). URL: <http://arxiv.org/abs/1011.3957>.
- [Kli+11] Harald Klingbeil u. a. “New digital low-level rf system for heavy-ion synchrotrons”. In: *Physical Review – Special Topic Accelerators and Beams* 14.10 (2011), S. 102802/1–9.
- [Kli05] Harald Klingbeil. “A Fast DSP-Based Phase-Detector for Closed-Loop RF Control in Synchrotrons”. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 54.3 (2005), S. 1209–1213.
- [Kli10b] Harald Klingbeil. “Ferrite Cavities”. In: *Proceedings of the CERN Accelerator School*. 2010, S. 299–317.
- [Kon12] Sven Tenzing Choden Königsmark. “Clock-Tree Optimization Techniques”. Bachelor Thesis. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Integrierte Elektronische Systeme, 2012.
- [Kre06] Erwin Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, 2006.
- [Kun96] Ken Kundert. “Simulation Methods for RF Integrated Circuits”. In: *Proceedings of the International Conference on Computer-Aided Design*. 1996, S. 752–765.
- [LB06] Benjamin C. Lee und David M. Brooks. “Accurate and Efficient Regression Modeling for Microarchitectural Performance and Power Prediction”. In: *Proceedings of the International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems*. 2006, S. 185–194.
- [Len+10] Dieter Lens u. a. “Damping of Longitudinal Modes in Heavy-Ion Synchrotrons by RF-Feedback”. In: *Proceedings of the International Conference on Control Applications*. 2010, S. 1737–1742.
- [Len12] Dieter Lens. “Modeling and Control of Longitudinal Single-Bunch Oscillations in Heavy-Ion Synchrotrons”. Diss. Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, 2012.
- [LHB09] Arndt Lüder, Lorenz Hundt und Stefan Biffl. “On the suitability of modeling approaches for engineering distributed control systems”. In: *Proceedings of the International Conference on Industrial Informatics*. 2009, S. 440–445.
- [Li10] Peng Li. “What Is Parallel Circuit Simulation?” In: *ACM Newsletter* 40.4 (2010).
- [LLRF] Deutsches Elektronen-Synchrotron. *LLRF-2011 Workshop*. 2012. URL: <http://llrf2011.desy.de>.
- [LNW03] Edward A. Lee, Stephen Neuendorffer und Michael J. Wirthlin. “Actor-Oriented Design of Embedded Hardware and Software Systems”. In: *Journal of Circuits, Systems, and Computers* 12.3 (2003), S. 231–260.

-
- [Lon10] Andre Longtin. “Stochastic dynamical systems”. In: **Scholarpedia** 5.4 (2010), S. 1619.
- [LRD01] Kanishka Lahiri, Anand Raghunathan und Sujit Dey. “System-Level Performance Analysis for Designing On-Chip Communication Architecture”. In: **IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems** 20.6 (2001), S. 768–783.
- [Mac89] James A. MacLachlan. **Difference Equations for Longitudinal Motion in a Synchrotron**. Techn. Ber. FN-529. Fermi National Accelerator Laboratory, 1989.
- [Matlab] The MathWorks, Inc. **Matlab – The Language of Technical Computing**. 2012. URL: <http://www.mathworks.de/products/matlab/>.
- [MBM07] M. Holzer, B. Knerr und M. Rupp. “Design Space Exploration with Evolutionary Multi-Objective Optimisation”. In: **Proceedings of the International Symposium on Industrial Embedded Systems**. 2007, S. 126–133.
- [Meh+09] Pramod K. Meher u. a. “50 Years of CORDIC — Algorithms, Architectures, and Applications”. In: **IEEE Transactions on Circuits and Systems** 56.9 (2009), S. 1893–1907.
- [MM06] Gokhan Memik und William H. Mangione-Smith. “Evaluating Network Processors Using Net-Bench”. In: **ACM Transactions on Embedded Computing Systems** 5.2 (2006), S. 453–471.
- [ModelSim] Mentor Graphics. **ModelSim ASIC and FPGA Design Simulator**. URL: <http://www.mentor.com/products/fpga/simulation/modelsim/>.
- [Mor+09] Pedro Moreira u. a. “White Rabbit — Sub-Nanosecond Timing Distribution over Ethernet”. In: **Proceedings of the International Symposium on Precision Clock Synchronization for Measurement, Control and Communication**. 2009, S. 58–62.
- [Mor06] Peter Moritz. “BuTiS — Development of a Bunchphase Timing System”. In: **GSI Scientific Report** (2006).
- [Mor10] Peter Moritz. **Das BUnchphase-Time Synchronization system ‘BuTiS’**. Vortrag beim FAIR-Technikforum. Okt. 2010. URL: http://www-bd.gsi.de/dokuwiki/lib/exe/fetch.php?media=meetings:moritz_butis_technikforum_2010_10_28.pdf.
- [MV12] Torsten Mähne und Alain Vachoux. “Ein Bondgraphberechnungsmodell für SystemC-AMS”. In: **Ta-gungsband des Workshops “Cyber-Physical Systems: Enabling Multi-Nature Systems”**. 2012, S. 31–36.
- [MVN07] Wim Michiels, Koen Verheyden und Silviu-Iulian Niculescu. “Mathematical and Computational Tools for the Stability Analysis of Time-Varying Delay Systems and Applications in Mechanical Engineering”. In: **Application of Time Delay Systems**. Hrsg. von J. Chiasson und J. J. Loiseau. Springer, 2007, S. 199–216.
- [NM65] John A. Nelder und Roger Mead. “A Simplex Method for Function Minimization”. In: **Computer Journal** 7 (1965), S. 308–313.
- [OIG08] Enkhbold Ochirsuren, Leandro Soares Indrusiak und Manfred Glesner. “An Actor-Oriented Group Mobility Model for Wireless Ad Hoc Sensor Networks”. In: **Proceedings of the ICDCS Workshops**. 2008, S. 174–179.
- [OMC08] Berkin Ozisikyilmaz, Gokhan Memik und Alok Choudhary. “Efficient System Design Space Exploration Using Machine Learning Techniques”. In: **Proceedings of the DATE (Design Automation and Test in Europe) Conference**. 2008, S. 966–969.
- [Ore07] Tuncer I. Ören. “The importance of a comprehensive and integrative view of modeling and simulation”. In: **Proceedings of the Summer Computer Simulation Conference**. 2007, S. 996–1006.
- [Ovi05] Luca-Savin Ovidiu-Constantin. “Implementation of the trigonometry functions inside the FPGA for the realtime applications”. Bachelor Thesis. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikro-elektronische Systeme, 2005.
- [Pet62] Carl A. Petri. “Kommunikation mit Automaten”. Diss. Universität Bonn, Institut für instrumentelle Mathematik, 1962.
- [PG11] Surapong Pongyupinpanich und Manfred Glesner. “Pipelined Floating-Point Architecture for a Phase and Magnitude Detector based on CORDIC”. In: **Proceedings of the Field Programmable Logic Conference**. 2011, S. 382–384.
-

- [PGK10] Surapong Pongyupinpanich, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Implementation of Realtime Pipeline-Folding 64-Tap Filters on FPGA". In: **Proceedings of the Conference on Ph. D. Research in Microelectronics and Electronics**. 2010, S. 1–4.
- [Pon12] Surapong Pongyupinpanich. "Optimal Design of Fixed-Point and Floating-Point Arithmetic Units for Scientific Applications". Diss. Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, 2012.
- [Ptolemy] The Ptolemy Project. **Ptolemy II 8.0.1 Release Notes**. 2010. URL: <http://ptolemy.eecs.berkeley.edu/ptolemyII/ptII8.0/ptII8.0.1/doc/release.htm>.
- [Questa] Mentor Graphics. **Questa Advanced Simulator**. 2012. URL: <http://www.mentor.com/products/fv/questa/>.
- [Ril+04] George F. Riley u. a. "A Federated Approach to Distributed Network Simulation". In: **ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation** 14.2 (2004), S. 116–148.
- [Ros06] Otto Jürgen Rösch. "Regelung dynamischer Systeme mit stochastischer Zeitverzögerung durch ein Kommunikationsnetzwerk". Diss. Universität Siegen, Fachbereich Elektrotechnik und Informatik, 2006.
- [Sch04] Hans Schlenker. "Verteilte Constraint-basierte Eisenbahn-Simulation". Diss. Technische Universität Berlin, Fakultät Elektrotechnik und Informatik, 2004.
- [Sha49] Claude E. Shannon. "Communication in the Presence of Noise". In: **Proceedings of the IRE** 37.1 (1949), S. 10–21.
- [SHB] Sundance Microprocessor Technology Ltd. **Specifications of the Sundance High-Speed Bus Standard**. 2003.
- [Simulink] The MathWorks, Inc. **Simulink – Simulation und Model-Based Design**. 2012. URL: <http://www.mathworks.de/products/simulink/>.
- [Smi96] Stephen R. Smith. "Beam Position Monitor Engineering". In: **Proceedings of the 7th Beam Instrumentation Workshop**. 1996, S. 50–65.
- [SMT338VP] Sundance Microprocessor Technology Ltd. **SMT338VP User Manual**. 2006.
- [SMT370] Sundance Microprocessor Technology Ltd. **SMT370v2/v3 User Manual**. 2006.
- [SMT374] Sundance Microprocessor Technology Ltd. **SMT374 User Manual**. 2006.
- [Sundance] Sundance Microprocessor Technology Ltd. **DSP and FPGA Solutions**. 2012. URL: <http://www.sundance.com>.
- [Suo05] Yun Suo. "Analysis, design, and implementation of arithmetic division operation under VHDL". Studienarbeit. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2005.
- [Tan+06] Yarong Tang u. a. "Optimistic Simulation of Physical Systems Using Reverse Computation". In: **Simulation** 82.1 (2006), S. 1–13.
- [TH07] Jürgen Teich und Christian Haubelt. **Digitale Hardware-/Software-Systeme: Synthese und Optimierung**. Springer, 2007.
- [Thi10] Matthias Thieme. **Scalable Control Unit**. Vortrag beim FAIR-Technikforum. Aug. 2010. URL: <http://www-bd.gsi.de/dokuwiki/lib/exe/fetch.php?media=meetings:scu-presentation-technikforum-gsi-august2010-print.pdf>.
- [Tho07] Skip Thompson. "Delay-differential equations". In: **Scholarpedia** 2.3 (2007), S. 2367.
- [TT04] Rudolf Tracht und Marc Thoraus. "Stabilität von Regelkreisen mit periodisch veränderlicher Totzeit". In: **at – Automatisierungstechnik** 52.12 (2004), S. 562–568.
- [VisualSim] Mirabilis Design, Inc. **VisualSim, Architecture Exploration and Performance Analysis**. 2008. URL: http://www.mirabilisdesign.com/Pages/Product/mdi_products.htm.
- [W P93] W. Pirkel. "Longitudinal beam dynamics". In: **Proceedings of the CERN Accelerator School**. 1993, S. 233–257.
- [Wal59] John E. Walsh. "Large sample nonparametric rejection of outlying observations". In: **Annals of the Institute of Statistical Mathematics** 10.3 (1959), S. 223–232.
- [Wie07] Helmut Wiedemann. **Particle Accelerator Physics**. Springer, 2007.

Technische Normen und Standards

- [CODATA] United States National Institute of Standards and Technology. **CODATA Internationally recommended values of the Fundamental Physical Constants**. (2011).
- [IEEE1076] Institute of Electrical and Electronics Engineers. **VHDL Language Reference Manual**. IEEE-Standard 1076 (2008).
- [IEEE1076.1] Institute of Electrical and Electronics Engineers. **VHDL Analog and Mixed-Signal Extensions**. IEEE-Standard 1076.1 (2007).
- [IEEE1588] Institute of Electrical and Electronics Engineers. **Precision Clock Synchronization Protocol for Networked Measurement and Control Systems**. IEEE-Standard 1588 (2008).
- [IEEE1666] Institute of Electrical and Electronics Engineers. **Standard SystemC Language Reference Manual**. IEEE-Standard 1666 (2011).
- [IEEE754] Institute of Electrical and Electronics Engineers. **Binary Floating-Point Arithmetic**. IEEE-Standard 754 (1985).
- [ITU G.711] International Telecommunication Union. **Pulse code modulation (PCM) of voice frequencies**. ITU-T Recommendation G.711 (1988).
- [ITU G.8262] International Telecommunication Union. **Timing characteristics of a Synchronous Ethernet equipment slave clock**. ITU-T Recommendation G.8262 / Y.1362 (2010).
- [RFC4180] Internet Engineering Task Force, Hrsg. **Common Format and MIME Type for Comma-Separated Values (CSV) Files**. Request for Comments 4180 (2005).
- [RFC5905] Internet Engineering Task Force, Hrsg. **Network Time Protocol Version 4 – Protocol and Algorithms Specification**. Request for Comments 5905 (2010).

Unveröffentlichte Dokumente

- [GK07] Thomas Guthier und Martin Kumm. “VHDL-Implementierung Optische Links”. Version 0.6. März 2007.
- [Gun+04] André Guntoro u. a. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’ — Description of Successful Works and Future Plan”. Berichtszeitraum Juli bis Dezember 2004. Dez. 2004.
- [Gun+05] André Guntoro, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’ — Extending the Phase Detector module”. Berichtszeitraum Januar bis Juni 2005. Juni 2005.
- [Gun+06b] André Guntoro, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’ — Extending the Phase Detector module”. Berichtszeitraum Juli bis Dezember 2005. Feb. 2006.
- [Gun+06c] André Guntoro, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’ — Extending the Phase Detector module: Magnitude and Phase Information”. Berichtszeitraum Januar bis Juni 2006. Juli 2006.
- [Gun+07] André Guntoro, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’ — Interconnection Architecture for SMT338”. Berichtszeitraum Juli bis Dezember 2006. Feb. 2007.
- [Gun+08] André Guntoro, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’”. Berichtszeitraum 2007. Jan. 2008.

- [Gut07] Thomas Guthier. "VHDL-Implementierung eines Token Rings". Version 0.9. Nov. 2007.
- [Hul06] Peter Hülsmann. "Task SIS18-1: $h = 2$ Cavity". Sep. 2006. URL: <http://www-alt.gsi.de/documents/DOC-2006-Nov-16-1.ppt>.
- [Kli+08] Harald Klingbeil u. a. "Technical Concept Cavity Synchronization". Version 0.92. Sep. 2008.
- [Kli+09] Harald Klingbeil u. a. "Generic Data Format for Optical Links". Version 1.10. Nov. 2009.
- [Kli07] Harald Klingbeil. "Simulation of FAIR RF Control Systems". Version 0.60. Feb. 2007.
- [Kli10a] Harald Klingbeil. "DSP Software Implementation". Version 2.181. Jan. 2010.
- [Kli10c] Harald Klingbeil. "Functional Specifications of FAIR LLRF Systems for Synchrotrons and Storage Rings". Version 0.20. Juni 2010.
- [Kum07] Martin Kumm. "Inter-DDS-Kommunikation". Version 0.7. Juni 2007.
- [Kum08] Martin Kumm. "Messung Sprungantwort Amplitudenregler-Strecke". Version 0.5. Mai 2008.
- [KZ11] Harald Klingbeil und Bernhard Zipfel. "Data Analysis File Formats for RF Applications". Version 0.80. Mai 2011.
- [Mor05] Peter Moritz. "Technical Concept Bunch Phase Timing System BuTiS". Aug. 2005.
- [MW08] Jörg Mohr und Thomas Wöber. "Inbetriebnahme Amplitudenmodulator (mit Komparator)". Version 1.50. Jan. 2008.
- [Sch+04] Petra Schütt u. a. "Schneller Pulsbetrieb am SIS". Version 2.00. Sep. 2004.
- [SGK09a] Christopher Spies, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt' — Modelling Cavity Dynamics". Berichtszeitraum Januar bis Juni 2009. Sep. 2009.
- [SGK09b] Pongyupinpanich Surapong, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern'". Berichtszeitraum Januar bis Juni 2009. 2009.
- [SGK10a] Christopher Spies, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt' — A Standard Scenario for Future Design Space Exploration". Berichtszeitraum Januar bis Juni 2010. Dez. 2010.
- [SGK10b] Pongyupinpanich Surapong, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern'". Berichtszeitraum Juli bis Dezember 2009. Jan. 2010.
- [SGK10c] Pongyupinpanich Surapong, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern'". Berichtszeitraum Januar bis Juni 2010. 2010.
- [SGK10d] Pongyupinpanich Surapong, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern'". Berichtszeitraum Juli bis Dezember 2010. 2010.
- [SGK11] Christopher Spies, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt' — Taking Time and Value Discretisation Into Account". Berichtszeitraum Juli bis Dezember 2010. Mai 2011.
- [Sof+05] Oliver Soffke, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern' — Definition des Vorhabens und erfolgte Vorarbeiten". Berichtszeitraum Oktober bis Dezember 2004. Dez. 2005.
- [Spi+07] Christopher Spies, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. "Statusbericht zum GSI-Projekt 'Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt' — Simulation of single-cavity systems and future plans". Berichtszeitraum Februar bis Juli 2007. Sep. 2007.

-
- [Spi+08b] Christopher Spies, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt’ — Analog control loops and noise susceptibility”. Berichtszeitraum Februar bis Juni 2008. Sep. 2008.
- [Spi+08c] Christopher Spies, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt’ — Cavity synchronization and communication requirements”. Berichtszeitraum August 2007 bis Januar 2008. Feb. 2008.
- [Spi+10] Christopher Spies, Pongyupinpanich Surapong, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum Projekt ‘FAIR-Beschleuniger: Hardwareorientierte Optimierung der HF-Systemvernetzung’”. Berichtszeitraum Juli 2009 bis Dezember 2010. Dez. 2010.
- [Spi+11] Christopher Spies, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Abschlussbericht zum GSI-Projekt ‘Systemmodellierung und Vernetzung der digitalen Mehr-Kavitäten-Regelung für das FAIR-Projekt’”. Sep. 2011.
- [SSK09] Stefan Schäfer, Shahab Sanjari und Harald Klingbeil. “Concept of Optical Link Routing for LLRF Components”. Version 0.82. Juni 2009.
- [Sur+09] Pongyupinpanich Surapong, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Statusbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’”. Berichtszeitraum 2008. 2009.
- [Sur+11b] Pongyupinpanich Surapong, Christopher Spies, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Abschlussbericht zum GSI-Projekt ‘Rekonfigurierbare Rechensysteme für digitale Hochfrequenzregelungen bei Schwerionenbeschleunigern’”. Nov. 2011.
- [WK09] Thomas Wöber und Hans-Günter König. “Inbetriebnahme Eigenfrequenzregler”. Version 0.50. Juli 2009.



Eigene Veröffentlichungen

- [Sam+11] Faizal Arya Samman, Pongyupinpanich Surapong, Christopher Spies und Manfred Glesner. “Floating-point-based hardware accelerator of a beam phase-magnitude detector and filter for a beam phase control system in a heavy-ion synchrotron application”. In: *Proceedings of the International Conference on Accelerators and Large Experimental Physics Control Systems*. 2011, S. 683–686.
- [SGK12] Christopher Spies, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Modellgestützte Analyse räumlich verteilter digitaler Regler in einem Schwerionen-Synchrotron”. In: *Tagungsband des Workshops “Cyber-Physical Systems: Enabling Multi-Nature Systems”*. 2012, S. 45–50.
- [SIG07] Christopher Spies, Leandro Soares Indrusiak und Manfred Glesner. “Comparative Analysis of Multitasking Scheduling Algorithms for Reconfigurable Computing regarding Context Switches and Configuration Cache Usage”. In: *Proceedings of the Southern Conference on Programmable Logic*. 2007, S. 239–242.
- [SKG12] Christopher Spies, Harald Klingbeil und Manfred Glesner. “Model-based analysis of digital signal processing blocks in a beam phase control system”. In: *Proceedings of the International Computational Accelerator Physics Conference*. 2012, S. 164–166.
- [Spi+08a] Christopher Spies, Peter Zipf, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Bandwidth Requirement Determination for a Digitally Controlled Cavity Synchronisation in a Heavy Ion Synchrotron Using Ptolemy II”. In: *Proceedings of the International Symposium on Rapid System Prototyping*. 2008, S. 196–202.
- [Spi+09] Christopher Spies, Peter Zipf, André Guntoro, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “A model-based development approach for multi-cavity RF control systems”. In: *GSI Scientific Report* (2009).
- [Spi+12a] Christopher Spies, Uta K. Hartel, Hans-Günter König, Harald Klingbeil und Manfred Glesner. “Dynamics of ferrite cavities and their effect on longitudinal dipole oscillations”. In: *Proceedings of the International Computational Accelerator Physics Conference*. 2012, S. 124–126.
- [Spi+12b] Christopher Spies, Pongyupinpanich Surapong, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Quantitative Analysis of Time and Value Discretization in RF Phase Detectors”. In: *Proceedings of the Summer Computer Simulation Conference*. 2012, S. 469–476.
- [Spi11] Christopher Spies. “Model-Based Feasibility Analysis of Digital Beam Phase Control in a Heavy-Ion Synchrotron”. In: *DATE (Design Automation and Test in Europe) Conference, PhD Forum*. 2011.
- [Sur+11a] Pongyupinpanich Surapong, Christopher Spies, Manfred Glesner und Harald Klingbeil. “Design of frequency-variable digital filters for beam phase control”. In: *GSI Scientific Report* (2011), S. 340.



Betreute studentische Arbeiten

- [Abd09] Omar Abdo. "Processor Integration and FPGA-Implementation of a Token Ring Network". Studienarbeit. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2009.
- [Akr09] Shahid Akram. "Coronary Tree Segmentation using an Enhanced Corkscrew Algorithm". Externe *Master Thesis* am Fraunhofer-Institut für grafische Datenverarbeitung, ko-betreut mit Dipl.-Inform. Klaus Drechsler und Dipl.-Inform. Christina Lacalli. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2009.
- [Ali10] Syed A. Ali Shah. "Design and Implementation of a Robust Hardware Accelerator for Vehicle Lights Detection on Low-Cost FPGAs". Externe Masterarbeit an der Technischen Universität München, ko-betreut mit Dipl.-Ing. Christopher Claus. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2010.
- [Alt11] Christian Althoff. "Vergleich von verschiedenen Zahlendarstellungen in digitaler Signalverarbeitung". Bachelor Thesis. Technische Universität Darmstadt, Forschungsgruppe Mikroelektronische Systeme, 2011.
- [Che09] Volodymyr Cherkashyn. "Entwicklung eines FPGA basierten BER-Testsystems und Evaluierung eines Fountain-Codes für das FAIR-Projekt der GSI". Externe Diplomarbeit am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung, ko-betreut mit Dr. rer. nat. Tibor Fleck. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2009.
- [Guo08] Tao Guo. "Analyse und Implementierung eines Lösungsverfahrens für Differentialgleichungen mit Totzeit in Ptolemy II". Diplomarbeit. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2008.
- [Li11] Ting Li. "Implementation of a Multi-Purpose Routing Device for Optical Networks". Master Thesis. Technische Universität Darmstadt, Forschungsgruppe Mikroelektronische Systeme, 2011.
- [Ola09] Daniel O. Olapade. "Efficient Implementation of a Network Processor for Distributed Hardware Systems in a Particle Accelerator". Externe Studienarbeit am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung, ko-betreut mit Dipl.-Ing. Martin Kumm. Technische Universität Darmstadt, Forschungsgruppe Mikroelektronische Systeme, 2009.
- [Pap09] Milos Papst. "Analysis and implementation of a decentralized task mapping algorithm for homogeneous MPSoC". Externe Diplomarbeit an der *Université Montpellier II*, ko-betreut mit Prof. Dr.-Ing. Peter Zipf und Dr. Gilles Sassatelli, M. Sc. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet Mikroelektronische Systeme, 2009.
- [Rie12] Patrick Riedel. "Zusammenfassung von Ansätzen zur Behandlung von Stabilität nichtlinearer Regelstrecken mit variablen Totzeiten". Seminararbeit. Technische Universität Darmstadt, Forschungsgruppe Mikroelektronische Systeme, 2012.



Wissenschaftlicher Werdegang

Zur Person

Name Christopher Spies
Geburtsdatum 7. August 1983
Geburtsort Groß-Umstadt

Ausbildung

08/1989–07/1992 Grundschule Höchst (Odenw)
08/1992–01/1994 Ernst-Göbel-Schule, Höchst (Odenw)
02/1994–07/2001 Gymnasium Michelstadt
Abschluss: Abitur
10/2001–09/2004 Bachelor-Studium **Informations- und Kommunikationstechnik**,
Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, Technische Universität Darmstadt
Abschluss: *Bachelor of Science*
10/2004–09/2006 Master-Studium **Informations- und Kommunikationstechnik**,
Fachbereich Elektro- und Informationstechnik, Technische Universität Darmstadt
Abschluss: *Master of Science*

Relevante berufliche Tätigkeit

04/2003–10/2003 Studentische Hilfskraft in der Arbeitsgruppe **Nichtlineare Spindynamik**, Fachbereich Physik,
Technische Universität Darmstadt
08/2006–11/2006 Praktikum am *Instituto Tecnológico Superior de Cajeme*, Ciudad Obregón, Sonora, Mexico
02/2007–09/2012 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet **Mikroelektronische Systeme**, Fachbereich
Elektro- und Informationstechnik, Technische Universität Darmstadt